MATHÉMATIQUES

07

Géométrie dans l'espace

1ère Bac Pro | Géométrie | Mathématiques

Objectifs du chapitre

- Reconnaître et nommer les solides usuels (cube, pavé droit, pyramide, cylindre, cône, boule)
- Calculer les aires latérales, totales et les volumes de ces solides
- Exploiter une représentation en perspective d'un solide ou d'un assemblage de solides
- Déterminer et construire la section plane d'un solide par un plan

1. Situation professionnelle

Aménagement d'un local professionnel

Un menuisier agenceur doit concevoir un meuble de rangement en forme de parallélépipède rectangle (pavé droit) de dimensions 2,40 m × 0,60 m × 1,80 m. Pour estimer la quantité de bois nécessaire, il doit calculer l'aire totale des faces. Pour vérifier que le meuble rentre dans la pièce, il doit en calculer le volume et anticiper son encombrement dans l'espace.

Un installateur thermique, quant à lui, dimensionne un ballon d'eau chaude cylindrique. Il doit connaître le volume du cylindre pour déterminer la capacité en litres, et l'aire latérale pour estimer la surface d'isolant à poser.

Ces deux situations font appel à la **géométrie dans l'espace** : reconnaître les formes, calculer aires et volumes, et lire des plans en perspective.

2. Les solides usuels — Vocabulaire et représentation

DÉFINITION — SOLIDE

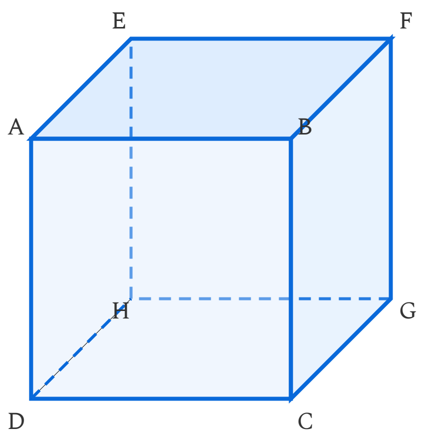
Un **solide** est un objet géométrique de l'espace, délimité par des surfaces. On distingue :

- **Les polyèdres** : solides dont toutes les faces sont des polygones (cube, pavé droit, pyramide, prisme)
- **Les solides de révolution** : obtenus par rotation d'une figure plane autour d'un axe (cylindre, cône, boule)

2.1. Le cube

DÉFINITION — CUBE

Un **cube** (ou hexaèdre régulier) est un solide dont les 6 faces sont des carrés identiques. Il possède 8 sommets et 12 arêtes de même longueur a.



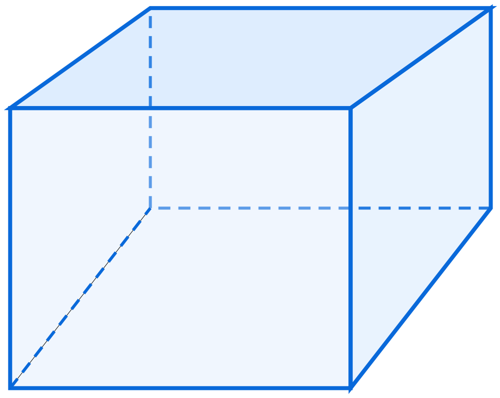
Formules du cube (arête a)

$$\text{Volume} = a^3 \qquad \text{Aire totale} = 6a^2$$

2.2. Le pavé droit (parallélépipède rectangle)

DÉFINITION — PAVÉ DROIT

Un **pavé droit** (ou parallélépipède rectangle) est un solide dont les 6 faces sont des rectangles. Il possède 3 dimensions : longueur L, largeur ℓ et hauteur h.



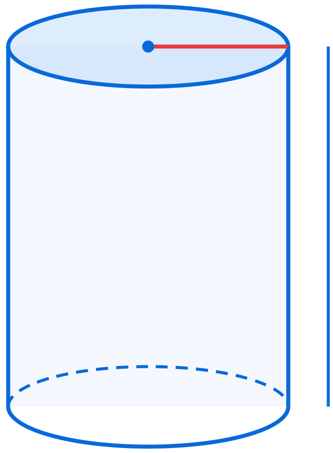
Formules du pavé droit ($L \times \ell \times h$)

$$\text{Volume} = L \times \ell \times h \qquad \text{Aire totale} = 2(L\ell + Lh + \ell h)$$

2.3. Le cylindre droit

DÉFINITION — CYLINDRE DROIT

Un **cylindre droit** (ou cylindre de révolution) est le solide engendré par la rotation d'un rectangle autour d'un de ses côtés. Il possède deux bases circulaires de rayon r et une hauteur h.



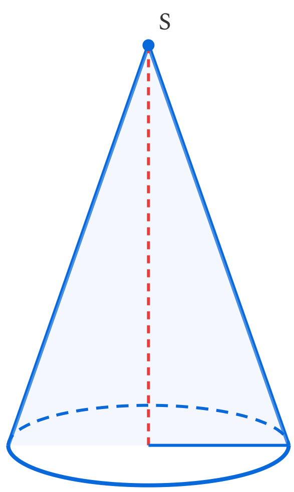
Formules du cylindre droit (rayon r, hauteur h)

$$\text{Volume} = \pi r^2 h \qquad \text{Aire latérale} = 2\pi r h \qquad \text{Aire totale} = 2\pi r(r+h)$$

2.4. Le cône de révolution

DÉFINITION — CÔNE DE RÉVOLUTION

Un **cône de révolution** est le solide engendré par la rotation d'un triangle rectangle autour d'un de ses côtés de l'angle droit. Il possède une base circulaire de rayon r, une hauteur h et une génératrice (apothème) g.



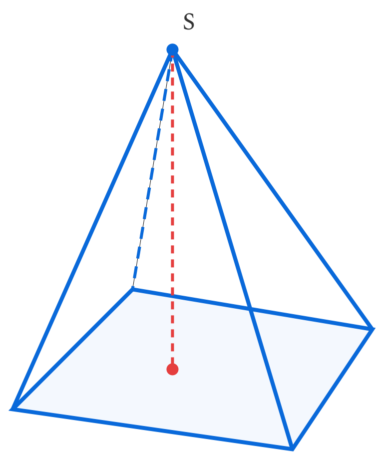
Formules du cône (rayon r, hauteur h, génératrice g)

$$\text{Volume} = \frac{1}{3}\pi r^2 h \qquad \text{Aire latérale} = \pi r g \qquad g = \sqrt{r^2 + h^2}$$

2.5. La pyramide

DÉFINITION — PYRAMIDE

Une **pyramide** est un solide dont la base est un polygone et dont les faces latérales sont des triangles qui se rejoignent en un sommet commun appelé **apex**. La hauteur h est la distance perpendiculaire de l'apex à la base.



Formule de la pyramide (aire de base $\mathcal{A}_b$, hauteur h)

$$\text{Volume} = \frac{1}{3} \times \mathcal{A}_b \times h$$

2.6. La boule (sphère)

DÉFINITION — BOULE ET SPHÈRE

La **sphère** de centre O et de rayon R est l'ensemble des points de l'espace situés à la distance R de O. La **boule** est le solide délimité par la sphère (sphère + intérieur).

Formules de la boule (rayon R)

$$\text{Volume} = \frac{4}{3}\pi R^3 \qquad \text{Aire de la sphère} = 4\pi R^2$$

3. Tableau récapitulatif des formules

À retenir — Volumes et aires des solides usuels

Solide	Volume	Aire latérale	Aire totale
Cube (arête a)	a^3	$4a^2$	$6a^2$
Pavé droit (L, ℓ, h)	$L \times \ell \times h$	$2h(L+\ell)$	$2(L\ell + Lh + \ell h)$
Cylindre (r, h)	$\pi r^2 h$	$2\pi r h$	$2\pi r(r+h)$
Cône (r, h, g)	$\frac{1}{3}\pi r^2 h$	$\pi r g$	$\pi r(r+g)$
Pyramide ($\mathcal{A}_b, h$)	$\frac{1}{3}\mathcal{A}_b \times h$	Somme des aires des faces latérales	
Boule (R)	$\frac{4}{3}\pi R^3$	$4\pi R^2$	

4. Représentation en perspective

DÉFINITION — PERSPECTIVE CAVALIÈRE

La **perspective cavalière** est un mode de représentation des solides sur un plan (feuille ou écran). Ses règles sont :

- Les arêtes parallèles dans l'espace restent **parallèles** sur le dessin
- Les dimensions des faces de **face** sont conservées (pas de déformation)
- Les dimensions en **profondeur** sont réduites d'un coefficient (souvent $\frac{1}{2}$) et tracées avec un angle de fuite (souvent $30°$ ou $45°$)
- Les arêtes cachées sont tracées en **pointillés**

ATTENTION

En perspective cavalière, les angles ne sont **pas conservés** : un angle droit dans l'espace peut ne pas apparaître droit sur le dessin. De même, les longueurs en profondeur sont réduites. Il ne faut pas mesurer directement sur le dessin !

PROPRIÉTÉ — PATRON D'UN SOLIDE

Le **patron** d'un solide est un dessin à plat qui, une fois plié, reconstitue le solide. Chaque face du solide apparaît en **vraie grandeur** sur le patron. Le patron permet de calculer l'**aire totale** du solide.

MÉTHODE — LIRE UNE REPRÉSENTATION EN PERSPECTIVE

Pour exploiter une représentation d'un solide :

1. Identifier le type de solide (cube, pavé, cylindre, etc.)
2. Repérer les arêtes cachées (pointillés) et visibles (traits pleins)
3. Identifier les faces parallèles et les faces perpendiculaires
4. Lire les dimensions indiquées (attention au coefficient de réduction en profondeur)

5. Exemples de calculs

Exemple 1 — Volume d'un ballon d'eau chaude

Un technicien chauffagiste installe un ballon d'eau chaude cylindrique de diamètre 50 cm et de hauteur 1,20 m. Quelle est sa contenance en litres ?

Données : $r = \frac{50}{2} = 25 \text{ cm} = 0{,}25 \text{ m}$, $h = 1{,}20 \text{ m}$.

Calcul :

$$V = \pi r^2 h = \pi \times 0{,}25^2 \times 1{,}20 = \pi \times 0{,}0625 \times 1{,}20 = 0{,}075\pi \approx 0{,}2356 \text{ m}^3$$

Conversion : $1 \text{ m}^3 = 1\,000 \text{ L}$, donc $V \approx 0{,}2356 \times 1\,000 \approx$ **235,6 litres**.

Exemple 2 — Aire d'un meuble parallélépipédique

Un menuisier agenceur fabrique un caisson de dimensions $L = 80$ cm, $\ell = 40$ cm, $h = 60$ cm. Il doit calculer la surface totale de bois nécessaire (6 faces).

Calcul :

$$\mathcal{A}_{\text{totale}} = 2(L\ell + Lh + \ell h) = 2(80 \times 40 + 80 \times 60 + 40 \times 60)$$
$$= 2(3\,200 + 4\,800 + 2\,400) = 2 \times 10\,400 = \mathbf{20\,800\ cm^2} = \mathbf{2{,}08\ m^2}$$

Exemple 3 — Volume d'un cône (tas de sable)

Sur un chantier, un tas de sable a la forme d'un cône de rayon 1,50 m et de hauteur 0,80 m. Quel est le volume de sable ?

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \times 1{,}50^2 \times 0{,}80 = \frac{1}{3}\pi \times 2{,}25 \times 0{,}80 = \frac{1{,}80\pi}{3} = 0{,}6\pi \approx \mathbf{1{,}885\ m^3}$$

Exemple 4 — Volume d'une boule

Un ballon de sport a un diamètre de 22 cm. Calculer son volume.

$R = \frac{22}{2} = 11$ cm.

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \times 11^3 = \frac{4}{3}\pi \times 1\,331 = \frac{5\,324\pi}{3} \approx \mathbf{5\,575{,}3\ cm^3} \approx 5{,}58 \text{ L}$$

APPLICATION

Un menuisier agenceur fabrique un tiroir en forme de pavé droit : longueur 60 cm, largeur 40 cm, hauteur 15 cm.

1. Calculer le volume intérieur du tiroir. 2. Calculer l'aire de la face avant (rectangulaire).

6. Sections planes de solides

DÉFINITION — SECTION PLANE

La **section** d'un solide par un plan est la figure obtenue par l'intersection du solide avec ce plan. C'est la forme que l'on voit si l'on « coupe » le solide.

PROPRIÉTÉ — SECTIONS DES SOLIDES USUELS

- **Cube / Pavé droit :** la section par un plan parallèle à une face est un **rectangle** (ou un carré)
- **Cylindre :** la section par un plan parallèle aux bases est un **cercle** ; par un plan contenant l'axe, c'est un **rectangle**
- **Cône :** la section par un plan parallèle à la base est un **cercle** de rayon plus petit
- **Boule :** toute section par un plan est un **cercle** (grand cercle si le plan passe par le centre)
- **Pyramide :** la section par un plan parallèle à la base est un polygone **semblable** à la base, réduit

MÉTHODE — CONSTRUIRE UNE SECTION PLANE

Pour construire la section d'un solide par un plan passant par des points donnés :

1. Repérer les points de la section qui sont sur les arêtes du solide
2. Utiliser la règle fondamentale : **si deux faces ont un plan sécant commun, l'intersection est une droite**
3. Chercher les intersections du plan sécant avec chaque face
4. Relier les points d'intersection obtenus pour tracer la section

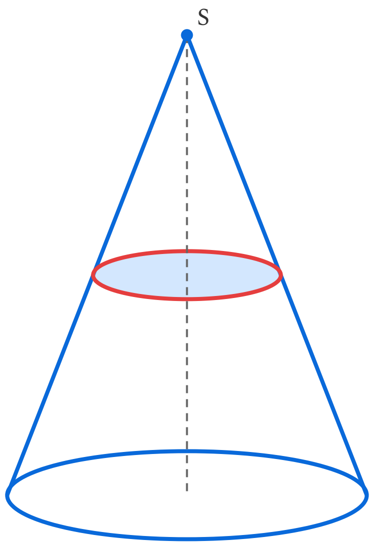
6.1. Section d'un cône par un plan parallèle à la base

PROPRIÉTÉ — RÉDUCTION DE LA SECTION CONIQUE

Si on coupe un cône de sommet S, de rayon R et de hauteur H par un plan parallèle à la base situé à la distance h du sommet, la section est un cercle de rayon :

$$r = R \times \frac{h}{H}$$

Le rapport de réduction est $\frac{h}{H}$.



Exemple 5 — Section d'un cône

Un cône de hauteur $H = 12$ cm et de rayon de base $R = 5$ cm est coupé par un plan parallèle à la base, à $h = 8$ cm du sommet. Quel est le rayon de la section ?

$$r = R \times \frac{h}{H} = 5 \times \frac{8}{12} = 5 \times \frac{2}{3} \approx \mathbf{3{,}33\ cm}$$

6.2. Section d'une boule par un plan

PROPRIÉTÉ — SECTION D'UNE BOULE

La section d'une boule de centre O et de rayon R par un plan situé à la distance d du centre ($d \leqslant R$) est un cercle de rayon :

$$r = \sqrt{R^2 - d^2}$$

Si $d = 0$ (le plan passe par le centre), la section est un **grand cercle** de rayon R.

Exemple 6 — Section d'une boule

Une boule de rayon $R = 10$ cm est coupée par un plan situé à $d = 6$ cm de son centre. Calculer le rayon de la section.

$$r = \sqrt{R^2 - d^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{100 - 36} = \sqrt{64} = \mathbf{8\ cm}$$

7. Assemblages de solides

MÉTHODE — CALCULER LE VOLUME D'UN SOLIDE COMPOSÉ

En situation professionnelle, les objets sont souvent des

assemblages

de solides simples. Pour calculer le volume total :

1. Décomposer l'objet en solides simples (cylindre + cône, pavé + pyramide, etc.)
2. Calculer le volume de chaque partie
3. Additionner les volumes (ou soustraire si un solide est évidé)

Exemple 7 — Silo à grain (cylindre + cône)

Un silo à grain est constitué d'un cylindre de rayon 3 m et de hauteur 8 m surmonté d'un cône de même rayon et de hauteur 2 m. Calculer le volume total du silo.

Volume du cylindre :

$$V_{\text{cyl}} = \pi \times 3^2 \times 8 = 72\pi \approx 226{,}2 \text{ m}^3$$

Volume du cône :

$$V_{\text{cône}} = \frac{1}{3}\pi \times 3^2 \times 2 = \frac{18\pi}{3} = 6\pi \approx 18{,}8 \text{ m}^3$$

Volume total :

$$V_{\text{total}} = 72\pi + 6\pi = 78\pi \approx \mathbf{245{,}0 \ m^3}$$

8. Conversions de volumes

À retenir — Conversions essentielles

Conversion	Valeur
1 m^3	**1 000 L = 1 000 dm^3**
1 dm^3	**1 L = 1 000 cm^3**
1 cm^3	**1 mL = 0,001 L**
1 L	**1 000 mL = 1 000 cm^3**

Règle : pour convertir des m^3 en dm^3, on multiplie par 1 000 (on décale de 3 rangs). Pour passer de dm^3 en cm^3, on multiplie encore par 1 000.

APPLICATION

Un artisan menuisier taille une pyramide décorative à base carrée de côté 15 cm et de hauteur 20 cm dans un bloc de bois. Il veut savoir si ce bloc tient dans une boîte cubique de côté 20 cm.

Calculer le volume de la pyramide, puis comparer à celui de la boîte.

9. Exercices résolus

Exercice résolu 1 — Conduit de cheminée

Un installateur thermique doit isoler un conduit de cheminée cylindrique de diamètre extérieur 20 cm et de longueur 3 m. Il entoure le conduit d'un isolant vendu au m^2. Quelle surface d'isolant doit-il prévoir ?

Voir la correction

Exercice résolu 2 — Bac de rangement pyramidal

Un ébéniste fabrique un bac décoratif en forme de pyramide à base carrée de côté 30 cm et de hauteur 20 cm. Quel volume de terre pourra-t-on y mettre ?

Voir la correction

APPLICATION

Un artisan menuisier fabrique une cuve cylindrique en bois (sans couvercle) de rayon 25 cm et de hauteur 40 cm pour stocker des copeaux.

1. Calculer le volume de la cuve (en litres). 2. Calculer la surface de bois nécessaire (base + paroi latérale).

Simulation interactive

Solides de l'espace — Visualisation 3D

10. Erreurs fréquentes

Confondre volume et aire

Le volume se mesure en cm^3, dm^3 ou L. L'aire (surface) se mesure en cm^2 ou m^2. Utiliser la mauvaise formule ou la mauvaise unité est une erreur fréquente.

Conseil : vérifier l'homogénéité des unités et se demander si la question porte sur « combien de matière » (volume) ou sur « quelle surface » (aire).

Utiliser le diamètre à la place du rayon

Dans les formules du cylindre, du cône et de la boule, c'est le *rayon* r qui intervient, pas le diamètre d. Prendre d au lieu de r multiplie la surface par 4 et le volume par 8.

Conseil : toujours diviser le diamètre par 2 avant d'utiliser les formules : $r = d/2$.

Oublier le facteur $\frac{1}{3}$ pour le cône et la pyramide

Les formules de volume du cône et de la pyramide contiennent un facteur $\frac{1}{3}$. Ce facteur est souvent omis, ce qui donne un résultat 3 fois trop grand.

Conseil : associer le $\frac{1}{3}$ à la « pointe » : un cône ou une pyramide occupe un tiers du volume du cylindre ou prisme correspondant.

Mal convertir les unités de volume

1 dm^3 = 1 L = 1 000 cm^3. Oublier ce facteur 1 000 est fréquent lors de la conversion $cm^3 \to$ L.

Conseil : pour passer de cm^3 à L, diviser par 1 000. Pour passer de m^3 à L, multiplier par 1 000.

MATHÉMATIQUES

07

Géométrie dans l'espace

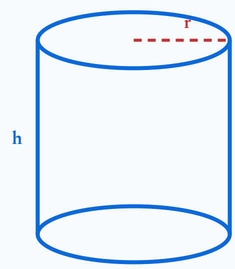
1ère Bac Pro | Géométrie | Mathématiques

Socle | Standard | Approfondissement | Tout voir

Objectifs du chapitre — cliquer pour développer

Rappels essentiels

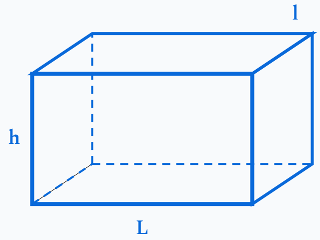
- **Pavé droit** : $V = L \times l \times h$; aire totale $= 2(Ll + Lh + lh)$
- **Cylindre** : $V = \pi r^2 h$; aire latérale $= 2\pi rh$
- **Cône** : $V = \dfrac{1}{3}\pi r^2 h$; aire latérale $= \pi rg$ (avec g l'apothème)
- **Sphère** : $V = \dfrac{4}{3}\pi r^3$; aire $= 4\pi r^2$
- **Pyramide** : $V = \dfrac{1}{3} \times$ aire base $\times h$
- On prendra $\pi \approx 3{,}14$ sauf indication contraire.



Cylindre

Exercices guidés pas à pas

EXERCICE 1 **Volume d'un pavé droit** SOCLE



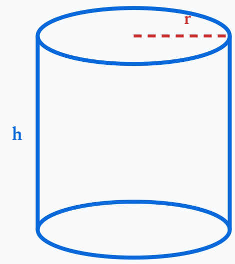
Pavé droit (arêtes cachées en pointillé)

Un menuisier fabrique un coffre de rangement en forme de pavé droit de dimensions 80 cm, 50 cm et 40 cm.

1. Calculer le volume du coffre en cm^3.
2. Convertir ce volume en litres.
3. Calculer l'aire totale des faces extérieures.

Mes calculs :

EXERCICE 2 Volume d'un cylindre SOCLE



Cylindre

Un tuyau de chauffage a un diamètre intérieur de 8 cm et une longueur de 2 m.

1. Calculer le rayon en cm.
2. Calculer le volume intérieur du tuyau en cm^3 (arrondir à l'unité).
3. En déduire la contenance en litres (arrondir au dixième).

Mes calculs :

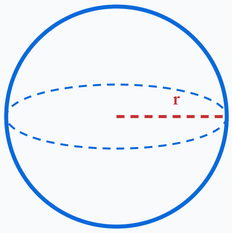
EXERCICE 3 **Volume d'un cône** SOCLE

Un entonnoir a la forme d'un cône de rayon 6 cm et de hauteur 10 cm.

1. Calculer le volume de l'entonnoir (arrondir à l'unité).
2. Quelle quantité de liquide (en cL) peut-il contenir ?

Mes calculs :

EXERCICE 4 Volume et aire d'une sphère SOCLE



Sphère

Une boule décorative en bois a un diamètre de 12 cm.

1. Calculer son volume (arrondir à l'unité).
2. Calculer l'aire de sa surface (arrondir à l'unité).
3. Un artisan souhaite la vernir. Si 1 mL de vernis couvre 50 cm^2, quelle quantité de vernis (en mL) faut-il ?

Mes calculs :

EXERCICE 5 **Cuve cylindrique – Contenance** SOCLE

Un technicien chauffagiste installe une cuve cylindrique de diamètre 1,2 m et de hauteur 1,5 m.

1. Calculer le volume de la cuve en m^3 (arrondir au centième).
   Aide : le rayon est la moitié du diamètre. On utilise $V = \pi \times r^2 \times h$.
2. Convertir en litres.
   Aide : $1\ m^3 = 1\,000\ L$.
3. La cuve doit stocker au moins 1 500 L d'eau. Est-ce suffisant ?
4. Calculer l'aire de tôle nécessaire pour fabriquer cette cuve (fond + paroi latérale, sans couvercle).
   Aide : aire du fond $= \pi r^2$, aire latérale $= 2\pi rh$. Additionner les deux.

Mes calculs :

____

____

____

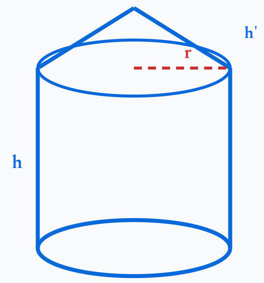
EXERCICE 6 **Pyramide à base rectangulaire** SOCLE

Un architecte conçoit un toit en forme de pyramide à base rectangulaire de 6 m sur 4 m et de hauteur 3 m.

1. Calculer le volume d'air sous le toit.
   Aide : commencer par l'aire de la base rectangulaire, puis appliquer $V = \frac{1}{3} \times \text{aire base} \times h$.
2. Si l'on souhaite isoler ce volume avec un matériau coûtant 12 €/m^3, quel est le coût ?
   Aide : multiplier le volume par le prix au m^3.

Mes calculs :

EXERCICE 7 **Solide composé – Silo à grain** SOCLE



Cylindre surmonté d'un cône

Un silo a la forme d'un cylindre surmonté d'un cône. Le cylindre a un rayon de 3 m et une hauteur de 8 m. Le cône a le même rayon et une hauteur de 2 m.

1. Calculer le volume du cylindre (arrondir au dixième).
   Aide : $V_{\text{cyl}} = \pi \times r^2 \times h$.
2. Calculer le volume du cône (arrondir au dixième).
   Aide : $V_{\text{cône}} = \dfrac{1}{3} \times \pi \times r^2 \times h$.
3. Calculer le volume total du silo.
   Aide : additionner les deux volumes.
4. Un mètre cube de grain pèse 750 kg. Quelle masse de grain le silo peut-il contenir ?

Mes calculs :

______

______

______

EXERCICE 8 **Aire latérale et peinture** SOCLE

Un artisan doit peindre l'extérieur d'un réservoir cylindrique (sans le fond ni le couvercle) de rayon 1,5 m et de hauteur 3 m.

1. Calculer l'aire latérale du réservoir.
   Aide : aire latérale d'un cylindre $= 2\pi r h$.
2. Un pot de peinture couvre 10 m^2. Combien de pots faut-il acheter pour deux couches ?
   Aide : calculer l'aire totale pour 2 couches, puis diviser par 10. Arrondir au pot supérieur.

Mes calculs :

Exercices d'application

EXERCICE 9 **Cuve d'eau chaude – Dimensionnement** STANDARD

Un installateur thermique doit dimensionner une cuve cylindrique pour stocker 2 000 litres d'eau chaude sanitaire. Le client impose un diamètre maximal de 1 m.

1. Convertir le volume souhaité en m^3.
2. En déduire la hauteur minimale de la cuve (arrondir au centième de mètre).
3. La cuve sera surmontée d'un cône de même rayon et de hauteur 0,4 m pour faciliter l'écoulement. Calculer le volume supplémentaire apporté par le cône.
4. Calculer le volume total de la cuve complète (cylindre + cône).
5. Calculer l'aire totale de tôle nécessaire (fond circulaire + paroi cylindrique + paroi conique). L'apothème du cône vaut $g = \sqrt{0{,}5^2 + 0{,}4^2}$.

Mes calculs :

EXERCICE 10 **Section d'un cylindre par un plan** STANDARD

Un charpentier doit tailler un poteau cylindrique de rayon 10 cm et de longueur 2 m. Il réalise une coupe horizontale (perpendiculaire à l'axe du cylindre) à 60 cm du sol.

1. Quelle est la forme de la section obtenue ? Donner ses dimensions.
2. Calculer l'aire de cette section.
3. Il réalise ensuite une coupe verticale passant par l'axe du cylindre. Quelle est la forme de la section obtenue ? Donner ses dimensions.
4. Calculer l'aire de cette section rectangulaire.
5. Calculer le volume de la portion de poteau située sous la première coupe (entre le sol et 60 cm).

Mes calculs :

EXERCICE 11 **Meuble sur mesure – Volume de rangement** STANDARD

Un ébéniste conçoit un meuble de rangement composé de :

- un caisson principal en forme de pavé droit de 120 cm de long, 50 cm de profondeur et 80 cm de hauteur ;
- un compartiment arrondi sur le dessus en forme de demi-cylindre de même longueur et de diamètre 50 cm.

1. Calculer le volume du caisson principal en cm^3.
2. Calculer le volume du demi-cylindre (arrondir à l'unité).
3. En déduire le volume total de rangement en litres.
4. Le bois utilisé (hêtre) a une masse volumique de 0,70 g/cm^3. Si les parois ont une épaisseur de 2 cm, estimer la masse du meuble en sachant que le volume de bois est d'environ 45 000 cm^3.

Mes calculs :

Exercices d'approfondissement

EXERCICE 12 **Ballon d'eau chaude – Comparaison** APPROFONDISSEMENT

Un installateur thermique doit choisir entre deux ballons d'eau chaude :

- **Ballon A** : cylindrique, diamètre 50 cm, hauteur 120 cm.
- **Ballon B** : cylindrique, diamètre 60 cm, hauteur 90 cm.

1. Calculer le volume de chaque ballon en litres.
2. Lequel a la plus grande contenance ?
3. Calculer l'aire totale de tôle (deux disques + paroi latérale) pour chaque ballon.
4. Lequel nécessite le moins de matière première ? Quel ballon choisir pour minimiser les coûts de fabrication ?

Mes calculs :

EXERCICE 13 **Pièce de bois composite** APPROFONDISSEMENT

Un charpentier taille une pièce de bois constituée d'un cylindre de rayon 5 cm et de hauteur 20 cm, surmonté d'une demi-sphère de même rayon.

1. Calculer le volume du cylindre.
2. Calculer le volume de la demi-sphère.
3. En déduire le volume total de la pièce.
4. La masse volumique du chêne est de 0,72 g/cm^3. Calculer la masse de la pièce (arrondir au gramme).

Mes calculs :

EXERCICE 14 Problème inverse – Trouver une dimension APPROFONDISSEMENT

Un réservoir cylindrique doit contenir exactement 500 litres. Son diamètre est de 80 cm.

1. Convertir 500 L en cm^3.
2. En déduire la hauteur nécessaire (arrondir au dixième de cm).
3. On souhaite maintenant que la hauteur soit de 80 cm. Quel rayon faudrait-il (arrondir au dixième de cm) ?

Mes calculs :

EXERCICE 15 **Synthèse – Réservoir compartimenté** APPROFONDISSEMENT

Un technicien conçoit un réservoir composé de deux parties :

- Une partie haute cylindrique de rayon 40 cm et de hauteur 60 cm.
- Une partie basse en forme de cône (pointe vers le bas) de même rayon et de hauteur 30 cm.

1. Calculer le volume de la partie cylindrique (en litres, arrondir au dixième).
2. Calculer le volume de la partie conique (en litres, arrondir au dixième).
3. Calculer le volume total du réservoir.
4. Si l'on remplit le réservoir aux $\frac{3}{4}$ de sa capacité, quel volume d'eau contient-il ?
5. Calculer l'aire totale de la surface extérieure du réservoir (disque supérieur + paroi cylindrique + paroi conique). L'apothème du cône vaut $g = \sqrt{40^2 + 30^2} = 50$ cm.

Mes calculs :

MATHÉMATIQUES

07

Géométrie dans l'espace

Géométrie dans l'espace | 1ère Bac Pro

Socle | Standard | Approfondissement | Tout voir

Objectifs du chapitre — cliquer pour développer

Durée : 1 heure   **Calculatrice :** autorisée   **Barème :** 20 points

Documents : non autorisés

APP - S'Approprier   ANA - Analyser   REA - Réaliser   VAL - Valider   COM - Communiquer

Rappels de formules :

- Cylindre : $V = \pi r^2 h$; $S_{\text{latérale}} = 2\pi r h$; $S_{\text{totale}} = 2\pi r(r+h)$
- Cône : $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$; $S_{\text{latérale}} = \pi r g$ (avec g la génératrice)
- Sphère : $V = \frac{4}{3}\pi r^3$; $S = 4\pi r^2$

SOCLE

Exercice 1 – Calculs de volumes guidés

10 points

Partie A – Volume d'un cylindre

On considère un cylindre de rayon $r = 5$ cm et de hauteur $h = 8$ cm.

Rappel : $V_{\text{cylindre}} = \pi \times r^2 \times h$

1. REA Compléter le calcul du volume du cylindre : *(2 pts)*

$V = \pi \times \ldots^2 \times \ldots = \pi \times \ldots \times \ldots = \ldots \pi \text{ cm}^3$

2. REA À l'aide de la calculatrice, donner l'arrondi au dixième de ce volume. *(1 pt)*

Aide : taper $200 \times \pi$ sur la calculatrice.

Partie B – Volume d'une sphère

On considère une sphère de rayon $r = 3$ cm.

Rappel : $V_{\text{sphère}} = \dfrac{4}{3} \times \pi \times r^3$

3. REA Compléter les étapes du calcul : *(3 pts)*

Étape 1 : Calculer $r^3 = 3^3 = 3 \times 3 \times 3 = \ldots$

Étape 2 : Calculer $\dfrac{4}{3} \times 27 = \ldots$

Étape 3 : Donc $V = \ldots \times \pi \approx \ldots$ cm^3 (arrondi au dixième)

Partie C – Surface d'une sphère

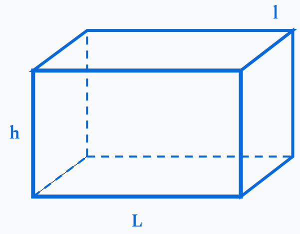
Rappel : $S_{\text{sphère}} = 4 \times \pi \times r^2$

4. REA Calculer la surface de la sphère de rayon $r = 3$ cm. Compléter : *(2 pts)*

$S = 4 \times \pi \times \ldots^2 = 4 \times \pi \times \ldots = \ldots\pi \approx \ldots$ cm^2

---

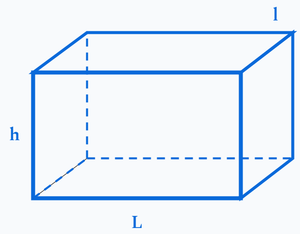
5. VAL La surface trouvée est-elle plus grande ou plus petite que 100 cm^2 ? *(2 pts)*



Pavé droit

Exercice 2 – Un pot de peinture cylindrique

10 points



Pavé droit

Contexte professionnel : Un menuisier doit estimer la contenance d'un pot de peinture cylindrique pour vernir des panneaux de bois.

Le pot de peinture a la forme d'un cylindre de diamètre $d = 20$ cm et de hauteur $h = 30$ cm.

1. APP Quel est le rayon du pot de peinture ? *(1 pt)*

Aide : le rayon est la moitié du diamètre.

---

2. REA Calculer le volume du pot en cm^3. Compléter les étapes : *(3 pts)*

Étape 1 : $r^2 = 10^2 = \ldots$

Étape 2 : $V = \pi \times \ldots \times 30 = \ldots \pi$

Étape 3 : $V \approx \ldots$ cm^3 (arrondi au dixième)

3. REA Convertir ce volume en litres. *(2 pts)*

Rappel : 1 litre = 1 000 cm^3. Donc on divise par 1 000.

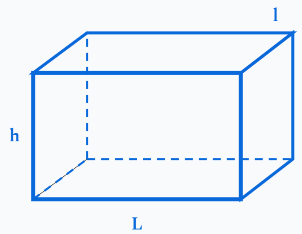
4. VAL Le menuisier a besoin de 8 litres de vernis. Un seul pot suffit-il ? Justifier. *(2 pts)*

5. COM Combien de pots faut-il acheter au minimum pour avoir 8 litres ? *(2 pts)*

STANDARD

Exercice 1 – Volumes et surfaces de solides

10 points



Pavé droit

Partie A – Cylindre

On considère un cylindre de rayon $r = 3$ cm et de hauteur $h = 10$ cm.

1. REA Calculer le volume du cylindre. Donner la valeur exacte puis l'arrondi au dixième. *(2 pts)*

2. REA Calculer la surface totale du cylindre. Donner la valeur exacte puis l'arrondi au dixième. *(2 pts)*

Partie B – Cône

On considère un cône de rayon de base $r = 5$ cm et de hauteur $h = 12$ cm.

3. REA Calculer le volume du cône. Donner la valeur exacte puis l'arrondi au dixième. *(2 pts)*

Partie C – Sphère

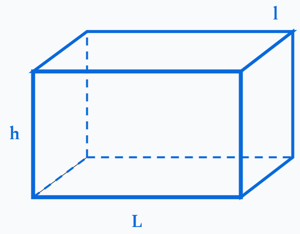
On considère une sphère de rayon $r = 4$ cm.

4. REA Calculer le volume de la sphère. Donner la valeur exacte puis l'arrondi au dixième. *(2 pts)*

5. REA Calculer la surface de la sphère. Donner la valeur exacte puis l'arrondi au dixième. *(2 pts)*

Exercice 2 – Réservoir industriel

10 points



Pavé droit

Contexte professionnel : Un technicien chauffagiste doit installer un réservoir d'eau chaude dans un local technique. Le réservoir est composé d'un cylindre surmonté d'une demi-sphère (voir schéma ci-dessous).

Partie A – Réservoir cylindrique simple

On considère d'abord un réservoir cylindrique de diamètre $d = 60$ cm et de hauteur $h = 1{,}20$ m.

1. APP Donner le rayon du réservoir en mètres. *(1 pt)*

2. REA Calculer le volume du réservoir en m^3. Arrondir au millième. *(2 pts)*

3. VAL Convertir ce volume en litres. Le réservoir peut-il contenir 300 litres ? Justifier. *(2 pts)*

Partie B – Réservoir composite

On remplace le couvercle plat du réservoir par une demi-sphère de même rayon que le cylindre. La hauteur du cylindre reste $h = 1{,}20$ m et le rayon reste $r = 0{,}30$ m.

4. ANA Exprimer puis calculer le volume de la demi-sphère. Arrondir au millième. *(2 pts)*

5. REA Calculer le volume total du réservoir composite (cylindre + demi-sphère) en m^3 puis en litres. Arrondir au litre. *(2 pts)*

6. COM Le technicien doit choisir entre le réservoir cylindrique simple et le réservoir composite. Le modèle composite coûte 15 % de plus. Le client a besoin de stocker au minimum 350 litres. Quel modèle conseillez-vous ? Rédiger la réponse. *(1 pt)*

APPROFONDISSEMENT

Exercice 1 – Optimisation d'un silo à granulés

10 points

Contexte professionnel : Un installateur thermique doit dimensionner un silo à granulés de bois pour une chaudière. Le silo a la forme d'un cylindre surmonté d'un cône (pour l'alimentation par le haut) et reposant sur un cône inversé (pour l'évacuation par le bas).

Le silo est composé de trois parties :

- Un cylindre central de rayon $r = 0{,}80$ m et de hauteur $h_1 = 1{,}50$ m.
- Un cône supérieur de même rayon de base et de hauteur $h_2 = 0{,}60$ m.
- Un cône inférieur (inversé) de même rayon de base et de hauteur $h_3 = 0{,}40$ m.

1. REA Calculer le volume du cylindre central en m^3. Arrondir au centième. *(2 pts)*

2. REA Calculer le volume de chacun des deux cônes. Arrondir au centième. *(2 pts)*

3. ANA En déduire le volume total du silo en m^3. Arrondir au centième. *(2 pts)*

4. ANA Les granulés de bois ont une masse volumique d'environ 650 kg/m^3. Calculer la masse maximale de granulés que peut contenir le silo. Exprimer le résultat en tonnes. *(2 pts)*

5. VAL La consommation annuelle de la chaudière est estimée à 4,5 tonnes de granulés. Le silo permet-il de stocker la consommation d'une année complète ? Justifier. *(2 pts)*

Exercice 2 – Ballon d'eau chaude : choix du modèle

10 points

Contexte professionnel : Un plombier chauffagiste doit installer un ballon d'eau chaude sanitaire dans un appartement. Il dispose de deux modèles au catalogue.

Modèle A : cylindre de diamètre intérieur $d_A = 50$ cm et de hauteur utile $h_A = 1{,}40$ m.

Modèle B : cylindre de diamètre intérieur $d_B = 44$ cm surmonté d'une demi-sphère de même diamètre. La hauteur du cylindre est $h_B = 1{,}30$ m.

1. REA Calculer le volume du modèle A en litres. Arrondir au litre. *(2 pts)*

2. REA Calculer le volume du modèle B en litres (cylindre + demi-sphère). Arrondir au litre. *(3 pts)*

3. ANA Le modèle A coûte 420 euros et le modèle B coûte 510 euros. Calculer le prix par litre de capacité pour chaque modèle. Arrondir au centième d'euro. *(2 pts)*

4. COM Le client a besoin d'une capacité minimale de 250 litres et dispose d'un budget maximal de 500 euros. Rédiger un avis argumenté pour le conseiller sur le choix du modèle. *(3 pts)*