

Objectifs du chapitre

- Rappeler les rapports trigonométriques dans le triangle rectangle (cosinus, sinus, tangente)
- Découvrir le cercle trigonométrique et la mesure en radians
- Connaître les valeurs remarquables de cos et sin pour $0, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}$
- Utiliser la relation fondamentale $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$
- Calculer un côté ou un angle dans un triangle rectangle
- Appliquer la trigonométrie à des situations professionnelles et quotidiennes

Situation professionnelle — Menuisier agenceur

Un menuisier doit installer une rampe d'accès inclinée à 30° sur une hauteur de 1,5 m. Pour commander la bonne longueur de bois, il doit calculer la longueur de la rampe (l'hypoténuse du triangle rectangle formé). La trigonométrie est l'outil mathématique qui permet ce type de calcul à partir d'un angle et d'un seul côté connu.

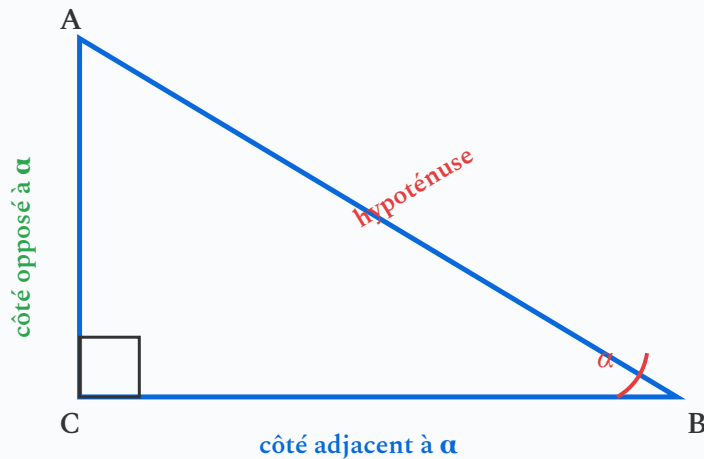
1. Rappels — Le triangle rectangle

En classe de 3ème et de Seconde, vous avez découvert les rapports trigonométriques dans un triangle rectangle. Ce chapitre reprend ces notions et les prolonge avec le cercle trigonométrique.

DÉFINITION Triangle rectangle :

Un **triangle rectangle** est un triangle qui possède un **angle droit** (90°). Le côté le plus long, situé en face de l'angle droit, s'appelle l'**hypoténuse**.

Le triangle rectangle et ses côtés



ATTENTION Bien identifier les côtés :

- L'**hypoténuse** est toujours le côté en face de l'angle droit. C'est le plus long côté.
- Le **côté opposé** à un angle est le côté qui ne touche pas cet angle.
- Le **côté adjacent** à un angle est le côté qui touche cet angle (et qui n'est pas l'hypoténuse).
- Les notions d'« opposé » et d'« adjacent » **changent selon l'angle considéré**.

2. Cosinus, sinus et tangente dans le triangle rectangle

DÉFINITION Rapports trigonométriques :

Dans un triangle rectangle, pour un angle aigu α :

- $\cos \alpha = \frac{\text{côté adjacent à } \alpha}{\text{hypoténuse}}$
- $\sin \alpha = \frac{\text{côté opposé à } \alpha}{\text{hypoténuse}}$
- $\tan \alpha = \frac{\text{côté opposé à } \alpha}{\text{côté adjacent à } \alpha}$

Moyen mnémotechnique : SOH — CAH — TOA

$$\sin = \frac{\text{Opposé}}{\text{Hypoténuse}}$$

$$\cos = \frac{\text{Adjacent}}{\text{Hypoténuse}}$$

$$\tan = \frac{\text{Opposé}}{\text{Adjacent}}$$

Comment retenir ? Pensez à la phrase : « Sur On Hésite — Car Aimant Hésiter — Tous Ont Abandonné ».

Exemple — Identifier les rapports

Soit un triangle rectangle ABC, rectangle en C, avec α l'angle en B.

- L'hypoténuse est AB (en face de l'angle droit C).
- Le côté opposé à α est AC (il ne touche pas B).
- Le côté adjacent à α est BC (il touche B, sans être l'hypoténuse).

$$\text{Donc : } \cos \alpha = \frac{BC}{AB} \quad \sin \alpha = \frac{AC}{AB} \quad \tan \alpha = \frac{AC}{BC}.$$

3. Propriétés fondamentales

PROPRIÉTÉ Relation entre tangente, sinus et cosinus :

Pour tout angle aigu α :

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

Démonstration intuitive

En divisant sinus par cosinus :

$$\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\frac{\text{opposé}}{\text{hypoténuse}}}{\frac{\text{adjacent}}{\text{hypoténuse}}} = \frac{\text{opposé}}{\text{hypoténuse}} \times \frac{\text{hypoténuse}}{\text{adjacent}} = \frac{\text{opposé}}{\text{adjacent}} = \tan \alpha$$

PROPRIÉTÉ Relation fondamentale de la trigonométrie :

Pour tout angle α :

$$\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$$

Démonstration par le théorème de Pythagore

Dans un triangle rectangle de côtés a (opposé), b (adjacent) et c (hypoténuse) :

Par le théorème de Pythagore : $a^2 + b^2 = c^2$.

En divisant chaque membre par c^2 :

$$\frac{a^2}{c^2} + \frac{b^2}{c^2} = 1 \iff \left(\frac{a}{c}\right)^2 + \left(\frac{b}{c}\right)^2 = 1 \iff \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

À retenir — Les trois formules clés

- $\cos \alpha = \frac{\text{adjacent}}{\text{hypoténuse}}$ $\sin \alpha = \frac{\text{opposé}}{\text{hypoténuse}}$ $\tan \alpha = \frac{\text{opposé}}{\text{adjacent}}$
- $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$
- $\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$

APPLICATION

Dans un triangle rectangle, l'angle aigu α vérifie $\sin \alpha = 0,6$. Calculer $\cos \alpha$ à l'aide de la relation fondamentale $\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$, puis vérifier avec la calculatrice.

4. Valeurs remarquables

Certains angles reviennent très souvent dans les calculs. Il est utile de connaître leurs valeurs trigonométriques exactes.

Angle α	0°	30°	45°	60°	90°
Radians	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2} \approx 0,87$	$\frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0,71$	$\frac{1}{2} = 0,5$	0
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2} = 0,5$	$\frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0,71$	$\frac{\sqrt{3}}{2} \approx 0,87$	1
$\tan \alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3} \approx 0,58$	1	$\sqrt{3} \approx 1,73$	non définie

ATTENTION Astuce pour retenir les valeurs de sinus :

Les valeurs de sin pour $0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ suivent le schéma :

$$\frac{\sqrt{0}}{2}, \quad \frac{\sqrt{1}}{2}, \quad \frac{\sqrt{2}}{2}, \quad \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \frac{\sqrt{4}}{2}$$

Et les valeurs de cos sont les mêmes, mais **dans l'ordre inverse**.

Exemple — Vérification de la relation fondamentale

Pour $\alpha = 60^\circ$:

$$\cos^2(60^\circ) + \sin^2(60^\circ) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 1 \quad \checkmark$$

5. Le cercle trigonométrique et le radian

DÉFINITION Le radian :

Le **radian** est une unité de mesure d'angle. Un angle de **1 radian** correspond à un arc de cercle dont la longueur est égale au rayon du cercle.

L'angle plat (180°) mesure π radians. Donc :

$$\boxed{180^\circ = \pi \text{ rad}} \quad \text{soit} \quad 1^\circ = \frac{\pi}{180} \text{ rad} \quad \text{et} \quad 1 \text{ rad} = \frac{180^\circ}{\pi} \approx 57,3^\circ$$

MÉTHODE

Convertir des degrés en radians et inversement :

1 **Degrés** \rightarrow **Radians** : multiplier par $\frac{\pi}{180}$.

$$\text{Exemple : } 60^\circ = 60 \times \frac{\pi}{180} = \frac{\pi}{3} \text{ rad.}$$

2 **Radians** \rightarrow **Degrés** : multiplier par $\frac{180}{\pi}$.

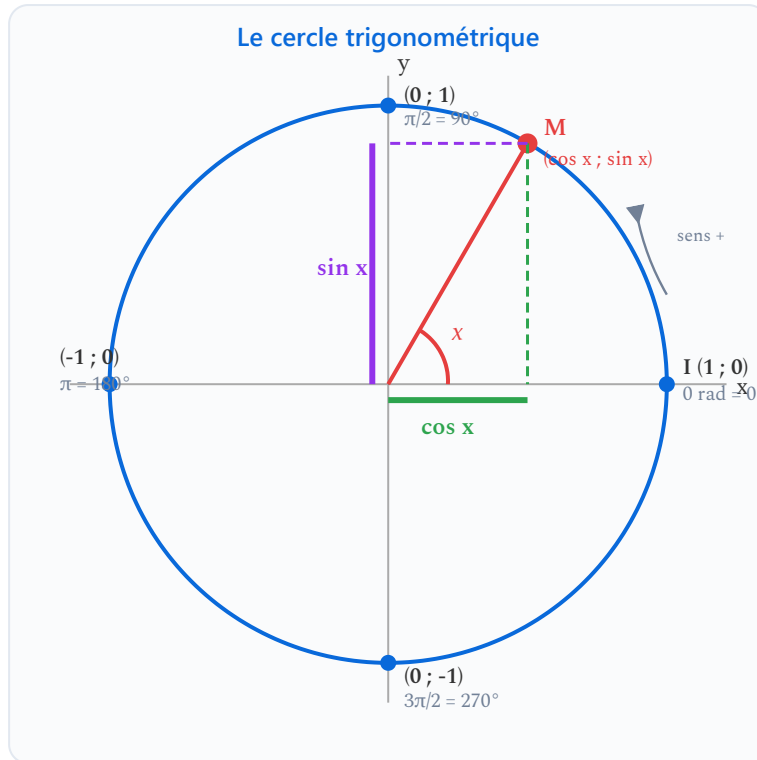
$$\text{Exemple : } \frac{\pi}{4} \text{ rad} = \frac{\pi}{4} \times \frac{180}{\pi} = 45^\circ.$$

DÉFINITION Le cercle trigonométrique :

Le **cercle trigonométrique** est un cercle de **rayon 1**, centré à l'origine d'un repère orthonormé. On l'utilise pour définir le cosinus et le sinus de tout nombre réel x .

On « enroule » la droite des réels autour du cercle à partir du point $I(1; 0)$:

- Le sens positif est le **sens inverse des aiguilles d'une montre** (sens trigonométrique).
- Le point M , image du réel x , a pour coordonnées $(\cos x; \sin x)$.



PROPRIÉTÉ Cosinus et sinus sur le cercle trigonométrique :

Le point M , image du réel x sur le cercle trigonométrique, a pour coordonnées :

$$M(\cos x ; \sin x)$$

- $\cos x$ est l'**abscisse** (projection sur l'axe horizontal).
- $\sin x$ est l'**ordonnée** (projection sur l'axe vertical).

PROPRIÉTÉ Encadrement de cos et sin :

Pour tout réel x :

$$-1 \leq \cos x \leq 1 \quad \text{et} \quad -1 \leq \sin x \leq 1$$

6. Angles associés

Le cercle trigonométrique permet de relier les cosinus et sinus d'angles qui ont des positions symétriques.

PROPRIÉTÉ Angles supplémentaires : $\pi - x$ et x (symétriques par rapport à l'axe des ordonnées)

$$\cos(\pi - x) = -\cos x \quad \sin(\pi - x) = \sin x$$

Angles opposés : $-x$ et x (symétriques par rapport à l'axe des abscisses)

$$\cos(-x) = \cos x \quad \sin(-x) = -\sin x$$

Angles complémentaires : $\frac{\pi}{2} - x$ et x

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x \quad \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$$

Exemple — Utilisation des angles associés

Calculer $\cos(120^\circ)$ et $\sin(120^\circ)$ à l'aide des valeurs de 60° .

On a $120^\circ = 180^\circ - 60^\circ$, donc ce sont des angles supplémentaires :

$$\cos(120^\circ) = \cos(180^\circ - 60^\circ) = -\cos(60^\circ) = -\frac{1}{2}$$

$$\sin(120^\circ) = \sin(180^\circ - 60^\circ) = \sin(60^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

7. Méthodes de calcul dans le triangle rectangle

7.1 Calculer la longueur d'un côté

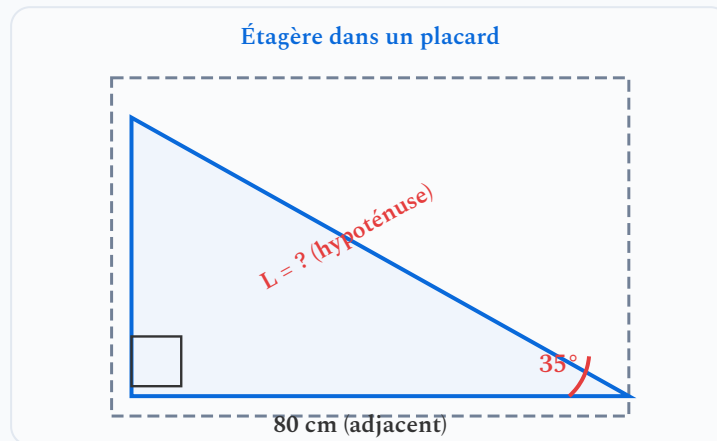
MÉTHODE

Calculer un côté connaissant un angle et un autre côté :

- 1 **Repérer** l'angle connu et identifier les côtés : hypoténuse, opposé, adjacent.
- 2 **Choisir** le rapport trigonométrique qui relie le côté cherché au côté connu (cos, sin ou tan).
- 3 **Écrire** l'équation et **isoler** l'inconnue.
- 4 **Calculer** à la calculatrice (vérifier qu'elle est en mode **degrés**).

Exemple — Calculer un côté (situation professionnelle)

Un menuisier agenceur doit installer une étagère en diagonale dans un placard. L'étagère fait un angle de 35° avec l'horizontale. Le placard mesure 80 cm de large. Quelle est la longueur de l'étagère ?



Résolution :

Par rapport à l'angle de 35° : le côté de 80 cm est le côté **adjacent**, et l'étagère est l'**hypoténuse**.

On utilise le **cosinus** :

$$\cos(35^\circ) = \frac{\text{adjacent}}{\text{hypoténuse}} = \frac{80}{L}$$

On isole L :

$$L = \frac{80}{\cos(35^\circ)} = \frac{80}{0,8192} \approx 97,7 \text{ cm}$$

L'étagère mesure environ **97,7 cm**.

7.2 Calculer un angle

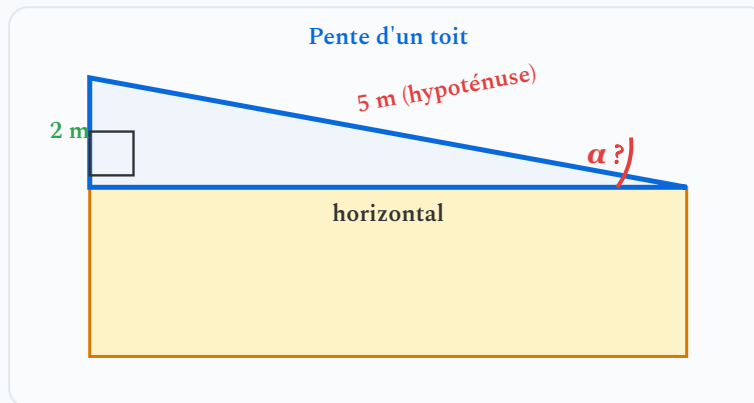
MÉTHODE

Calculer un angle connaissant deux côtés :

- 1 **Identifier** les deux côtés connus par rapport à l'angle cherché.
- 2 **Choisir** le rapport trigonométrique adapté.
- 3 **Calculer** la valeur du rapport (un nombre entre -1 et 1 pour cos et sin).
- 4 Utiliser la **touche inverse** de la calculatrice : \cos^{-1} (ou arccos), \sin^{-1} (ou arcsin), \tan^{-1} (ou arctan).

Exemple — Calculer un angle (pente d'un toit)

Un charpentier construit un toit dont la charpente mesure 5 m de long (suivant la pente) et s'élève de 2 m par rapport à l'horizontale. Quel est l'angle d'inclinaison du toit ?



Résolution :

Par rapport à α : le côté de 2 m est le côté **opposé**, et le côté de 5 m est l'**hypoténuse**.

On utilise le **sinus** :

$$\sin \alpha = \frac{\text{opposé}}{\text{hypoténuse}} = \frac{2}{5} = 0,4$$

On cherche l'angle :

$$\alpha = \sin^{-1}(0,4) \approx 23,6^\circ$$

L'angle d'inclinaison du toit est d'environ $23,6^\circ$.

ATTENTION Erreurs fréquentes avec la calculatrice :

- **Mode degrés/radians** : vérifiez toujours que votre calculatrice est en mode **DEG** (degrés) et non **RAD** (radians) quand vous travaillez en degrés. Un affichage « **RAD** » ou « **R** » en haut de l'écran signale le mode radian.
- **Touches inverses** : ne confondez pas $\sin(30^\circ) = 0,5$ (calcul direct) et $\sin^{-1}(0,5) = 30^\circ$ (calcul inverse). La touche inverse est souvent obtenue avec **2nde** ou **SHIFT**.
- **Arrondi** : ne pas arrondir les résultats intermédiaires. Arrondir uniquement le résultat final.

APPLICATION

Un menuisier installe une rampe d'accès pour PMR (personnes à mobilité réduite). La rampe fait un angle de 8° avec le sol. La longueur de la rampe est de 3,5 m. Calculer la hauteur h que cette rampe permet de gravir.

APPLICATION

Un technicien d'agencement mesure qu'une cloison fait un angle inconnu β avec le sol. Le pied de la cloison est à 1,2 m du mur et la cloison mesure 2,8 m de long. Calculer l'angle β en degrés.

8. Applications professionnelles

Situation professionnelle 1 — Calcul d'un escalier

Un artisan menuisier conçoit un escalier droit. L'escalier doit gravir une hauteur de 2,80 m avec un angle d'inclinaison de 38° par rapport au sol. Quelle longueur au sol (le **reculement**) faut-il prévoir ?

Résolution

Par rapport à l'angle de 38° :

- La hauteur (2,80 m) est le côté **opposé**.
- Le reculement est le côté **adjacent**.

On utilise la **tangente** :

$$\tan(38^\circ) = \frac{\text{opposé}}{\text{adjacent}} = \frac{2,80}{d}$$

On isole d :

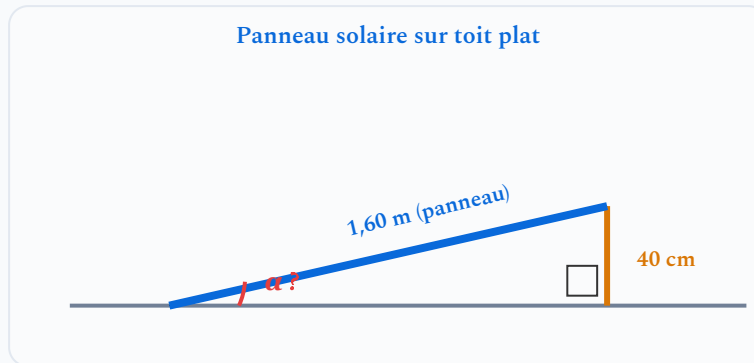
$$d = \frac{2,80}{\tan(38^\circ)} = \frac{2,80}{0,7813} \approx 3,58 \text{ m}$$

Il faut prévoir environ 3,58 m de reculement au sol.

Situation professionnelle 2 — Inclinaison d'un panneau solaire

Un installateur thermique pose un panneau solaire sur un toit plat. Le support mesure 40 cm de haut à l'arrière, et le panneau mesure 1,60 m de long. Quel est l'angle d'inclinaison du panneau par rapport à l'horizontale ?

Résolution



Par rapport à α : la hauteur (0,40 m) est le côté **opposé**, le panneau (1,60 m) est l'**hypoténuse**.

$$\sin \alpha = \frac{0,40}{1,60} = 0,25$$

$$\alpha = \sin^{-1}(0,25) \approx 14,5^\circ$$

Le panneau est incliné d'environ $14,5^\circ$ par rapport à l'horizontale.

Application sportive — Piste de ski

Une piste de ski descend de 200 m de dénivelé sur une distance horizontale de 800 m.
Quel est l'angle de la pente ?

Résolution

On connaît le côté opposé (200 m) et le côté adjacent (800 m). On utilise la tangente :

$$\tan \alpha = \frac{200}{800} = 0,25$$

$$\alpha = \tan^{-1}(0,25) \approx 14,0^\circ$$

La pente de la piste est d'environ 14° .

Remarque : on exprime souvent la pente en pourcentage : $\frac{200}{800} \times 100 = 25\%$. Une pente de 25 % correspond à un angle d'environ 14° .

9. La fonction sinus

Le programme de Première introduit la **fonction sinus**, qui modélise de nombreux phénomènes périodiques (courant alternatif, ondes sonores, marées, etc.).

DÉFINITION La fonction sinus :

La fonction sinus est la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \sin x$.

Sa courbe représentative est construite point par point à partir de l'enroulement de la droite des réels sur le cercle trigonométrique : pour chaque valeur de x , on lit l'**ordonnée** du point correspondant sur le cercle.

PROPRIÉTÉ Périodicité de la fonction sinus :

La fonction sinus est **périodique de période 2π** , c'est-à-dire :

$$\sin(x + 2\pi) = \sin x \quad \text{pour tout réel } x$$

La courbe se répète à l'identique tous les 2π (soit 360°).

PROPRIÉTÉ Caractéristiques de la fonction sinus :

- La fonction sinus est définie sur \mathbb{R} .
- Elle prend ses valeurs entre -1 et 1 : l'**amplitude** est 1 .
- Elle est **impaire** : $\sin(-x) = -\sin x$. Sa courbe est symétrique par rapport à l'origine.
- $\sin(0) = 0$, $\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$, $\sin(\pi) = 0$, $\sin\left(\frac{3\pi}{2}\right) = -1$, $\sin(2\pi) = 0$.

10. La fonction cosinus

DÉFINITION La fonction cosinus :

La fonction cosinus est la fonction g définie sur \mathbb{R} par $g(x) = \cos x$.

Pour chaque valeur de x , on lit l'**abscisse** du point correspondant sur le cercle trigonométrique.

PROPRIÉTÉ Caractéristiques de la fonction cosinus :

- La fonction cosinus est **périodique de période 2π** .
- Elle prend ses valeurs entre -1 et 1 .
- Elle est **paire** : $\cos(-x) = \cos x$. Sa courbe est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.
- $\cos(0) = 1$, $\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$, $\cos(\pi) = -1$, $\cos\left(\frac{3\pi}{2}\right) = 0$, $\cos(2\pi) = 1$.

PROPRIÉTÉ Lien entre sinus et cosinus :

La courbe du cosinus est obtenue par **translation** de la courbe du sinus :

$$\cos x = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$$

Autrement dit, la courbe du cosinus est la courbe du sinus « décalée de $\frac{\pi}{2}$ vers la gauche ».

11. Utilisation de la relation fondamentale

MÉTHODE

Trouver sin connaissant cos (ou inversement) :

- 1 Écrire la relation fondamentale : $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$.
- 2 Remplacer la valeur connue et isoler l'inconnue.
- 3 Prendre la racine carrée. Attention : il y a **deux solutions possibles** (positive et négative). On choisit le signe grâce au **cadran** dans lequel se trouve l'angle.

Exemple — Trouver sin connaissant cos

On sait que $\cos x = 0,6$ et que $x \in [0; \frac{\pi}{2}]$ (premier quadrant). Calculer $\sin x$.

Étape 1 :

$$\cos^2 x + \sin^2 x = 1$$

Étape 2 :

$$(0,6)^2 + \sin^2 x = 1 \quad \Longrightarrow \quad 0,36 + \sin^2 x = 1 \quad \Longrightarrow \quad \sin^2 x = 0,64$$

Étape 3 :

$$\sin x = \sqrt{0,64} = 0,8$$

(On prend la valeur positive car x est dans le premier quadrant, où le sinus est positif.)

12. Tableau récapitulatif — Quelle formule utiliser ?

Ce tableau vous aide à choisir le bon rapport trigonométrique en fonction des informations dont vous disposez.

Je connais	Je cherche	J'utilise	Formule
angle + hypoténuse	côté adjacent	cosinus	$\text{adj} = \text{hyp} \times \cos \alpha$
angle + hypoténuse	côté opposé	sinus	$\text{opp} = \text{hyp} \times \sin \alpha$
angle + côté adjacent	côté opposé	tangente	$\text{opp} = \text{adj} \times \tan \alpha$
angle + côté adjacent	hypoténuse	cosinus	$\text{hyp} = \frac{\text{adj}}{\cos \alpha}$
angle + côté opposé	hypoténuse	sinus	$\text{hyp} = \frac{\text{opp}}{\sin \alpha}$
angle + côté opposé	côté adjacent	tangente	$\text{adj} = \frac{\text{opp}}{\tan \alpha}$
2 côtés	angle	fonction inverse	$\alpha = \cos^{-1}, \sin^{-1} \text{ ou } \tan^{-1}$

13. Application complète

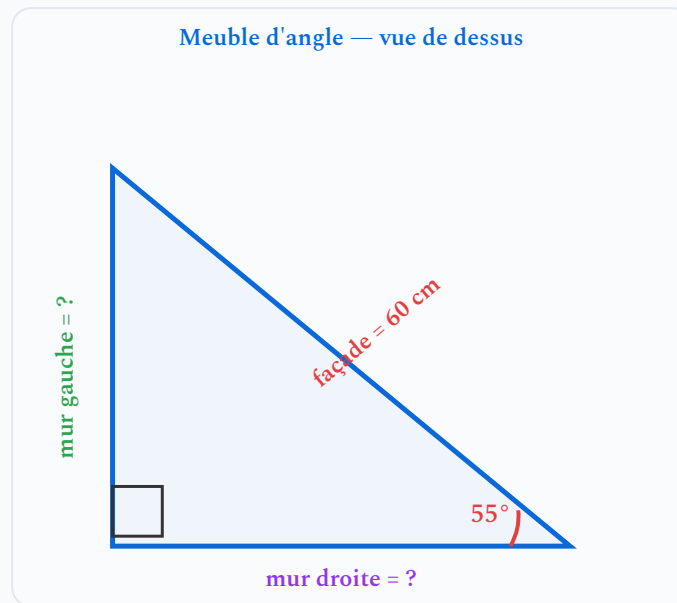
Situation professionnelle — Fabrication d'un meuble d'angle

Un menuisier agenceur doit fabriquer un meuble d'angle pour une cuisine. Le meuble occupe un coin à 90° et sa façade en diagonale mesure 60 cm. L'angle entre la façade et le mur de droite est de 55° .

Le menuisier doit calculer :

1. la profondeur du meuble le long du mur de droite ;
2. la profondeur du meuble le long du mur de gauche ;
3. vérifier ses résultats avec le théorème de Pythagore.

Résolution complète



1. Profondeur le long du mur de droite (côté adjacent à 55°) :

$$\cos(55^\circ) = \frac{\text{mur droite}}{60} \implies \text{mur droite} = 60 \times \cos(55^\circ) = 60 \times 0,5736 \approx 34,4 \text{ cm}$$

2. Profondeur le long du mur de gauche (côté opposé à 55°) :

$$\sin(55^\circ) = \frac{\text{mur gauche}}{60} \implies \text{mur gauche} = 60 \times \sin(55^\circ) = 60 \times 0,8192 \approx 49,1 \text{ cm}$$

3. Vérification par Pythagore :

$$34,4^2 + 49,1^2 = 1183,4 + 2410,8 = 3594,2$$

$$60^2 = 3600$$

Les valeurs sont cohérentes (l'écart vient des arrondis). Le calcul est **correct**.

4. Vérification par la relation fondamentale :

$$\cos^2(55^\circ) + \sin^2(55^\circ) = 0,5736^2 + 0,8192^2 = 0,329 + 0,671 = 1,000 \quad \checkmark$$

À retenir — L'essentiel du chapitre

- Dans un **triangle rectangle** : $\cos \alpha = \frac{\text{adj}}{\text{hyp}}$, $\sin \alpha = \frac{\text{opp}}{\text{hyp}}$, $\tan \alpha = \frac{\text{opp}}{\text{adj}}$.
- $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ et $\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$ (relation fondamentale).
- Le **radian** est une unité d'angle : $180^\circ = \pi \text{ rad}$.
- Le **cercle trigonométrique** (rayon 1) donne $\cos x$ (abscisse) et $\sin x$ (ordonnée).
- Valeurs remarquables à connaître : $0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ$.
- Pour **trouver un côté** : choisir le bon rapport, écrire l'équation, isoler l'inconnue.
- Pour **trouver un angle** : calculer le rapport puis utiliser la touche inverse (\cos^{-1} , \sin^{-1} , \tan^{-1}).
- Les fonctions sinus et cosinus sont **périodiques de période 2π** et prennent des valeurs entre -1 et 1 .

14. Erreurs fréquentes

✘ Inverser les côtés opposé et adjacent

Le côté opposé à l'angle α est en face de cet angle ; le côté adjacent est à côté de l'angle (mais différent de l'hypoténuse). Se tromper entraîne l'utilisation du mauvais rapport.

Conseil : identifier d'abord l'hypoténuse (face à l'angle droit), puis les côtés opposé et adjacent par rapport à l'angle donné.

✘ Calculatrice en mode RAD au lieu de DEG

Travailler avec une calculatrice en mode radians quand on calcule en degrés donne des résultats totalement faux. Par exemple, $\sin(30)$ en mode RAD donne 0,988 au lieu de 0,5.

Conseil : toujours vérifier le mode de la calculatrice avant tout calcul trigonométrique. Changer via le menu ou la touche DRG/MODE.

✘ Confondre \sin^{-1} et $\frac{1}{\sin}$

La notation $\sin^{-1}(\dots)$ désigne la *fonction arcsinus* (inverse de \sin), pas l'inverse multiplicatif $\frac{1}{\sin(\dots)}$.

Conseil : pour trouver un angle, utiliser la touche \sin^{-1} (ou ASIN/arcsin) de la calculatrice, pas $1/\sin$.

✘ Arrondir les valeurs intermédiaires

Arrondir à chaque étape accumule des erreurs et peut donner un résultat final incorrect. Par exemple, arrondir $\sin(35^\circ) = 0,57$ au lieu de $0,5736$ introduit une erreur.

Conseil : conserver toutes les décimales sur la calculatrice jusqu'à la toute dernière étape, puis arrondir uniquement le résultat final.

Simulation interactive

[Trigonométrie](#)

Socle

Standard

Approfondissement

Tout voir

 Objectifs du chapitre[cliquer pour développer](#)

Au programme : identifier les côtés d'un triangle rectangle (hypoténuse, opposé, adjacent), calculer cos, sin et tan, trouver un côté manquant, trouver un angle avec les fonctions inverses, valeurs remarquables, relation fondamentale $\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$.

Les exercices sont progressifs : commence par le niveau 1, puis avance à ton rythme.

À retenir

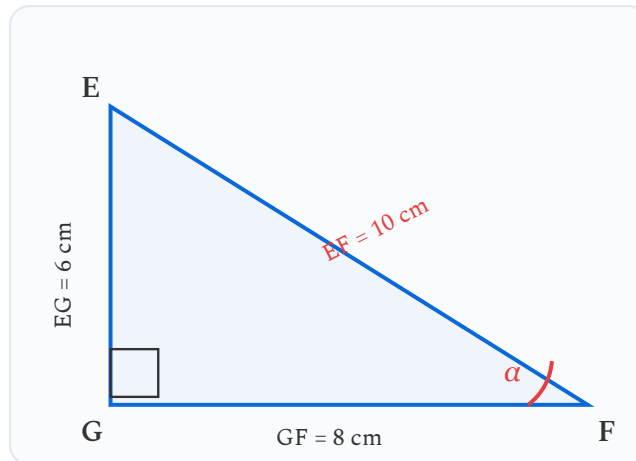
- $\cos \alpha = \frac{\text{adjacent}}{\text{hypoténuse}}$ $\sin \alpha = \frac{\text{opposé}}{\text{hypoténuse}}$ $\tan \alpha = \frac{\text{opposé}}{\text{adjacent}}$
- **SOH - CAH - TOA** : Sin = Opposé/Hypoténuse, Cos = Adjacent/Hypoténuse, Tan = Opposé/Adjacent
- **Relation fondamentale** : $\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$
- **Trouver un angle** : utiliser \cos^{-1} , \sin^{-1} ou \tan^{-1} à la calculatrice (mode DEG)

Exercices guidés pas à pas

EXERCICE 1 Identifier les côtés d'un triangle rectangle

SOCLE

Soit un triangle rectangle EFG, rectangle en G.



L'angle α est l'angle en F.

- Quel est le côté **hypoténuse** ? Justifier.
- Par rapport à l'angle α , quel est le côté **opposé** ? Le côté **adjacent** ?
- Écrire les trois rapports trigonométriques $\cos \alpha$, $\sin \alpha$ et $\tan \alpha$ sous forme de fraction.
- Calculer la valeur numérique de chaque rapport.

Mes calculs :

EXERCICE 2 QCM — Rapports trigonométriques

SOCLE

Dans un triangle rectangle ABC, rectangle en C, avec α l'angle en A. Choisir la bonne réponse.

Q1. $\cos \alpha =$

- a. $\frac{BC}{AB}$ b. $\frac{AC}{AB}$ c. $\frac{BC}{AC}$ d. $\frac{AB}{AC}$

Q2. $\sin \alpha =$

- a. $\frac{AC}{AB}$ b. $\frac{BC}{AB}$ c. $\frac{AB}{BC}$ d. $\frac{AC}{BC}$

Q3. $\tan \alpha =$

- a. $\frac{AC}{BC}$ b. $\frac{BC}{AB}$ c. $\frac{BC}{AC}$ d. $\frac{AB}{BC}$

Q4. Si $\cos \alpha = 0,5$, alors $\alpha =$

- a. 30° b. 45° c. 60° d. 90°

Mes calculs :

EXERCICE 3 Valeurs remarquables SOCLE

Compléter le tableau suivant sans calculatrice, en utilisant les valeurs remarquables du cours.

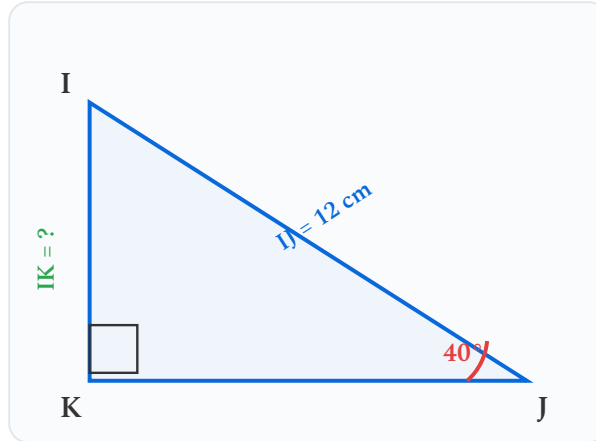
Angle	30°	45°	60°
cos
sin
tan

Mes calculs :

EXERCICE 4 Calculer un côté — Méthode guidée

SOCLE

Soit un triangle rectangle IJK, rectangle en K. L'angle en J vaut 40° et l'hypoténuse IJ = 12 cm. On cherche la longueur du côté IK.

**Suis les étapes :**

Étape 1 : Par rapport à l'angle de 40° (en J), le côté IK est le côté (opposé / adjacent / hypoténuse) ?

Étape 2 : Le côté IJ = 12 cm est le côté (opposé / adjacent / hypoténuse) ?

Étape 3 : On a le côté opposé et l'hypoténuse. On utilise donc : sin/cos/tan ?

Étape 4 : Compléter : $\sin(40^\circ) = \frac{\dots}{\dots}$

Étape 5 : Isoler IK : $IK = \dots \times \sin(40^\circ)$

Étape 6 : Calculer à la calculatrice : $IK = \dots \times \dots \approx \dots$ cm

Mes calculs :

EXERCICE 5 Calculer un angle — Méthode guidée

SOCLE

Dans un triangle rectangle RST, rectangle en T. On sait que $RS = 13$ cm et $ST = 5$ cm.
Calculer l'angle α en R.

Suis les étapes :

Étape 1 : Quel est le côté hypoténuse ?

Étape 2 : Par rapport à l'angle en R, le côté ST est le côté

Étape 3 : On connaît l'opposé et l'hypoténuse. On utilise : sin/cos/tan ?

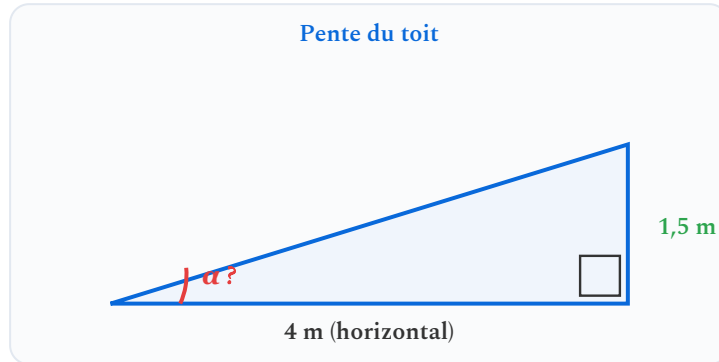
Étape 4 : Compléter : $\sin \alpha = \frac{\dots}{\dots} = \dots$

Étape 5 : À la calculatrice : $\alpha = \sin^{-1}(\dots) = \dots^\circ$

Mes calculs :

EXERCICE 6 Pente d'un toit — Exercice guidé SOCLE

Un charpentier construit un toit. La charpente s'élève de **1,5 m** sur une distance horizontale de **4 m**. On cherche l'angle d'inclinaison α du toit.



Étape 1 : Par rapport à α , la hauteur 1,5 m est le côté et la distance 4 m est le côté

Étape 2 : Opposé et adjacent \rightarrow on utilise la

Étape 3 : $\tan \alpha = \frac{\dots}{\dots} = \dots$

Étape 4 : $\alpha = \tan^{-1}(\dots) \approx \dots^\circ$

Mes calculs :

EXERCICE 7 Relation fondamentale — Vérification guidée

SOCLE

On sait que $\cos \alpha = 0,8$. L'angle α est aigu (entre 0° et 90°).

Calculer $\sin \alpha$ en utilisant la relation fondamentale.

Suis les étapes :

Étape 1 : Écrire la relation fondamentale : $\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = \dots$

Étape 2 : Remplacer : $(0,8)^2 + \sin^2 \alpha = 1$, donc $\dots + \sin^2 \alpha = 1$

Étape 3 : Isoler : $\sin^2 \alpha = 1 - \dots = \dots$

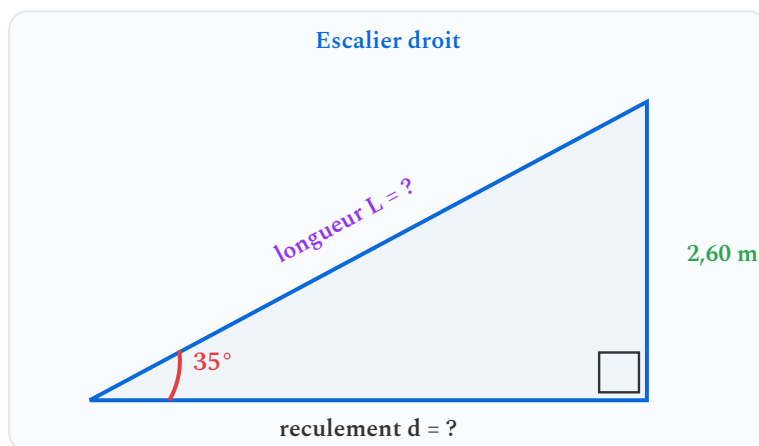
Étape 4 : Racine carrée : $\sin \alpha = \sqrt{\dots} = \dots$

Mes calculs :

Exercices d'application

EXERCICE 8 Calculer un côté manquant — Escalier STANDARD

Un artisan menuisier conçoit un escalier droit. L'escalier doit gravir une hauteur de **2,60 m** avec un angle d'inclinaison de 35° par rapport au sol.



- Calculer le reculement d (distance au sol) de l'escalier.
- Calculer la longueur L du limon (partie inclinée de l'escalier).
- Vérifier vos résultats avec le théorème de Pythagore.

Mes calculs :

EXERCICE 9 Inclinaison d'un panneau solaire **STANDARD**

Un installateur thermique pose un panneau solaire sur un support. Le panneau mesure **1,80 m** de long. Pour un rendement optimal en hiver, l'angle d'inclinaison doit être de **60°** par rapport à l'horizontale.

- a. Calculer la hauteur h du support arrière du panneau.
- b. Calculer l'emprise au sol d du panneau.
- c. Vérifier avec la relation fondamentale : $\cos^2(60^\circ) + \sin^2(60^\circ) = 1$.

Mes calculs :

EXERCICE 10 Étagère en angle — Menuiserie **STANDARD**

Un menuisier agenceur installe une étagère en diagonale dans un coin de mur. L'étagère mesure **95 cm** de long et fait un angle de **50°** avec le mur horizontal.

- Calculer la hauteur h atteinte par l'étagère sur le mur vertical.
- Calculer la largeur l occupée le long du mur horizontal.
- Le menuisier veut que l'étagère atteigne exactement 80 cm de haut. Quel angle devrait-il choisir ?

Mes calculs :

EXERCICE 11 Piste de ski — Dénivelé et distance

STANDARD

Une piste de ski a une pente de 28° par rapport à l'horizontale. Un skieur parcourt **600 m** le long de la piste.

- a. Quel dénivelé (hauteur) le skieur a-t-il descendu ?
- b. Quelle distance horizontale a-t-il parcourue ?
- c. Exprimer la pente en pourcentage.

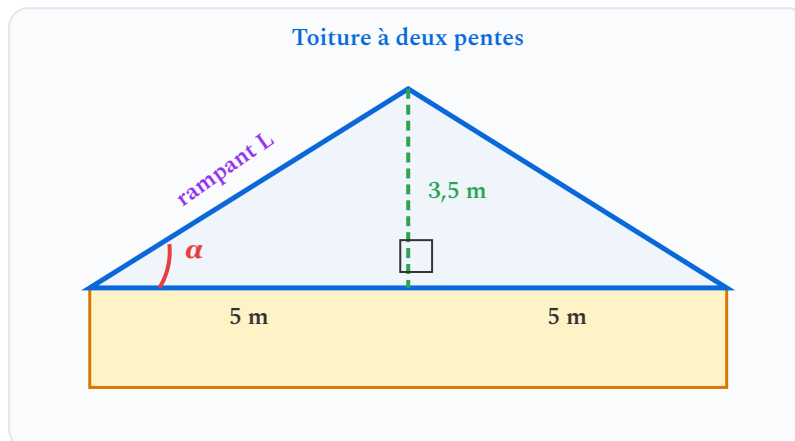
Mes calculs :

Exercices d'approfondissement

EXERCICE 12 Charpente à deux pentes

APPROFONDISSEMENT

Un charpentier doit réaliser une toiture à deux pentes symétriques. La largeur totale du bâtiment est de **10 m**. La hauteur du faîtage (point le plus haut) au-dessus du mur est de **3,5 m**.



- Calculer l'angle d'inclinaison α de chaque versant.
- Calculer la longueur L d'un rampant (du mur au faîtage).
- Calculer la surface totale de la toiture si le bâtiment mesure 12 m de long.
- Le charpentier commande des tuiles à $28\text{€}/\text{m}^2$. Quel est le coût total des tuiles (ajouter 10 % de marge pour les coupes) ?

Mes calculs :

EXERCICE 13 Relation fondamentale — Calculs algébriques

APPROFONDISSEMENT

- a. On sait que $\sin \alpha = \frac{5}{13}$ et que α est aigu. Calculer $\cos \alpha$ puis $\tan \alpha$ (valeurs exactes).
- b. On sait que $\cos \alpha = \frac{3}{5}$ et que α est aigu. Calculer $\sin \alpha$ et vérifier que $\tan \alpha = \frac{4}{3}$.
- c. Montrer que pour tout angle aigu α : $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$.

Mes calculs :

EXERCICE 14 Conception d'un meuble d'angle — Problème ouvert

APPROFONDISSEMENT

Un menuisier agenceur doit concevoir un meuble d'angle pour une cuisine. Le coin du mur forme un angle droit. Le client souhaite que :

- la façade diagonale mesure **70 cm**,
- le meuble occupe **exactement 50 cm** le long du mur de droite.

- Déterminer l'angle α entre la façade et le mur de droite.
- Calculer la profondeur du meuble le long du mur de gauche.
- Calculer l'aire de la surface au sol occupée par le meuble (triangle rectangle).
- Le client change d'avis et veut que le meuble soit symétrique (même profondeur sur les deux murs). Quelle serait alors la profondeur de chaque côté ? Quel serait l'angle α ?

Mes calculs :

EXERCICE 15 Cercle trigonométrique et angles associés

APPROFONDISSEMENT

- a. Convertir en radians : 30° , 120° , 210° , 330° .
- b. Calculer $\cos(120^\circ)$ et $\sin(120^\circ)$ à l'aide de la propriété des angles supplémentaires et des valeurs remarquables de 60° .
- c. Vérifier que $\cos^2(120^\circ) + \sin^2(120^\circ) = 1$.
- d. Déterminer $\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right)$ et $\sin\left(\frac{5\pi}{6}\right)$ en utilisant les angles associés.

Mes calculs :

ATTENTION Erreurs fréquentes à éviter :

- **Confondre opposé et adjacent** : ces notions dépendent de l'angle considéré. Toujours se demander «opposé à *quel angle* ?»
- **Mode calculatrice** : vérifier **DEG** (degrés) et non RAD si on travaille en degrés. $\sin(30) = 0,5$ en mode DEG mais $\sin(30) \approx -0,99$ en mode RAD !
- **Confondre sin et \sin^{-1}** : $\sin(30^\circ) = 0,5$ (calcul direct) ; $\sin^{-1}(0,5) = 30^\circ$ (calcul inverse). La touche inverse est obtenue avec **2nde** ou **SHIFT**.
- **Diviser au lieu de multiplier** : pour trouver l'hypoténuse à partir de l'adjacent et du cosinus, on **divise** : $\text{hyp} = \frac{\text{adj}}{\cos \alpha}$. Ne pas écrire $\text{hyp} = \text{adj} \times \cos \alpha$.
- **Arrondir trop tôt** : ne pas arrondir les résultats intermédiaires. Garder toutes les décimales et arrondir uniquement le résultat final.

Socle

Standard

Approfondissement

Tout voir

 Objectifs du chapitre[cliquer pour développer](#) **Durée** : 1 heure  **Calculatrice** : autorisée  **Barème** : 20 points **Documents** : non autorisés

APP - S'Approprier

ANA - Analyser

REA - Réaliser

VAL - Valider

COM - Communiquer

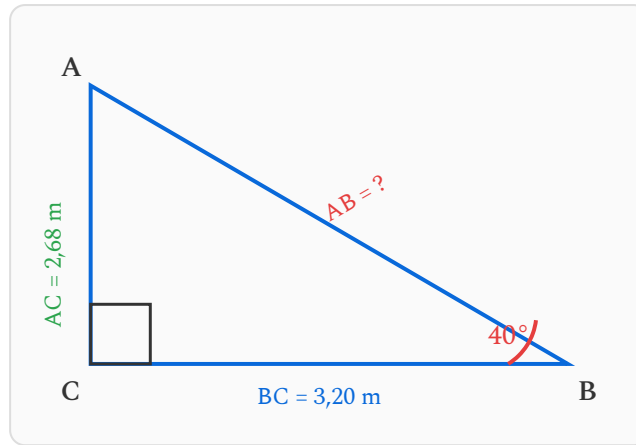
SOCLE

Exercice 1 – Identifier et utiliser les rapports trigonométriques**10 points**

Contexte professionnel : Un menuisier agencier doit calculer la longueur d'une étagère en diagonale placée dans un angle de mur. Il repère un triangle rectangle sur son plan.

Partie A – Identifier les côtés du triangle rectangle

Voici le triangle rectangle ABC rectangle en C avec $\widehat{ABC} = 40^\circ$, $BC = 3,20$ m et $AC = 2,68$ m.



Étape 1 : **APP** Identifier les côtés par rapport à l'angle $\widehat{ABC} = 40^\circ$. (2 pts)

Compléter les phrases suivantes :

- L'hypoténuse du triangle rectangle est le côté _____ car c'est le côté en face de _____.
- Par rapport à l'angle de 40° en B :
 - le côté opposé est _____
 - le côté adjacent est _____

Étape 2 : **ANA** Choisir la bonne relation trigonométrique. (2 pts)

On connaît le côté adjacent $BC = 3,20$ m et on cherche l'hypoténuse AB .

Rappel des formules :

$$\cos(\alpha) = \frac{\text{adjacent}}{\text{hypoténuse}} \quad \sin(\alpha) = \frac{\text{opposé}}{\text{hypoténuse}} \quad \tan(\alpha) = \frac{\text{opposé}}{\text{adjacent}}$$

La formule qui utilise le côté adjacent et l'hypoténuse est : _____

Étape 3 : **REA** Calculer la longueur AB . (3 pts)

On écrit la relation :

$$\cos(40^\circ) = \frac{BC}{AB} = \frac{3,20}{AB}$$

On isole AB :

$$AB = \frac{3,20}{\cos(40^\circ)} = \frac{3,20}{\dots\dots\dots} \approx \text{----- m (arrondir au centimètre)}$$

Étape 4 : **VAL** Vérifier le résultat. (1 pt)

L'hypoténuse AB doit être plus grande que le côté adjacent $BC = 3,20$ m. Votre

résultat est-il cohérent ? -----

Étape 5 : **COM** Rédiger la conclusion. (2 pts)

Le menuisier agenceur a besoin d'une étagère en diagonale de ----- m.

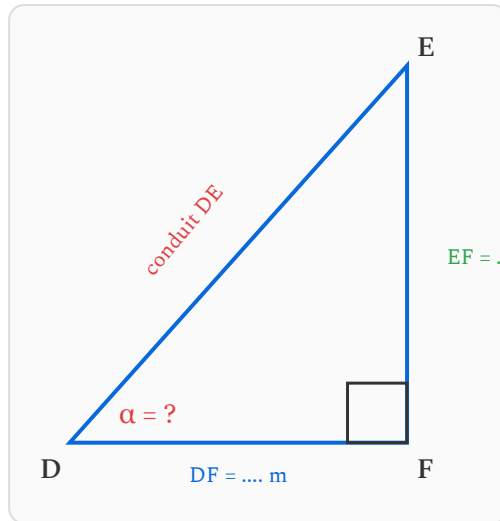
Exercice 2 – Retrouver un angle avec la trigonométrie inverse

10 points

Contexte professionnel : Un installateur thermique pose un conduit de fumée qui monte du poêle à bois vers la toiture. Pour respecter les normes, il doit vérifier l'angle d'inclinaison du conduit.

Le conduit part d'un point D au sol et rejoint un point E situé à 2,80 m de hauteur. La distance horizontale entre le pied du conduit et la verticale du point de sortie est $DF = 1,50$ m. Le triangle DEF est rectangle en F .

Étape 1 : **APP** Compléter le schéma ci-dessous en plaçant les données. (2 pts)



Étape 2 : **APP** Identifier les côtés par rapport à l'angle α en D . (2 pts)

Compléter :

- Côté opposé à α : _____ = _____ m
- Côté adjacent à α : _____ = _____ m

Étape 3 : **ANA** Quelle relation trigonométrique utiliser ? (1 pt)

On connaît le côté opposé et le côté adjacent, donc on utilise la formule :

$$\tan(\alpha) = \frac{\text{opposé}}{\text{adjacent}}$$

Étape 4 : **REA** Calculer la valeur de $\tan(\alpha)$, puis retrouver l'angle α . (3 pts)

On remplace :

$$\tan(\alpha) = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \text{_____}$$

On utilise la touche arctan (ou \tan^{-1}) de la calculatrice :

$$\alpha = \arctan(\dots\dots) \approx \text{_____}^\circ \text{ (arrondir au dixième)}$$

Étape 5 : **VAL** La norme impose un angle d'inclinaison du conduit d'au moins 45° par rapport à l'horizontale. Le conduit est-il conforme ? (2 pts)

L'angle trouvé est _____°. Cet angle est _____ (supérieur / inférieur) à 45°.

Conclusion : le conduit _____ (est conforme / n'est pas conforme) à la norme.

STANDARD

Exercice 1 – Conversions et valeurs remarquables

8 points

Partie A – Conversions degrés / radians

1. **REA** Convertir les angles suivants en radians (donner la valeur exacte) : (2 pts)

- a) 60° b) 120° c) 45° d) 210°
-
-

2. **REA** Convertir les angles suivants en degrés : (2 pts)

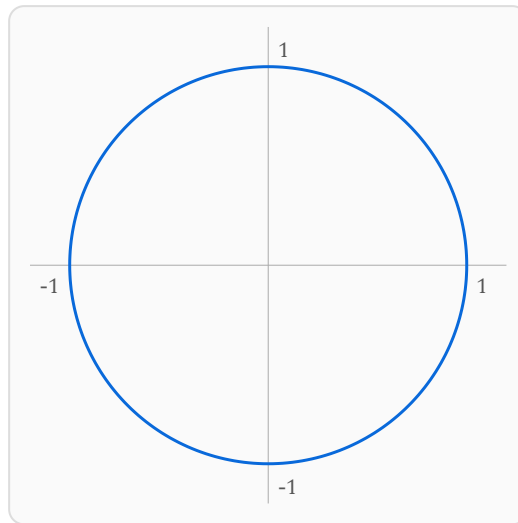
- a) $\frac{\pi}{6}$ rad b) $\frac{3\pi}{4}$ rad c) $\frac{5\pi}{3}$ rad d) 2π rad
-
-

Partie B – Valeurs exactes

3. **APP** Compléter le tableau des valeurs exactes suivant : (2 pts)

Angle	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$
cos			
sin			

4. **ANA** Placer sur le cercle trigonométrique les angles $\frac{\pi}{6}$, $\frac{\pi}{4}$, $\frac{\pi}{3}$ et $\frac{2\pi}{3}$. Indiquer pour chacun les valeurs de cosinus et sinus. (2 pts)



Exercice 2 – Trigonométrie appliquée à la construction

12 points

Contexte professionnel : Un charpentier doit réaliser la charpente d'un bâtiment. La toiture forme un triangle rectangle et il doit calculer différentes dimensions à partir des angles et longueurs connues.

Partie A – Hauteur d'un pignon de toiture

Le versant d'une toiture fait un angle de 35° avec l'horizontale. La longueur horizontale (demi-portée) mesure 4,50 m.

1. **APP** Faire un schéma du triangle rectangle formé et identifier l'angle, le côté adjacent et le côté opposé. (1 pt)

2. **ANA** Quelle relation trigonométrique (sin, cos ou tan) permet de calculer la hauteur du pignon ? Justifier. (2 pts)

3. **REA** Calculer la hauteur du pignon. Arrondir au centimètre. (2 pts)

4. **REA** En déduire la longueur du rampant (le versant de la toiture). Arrondir au centimètre. (2 pts)

Partie B – Rampe d'accès

Le charpentier doit aussi vérifier la conformité d'une rampe d'accès pour personnes à mobilité réduite. La norme impose une pente maximale de 5° . La rampe mesure 6 m de long (longueur au sol) et la hauteur à franchir est de 58 cm.

5. **ANA** Calculer l'angle α que fait la rampe avec l'horizontale. Arrondir au dixième de degré. (2 pts)

6. **VAL** La rampe est-elle conforme à la norme ? Justifier. (1 pt)

7. **COM** Si la rampe n'est pas conforme, quelle longueur minimale (au sol) faudrait-il pour respecter la norme avec la même hauteur de 58 cm ? Arrondir au dixième de mètre. Rédiger la réponse. (2 pts)

APPROFONDISSEMENT

Exercice 1 – Radians, cercle trigonométrique et valeurs remarquables

8
points

Partie A – Conversions et calculs en radians

1. **REA** Convertir en radians (valeur exacte) : 150° , 225° , 330° . (1,5 pt)

2. **REA** Convertir en degrés : $\frac{7\pi}{6}$ rad, $\frac{11\pi}{4}$ rad. (1 pt)

Partie B – Valeurs exactes et relation fondamentale

3. **APP** Calculer la valeur exacte de chaque expression sans calculatrice : (2 pts)

a) $A = \cos^2\left(\frac{\pi}{3}\right) + \sin^2\left(\frac{\pi}{3}\right)$

b) $B = 2 \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) \cos\left(\frac{\pi}{6}\right)$

4. **ANA** On donne $\cos(\alpha) = \frac{3}{5}$ avec $\alpha \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$. (2 pts)

a) En utilisant la relation fondamentale $\cos^2(\alpha) + \sin^2(\alpha) = 1$, calculer $\sin(\alpha)$.

b) En déduire $\tan(\alpha)$.

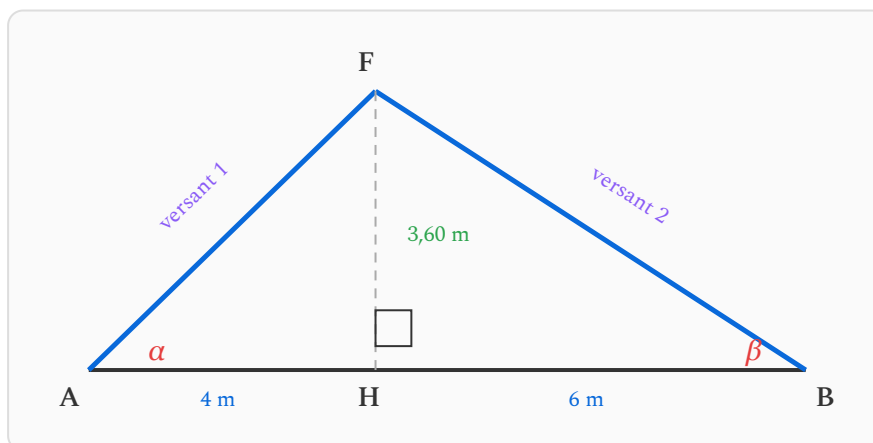
5. **VAL** Un élève affirme : « $\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$ ». A-t-il raison ? Justifier par le calcul. (1,5 pt)

Exercice 2 – Charpente à deux versants

12 points

Contexte professionnel : Un charpentier conçoit la charpente d'un atelier de menuiserie. La toiture est asymétrique : les deux versants n'ont pas la même inclinaison. Il doit calculer toutes les dimensions pour préparer son plan de débit.

La toiture repose sur un bâtiment de largeur totale $AB = 10$ m. Le faîtage F (point le plus haut) ne se trouve pas au centre : il est situé à la verticale d'un point H tel que $AH = 4$ m. La hauteur sous faîtage est $FH = 3,60$ m.



Partie A – Versant côté A (triangle AHF)

1. **APP** Montrer que le triangle AHF est rectangle en H . Identifier les côtés par rapport à l'angle $\alpha = \widehat{FAH}$. (1 pt)

2. **REA** Calculer l'angle α d'inclinaison du versant 1. Arrondir au dixième de degré. (2 pts)

3. **REA** Calculer la longueur du rampant AF (versant 1). Arrondir au centimètre. (2 pts)

Partie B – Versant côté B (triangle BHF)

4. **ANA** Calculer la distance HB . (1 pt)

5. **REA** Calculer l'angle $\beta = \widehat{FBH}$ d'inclinaison du versant 2. Arrondir au dixième de degré. (2 pts)

6. **REA** Calculer la longueur du rampant BF (versant 2). Arrondir au centimètre. (2 pts)

Partie C – Synthèse

7. **COM** Le charpentier doit commander les chevrons (pièces de bois posées le long des rampants). Il a besoin de la longueur totale des deux versants. Calculer $AF + BF$ et rédiger une phrase de conclusion pour le devis. (2 pts)

