

TD M4.2 : Mouvement des particules chargées

© Jean Lallemand

Lycée des Eucalyptus, Nice

25 janvier 2026

1.1

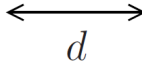
noyau



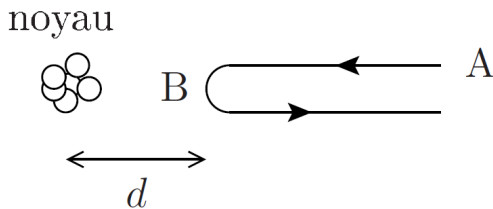
B



A



1.1



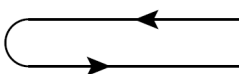
On note $q = Ze$ la charge du noyau d'Or et $q_0 = 2e$ la charge du noyau d'Hélium.

1.1

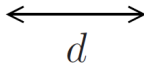
noyau



B



A



On note $q = Ze$ la charge du noyau d'Or et $q_0 = 2e$ la charge du noyau d'Hélium.

Le noyau d'Or immobile est pris comme origine O d'un repère de coordonnées sphériques, M désigne la position du noyau d'Hélium, $r = OM$ désigne ainsi la distance entre ces deux noyaux au cours du mouvement du noyau d'Hélium.

Le noyau d'Or crée un champ électrostatique $\vec{E}(r)$ associé à un potentiel électrostatique $V(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$ tel que $\vec{E}(r) = -\vec{\text{grad}} V(r)$.

Le noyau d'Or crée un champ électrostatique $\vec{E}(r)$ associé à un potentiel électrostatique $V(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$ tel que $\vec{E}(r) = -\vec{\text{grad}} V(r)$.

La charge q_0 est placée dans le champ $\vec{E}(r)$, elle subit une force :

Le noyau d'Or crée un champ électrostatique $\vec{E}(r)$ associé à un potentiel électrostatique $V(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$ tel que $\vec{E}(r) = -\overrightarrow{\text{grad}} V(r)$.

La charge q_0 est placée dans le champ $\vec{E}(r)$, elle subit une force :

$$\vec{f}_{\text{el}} = q_0 \vec{E}(r) = -q_0 \overrightarrow{\text{grad}} (V(r)) = -\overrightarrow{\text{grad}} \left(\underbrace{q_0 V(r)}_{\mathcal{E}_p(r)} \right)$$

Le noyau d'Or crée un champ électrostatique $\vec{E}(r)$ associé à un potentiel électrostatique $V(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$ tel que $\vec{E}(r) = -\overrightarrow{\text{grad}} V(r)$.

La charge q_0 est placée dans le champ $\vec{E}(r)$, elle subit une force :

$$\vec{f}_{\text{el}} = q_0 \vec{E}(r) = -q_0 \overrightarrow{\text{grad}} (V(r)) = -\overrightarrow{\text{grad}} \left(\underbrace{q_0 V(r)}_{\mathcal{E}_p(r)} \right)$$

L'énergie potentielle électrostatique $\mathcal{E}_p(r)$ dont dérive la force électrostatique subie par le noyau d'Hélium de charge q_0 situé en $M(r)$ vaut :

Le noyau d'Or crée un champ électrostatique $\vec{E}(r)$ associé à un potentiel électrostatique $V(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$ tel que $\vec{E}(r) = -\overrightarrow{\text{grad}} V(r)$.

La charge q_0 est placée dans le champ $\vec{E}(r)$, elle subit une force :

$$\vec{f}_{\text{el}} = q_0 \vec{E}(r) = -q_0 \overrightarrow{\text{grad}} (V(r)) = -\overrightarrow{\text{grad}} \left(\underbrace{q_0 V(r)}_{\mathcal{E}_p(r)} \right)$$

L'énergie potentielle électrostatique $\mathcal{E}_p(r)$ dont dérive la force électrostatique subie par le noyau d'Hélium de charge q_0 situé en $M(r)$ vaut :

$$\mathcal{E}_p(r) = q_0 V(r)$$

La conservation de l'énergie mécanique entre la position initiale $A(r \rightarrow \infty)$ de la particule α (noyau d'Hélium) et sa position d'approche minimale $B(r = d)$, implique :

La conservation de l'énergie mécanique entre la position initiale $A(r \rightarrow \infty)$ de la particule α (noyau d'Hélium) et sa position d'approche minimale $B(r = d)$, implique :

$$E_c(A) + \underbrace{E_p(A)}_0 = \underbrace{E_c(B)}_0 + E_p(B)$$

La conservation de l'énergie mécanique entre la position initiale $A(r \rightarrow \infty)$ de la particule α (noyau d'Hélium) et sa position d'approche minimale $B(r = d)$, implique :

$$E_c(A) + \underbrace{E_p(A)}_0 = \underbrace{E_c(B)}_0 + E_p(B)$$

$$\Rightarrow E_0 = \frac{q_0 q}{4\pi\epsilon_0 d}$$

La conservation de l'énergie mécanique entre la position initiale $A(r \rightarrow \infty)$ de la particule α (noyau d'Hélium) et sa position d'approche minimale $B(r = d)$, implique :

$$E_c(A) + \underbrace{E_p(A)}_0 = \underbrace{E_c(B)}_0 + E_p(B)$$

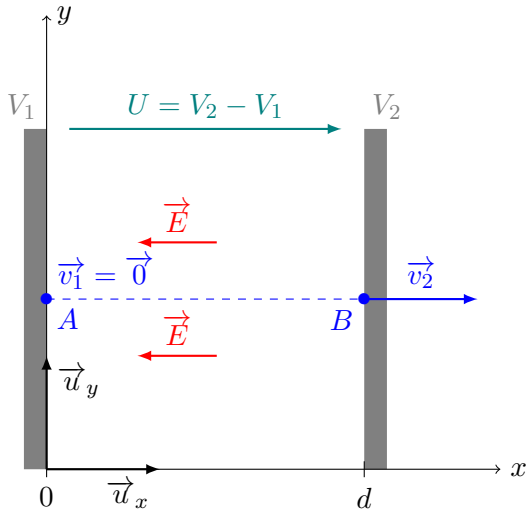
$$\Rightarrow E_0 = \frac{q_0 q}{4\pi\epsilon_0 d}$$

$$\Rightarrow d = \frac{q_0 q}{4\pi\epsilon_0 E_0} = \frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0 E_0}$$

1.2

$$d = \frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0 E_0} = \frac{2 \cdot 79 \cdot (1,6 \cdot 10^{-19})^2 \cdot 9 \cdot 10^9}{10^7 \cdot (1,6 \cdot 10^{-19})} = 23 \cdot 10^{-15} \text{ m} = 23 \text{ fm}$$

2.1



2.2 La vitesse de sortie est $v = \|\vec{v}_2\|$.

2.2 La vitesse de sortie est $v = \|\vec{v}_2\|$.

La conservation de l'énergie mécanique entre la position initiale A de l'électron et sa position en sortie B , implique :

2.2 La vitesse de sortie est $v = \|\vec{v}_2\|$.

La conservation de l'énergie mécanique entre la position initiale A de l'électron et sa position en sortie B , implique :

$$\underbrace{E_c(A)}_0 + E_p(A) = E_c(B) + E_p(B)$$

2.2 La vitesse de sortie est $v = \|\vec{v}_2\|$.

La conservation de l'énergie mécanique entre la position initiale A de l'électron et sa position en sortie B , implique :

$$\underbrace{E_c(A)}_0 + E_p(A) = E_c(B) + E_p(B)$$

$$\Rightarrow -eV_1 = \frac{1}{2}mv^2 + -eV_2$$

2.2 La vitesse de sortie est $v = \|\vec{v}_2\|$.

La conservation de l'énergie mécanique entre la position initiale A de l'électron et sa position en sortie B , implique :

$$\underbrace{E_c(A)}_0 + E_p(A) = E_c(B) + E_p(B)$$

$$\Rightarrow -eV_1 = \frac{1}{2}mv^2 + -eV_2$$

$$\Rightarrow v^2 = \frac{2e(V_2 - V_1)}{m} \Rightarrow \boxed{v = \sqrt{\frac{2eU}{m}}}$$

2.3 L'électron est non relativiste si sa vitesse v est inférieure à 10% de la célérité c de la lumière dans le vide :

2.3 L'électron est non relativiste si sa vitesse v est inférieure à 10% de la célérité c de la lumière dans le vide :

$$v = \sqrt{\frac{2eU}{m}} < 0,1c \quad \Leftrightarrow \quad \frac{2eU}{m} < 0,01c^2$$

2.3 L'électron est non relativiste si sa vitesse v est inférieure à 10% de la célérité c de la lumière dans le vide :

$$v = \sqrt{\frac{2eU}{m}} < 0,1c \quad \Leftrightarrow \quad \frac{2eU}{m} < 0,01c^2$$

$$\Leftrightarrow \quad U < \frac{0,01mc^2}{2e} = U_{\text{lim}}$$

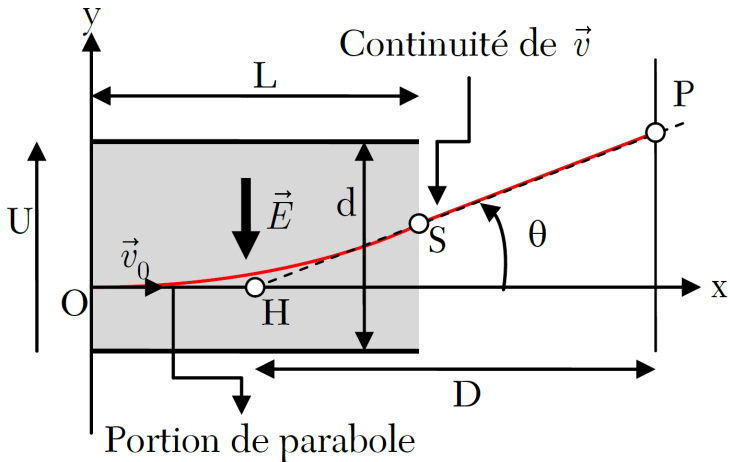
2.3 L'électron est non relativiste si sa vitesse v est inférieure à 10% de la célérité c de la lumière dans le vide :

$$v = \sqrt{\frac{2eU}{m}} < 0,1c \quad \Leftrightarrow \quad \frac{2eU}{m} < 0,01c^2$$

$$\Leftrightarrow \quad U < \frac{0,01mc^2}{2e} = U_{\text{lim}}$$

Application numérique : $U_{\text{lim}} = 2,6 \text{ kV}$

3.1



L'électron n'est soumis qu'à la force électrostatique $\vec{F} = -e\vec{E} = \frac{eU}{d} \vec{u}_y$,
l'application du principe fondamental de la dynamique $m\vec{a} = \vec{F}$ nous
donne alors dans la base cartésienne :

L'électron n'est soumis qu'à la force électrostatique $\vec{F} = -e\vec{E} = \frac{eU}{d} \vec{u}_y$,
l'application du principe fondamental de la dynamique $m\vec{a} = \vec{F}$ nous
donne alors dans la base cartésienne :

$$m \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{eU}{d} \end{pmatrix}$$

L'électron n'est soumis qu'à la force électrostatique $\vec{F} = -e\vec{E} = \frac{eU}{d} \vec{u}_y$,
l'application du principe fondamental de la dynamique $m\vec{a} = \vec{F}$ nous
donne alors dans la base cartésienne :

$$m \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{eU}{d} \end{pmatrix}$$

Avec les conditions initiales : $\overrightarrow{OM_0} = \begin{pmatrix} x(0) = 0 \\ y(0) = 0 \end{pmatrix}$ et

$\vec{v_0} = \begin{pmatrix} \dot{x}(0) = v_0 \\ \dot{y}(0) = 0 \end{pmatrix}$, on obtient après deux intégrations successives entre
l'instant $t_0 = 0$ et un instant t quelconque tel que $t > t_0$:

$$\begin{cases} \ddot{x}(t) = 0 \\ \ddot{y}(t) = \frac{eU}{dm} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dot{x}(t) = \dot{x}(0) = v_0 \\ \dot{y}(t) = \dot{y}(0) + \frac{eU}{dm} t = \frac{eU}{dm} t \end{cases}$$

$$\begin{cases} \ddot{x}(t) = 0 \\ \ddot{y}(t) = \frac{eU}{dm} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dot{x}(t) = \dot{x}(0) = v_0 \\ \dot{y}(t) = \dot{y}(0) + \frac{eU}{dm} t = \frac{eU}{dm} t \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x(t) = x(0) + v_0 t = v_0 t \\ y(t) = y(0) + \frac{eU}{2dm} t^2 = \frac{eU}{2dm} t^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \ddot{x}(t) = 0 \\ \ddot{y}(t) = \frac{eU}{dm} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dot{x}(t) = \dot{x}(0) = v_0 \\ \dot{y}(t) = \dot{y}(0) + \frac{eU}{dm} t = \frac{eU}{dm} t \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x(t) = x(0) + v_0 t = v_0 t \\ y(t) = y(0) + \frac{eU}{2dm} t^2 = \frac{eU}{2dm} t^2 \end{cases}$$

Pour trouver l'équation de la trajectoire $y(x)$, il suffit d'exprimer t en fonction de x dans l'équation de $y(t)$:

$$\begin{cases} \ddot{x}(t) = 0 \\ \ddot{y}(t) = \frac{eU}{dm} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dot{x}(t) = \dot{x}(0) = v_0 \\ \dot{y}(t) = \dot{y}(0) + \frac{eU}{dm} t = \frac{eU}{dm} t \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x(t) = x(0) + v_0 t = v_0 t \\ y(t) = y(0) + \frac{eU}{2dm} t^2 = \frac{eU}{2dm} t^2 \end{cases}$$

Pour trouver l'équation de la trajectoire $y(x)$, il suffit d'exprimer t en fonction de x dans l'équation de $y(t)$:

$$t = \frac{x}{v_0} \Rightarrow y(x) = \frac{eU}{2dmv_0^2} x^2$$

3.2 Le point S , d'abscisse $x_S = L$, appartient à la trajectoire parabolique donc son ordonnée y_S vaut :

3.2 Le point S , d'abscisse $x_S = L$, appartient à la trajectoire parabolique donc son ordonnée y_S vaut :

$$y_S = y(L) = \frac{eUL^2}{2dmv_0^2}$$

3.2 Le point S , d'abscisse $x_S = L$, appartient à la trajectoire parabolique donc son ordonnée y_S vaut :

$$y_S = y(L) = \frac{eUL^2}{2dmv_0^2}$$

On calcule également :

3.2 Le point S , d'abscisse $x_S = L$, appartient à la trajectoire parabolique donc son ordonnée y_S vaut :

$$y_S = y(L) = \frac{eUL^2}{2dmv_0^2}$$

On calcule également :

$$\tan \theta = \left(\frac{dy}{dx} \right)_{x=L} = \frac{eUL}{dmv_0^2}$$

3.3 La trajectoire SP est une droite car dans cette zone l'électron n'est soumis qu'à son poids qui est négligeable, son équation est de la forme :

3.3 La trajectoire SP est une droite car dans cette zone l'électron n'est soumis qu'à son poids qui est négligeable, son équation est de la forme :

$$y_{\text{SP}}(x) = \tan(\theta) x + b$$

3.3 La trajectoire SP est une droite car dans cette zone l'électron n'est soumis qu'à son poids qui est négligeable, son équation est de la forme :

$$y_{SP}(x) = \tan(\theta) x + b$$

Pour déterminer l'ordonnée à l'origine de cette droite, on utilise le fait que le point S appartient à cette droite :

3.3 La trajectoire SP est une droite car dans cette zone l'électron n'est soumis qu'à son poids qui est négligeable, son équation est de la forme :

$$y_{SP}(x) = \tan(\theta) x + b$$

Pour déterminer l'ordonnée à l'origine de cette droite, on utilise le fait que le point S appartient à cette droite :

$$y_S = \tan(\theta) x_S + b \Rightarrow b = \frac{eUL^2}{2dmv_0^2} - \frac{eUL^2}{dmv_0^2}$$

3.3 La trajectoire SP est une droite car dans cette zone l'électron n'est soumis qu'à son poids qui est négligeable, son équation est de la forme :

$$y_{SP}(x) = \tan(\theta) x + b$$

Pour déterminer l'ordonnée à l'origine de cette droite, on utilise le fait que le point S appartient à cette droite :

$$y_S = \tan(\theta) x_S + b \Rightarrow b = \frac{eUL^2}{2dmv_0^2} - \frac{eUL^2}{dmv_0^2}$$

$$\Rightarrow \boxed{b = -\frac{eUL^2}{2dmv_0^2}}$$

3.4 H vérifie l'équation de la droite SP et $y_H = 0$:

3.4 H vérifie l'équation de la droite SP et $y_H = 0$:

$$y_H = 0 = \frac{eUL}{dmv_0^2} x_H - \frac{eUL^2}{2dmv_0^2} \Rightarrow \boxed{x_H = \frac{L}{2}}$$

3.4 H vérifie l'équation de la droite SP et $y_H = 0$:

$$y_H = 0 = \frac{eUL}{dmv_0^2} x_H - \frac{eUL^2}{2dmv_0^2} \Rightarrow \boxed{x_H = \frac{L}{2}}$$

On en déduit :

3.4 H vérifie l'équation de la droite SP et $y_H = 0$:

$$y_H = 0 = \frac{eUL}{dmv_0^2} x_H - \frac{eUL^2}{2dmv_0^2} \Rightarrow \boxed{x_H = \frac{L}{2}}$$

On en déduit :

$$\boxed{x_P = x_H + D = \frac{L}{2} + D}$$

3.5 P vérifie l'équation de la droite SP et $x_P = \frac{L}{2} + D$:

3.5 P vérifie l'équation de la droite SP et $x_P = \frac{L}{2} + D$:

$$y_P = \frac{eUL}{dmv_0^2} \left(\frac{L}{2} + D \right) - \frac{eUL^2}{2dmv_0^2} \Rightarrow \boxed{y_P = \frac{eULD}{dmv_0^2}}$$

3.5 P vérifie l'équation de la droite SP et $x_P = \frac{L}{2} + D$:

$$y_P = \frac{eUL}{dmv_0^2} \left(\frac{L}{2} + D \right) - \frac{eUL^2}{2dmv_0^2} \Rightarrow \boxed{y_P = \frac{eULD}{dmv_0^2}}$$

Cette propriété est utilisée dans un oscilloscope analogique, où la déviation transverse du faisceau d'électrons est proportionnelle à la tension appliquée entre les plaques.

3.6

$$y_P = \frac{eULD}{dmv_0^2}$$

3.6

$$y_P = \frac{eULD}{dmv_0^2}$$

Cette propriété est utilisée dans un oscilloscope analogique, où la déviation transverse du faisceau d'électrons est proportionnelle à la tension appliquée entre les plaques.

3.6

$$y_P = \frac{eULD}{dmv_0^2}$$

Cette propriété est utilisée dans un oscilloscope analogique, où la déviation transverse du faisceau d'électrons est proportionnelle à la tension appliquée entre les plaques. Quand la tension $U(t)$ est variable, on s'assurera cependant que le temps de vol entre les plaques, $\frac{L}{v_0}$, est très inférieur à la période T de $U(t)$:

3.6

$$y_P = \frac{eULD}{dmv_0^2}$$

Cette propriété est utilisée dans un oscilloscope analogique, où la déviation transverse du faisceau d'électrons est proportionnelle à la tension appliquée entre les plaques. Quand la tension $U(t)$ est variable, on s'assurera cependant que le temps de vol entre les plaques, $\frac{L}{v_0}$, est très inférieur à la période T de $U(t)$:

$$\frac{L}{v_0} \ll T$$

3.6

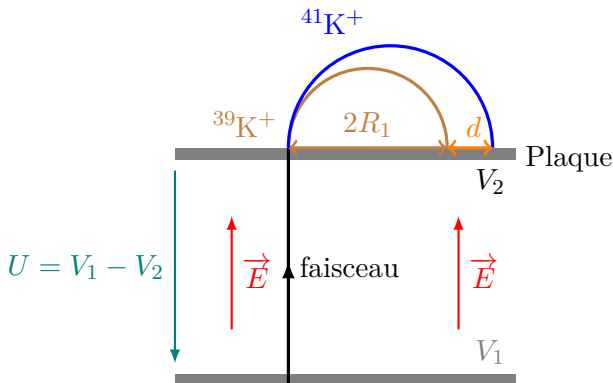
$$y_P = \frac{eULD}{dmv_0^2}$$

Cette propriété est utilisée dans un oscilloscope analogique, où la déviation transverse du faisceau d'électrons est proportionnelle à la tension appliquée entre les plaques. Quand la tension $U(t)$ est variable, on s'assurera cependant que le temps de vol entre les plaques, $\frac{L}{v_0}$, est très inférieur à la période T de $U(t)$:

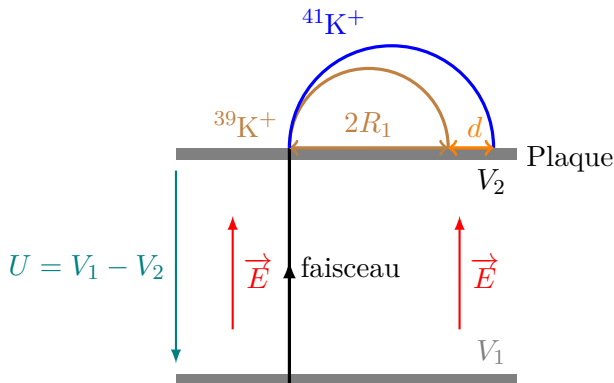
$$\frac{L}{v_0} \ll T$$

Ainsi, un électron traversant la zone de champ n'a pas le temps de ressentir les variations de $U(t)$.

4.1



4.1



$\vec{E}$ doit être dirigé vers le haut pour entraîner les particules chargées positivement vers le haut, on en déduit que la tension U positive pointe vers le bas.

4.2

On a déjà vu la démonstration de cette formule à l'exercice 2, le champ électrique permet d'accélérer les deux particules de même charge e , qui n'ont néanmoins pas la même masse :

4.2

On a déjà vu la démonstration de cette formule à l'exercice 2, le champ électrique permet d'accélérer les deux particules de même charge e , qui n'ont néanmoins pas la même masse :

$$v_1 = \sqrt{\frac{2eU}{m_1}} \quad \text{et} \quad v_2 = \sqrt{\frac{2eU}{m_2}}$$

4.3

Quand le champ magnétique est uniforme et perpendiculaire au vecteur vitesse initial de la particule chargée de masse m et de charge e , on sait que cette dernière aura un mouvement circulaire uniforme de rayon :

4.3

Quand le champ magnétique est uniforme et perpendiculaire au vecteur vitesse initial de la particule chargée de masse m et de charge e , on sait que cette dernière aura un mouvement circulaire uniforme de rayon :

$$R = \frac{mv}{eB} \quad \text{avec} \quad v \propto \frac{1}{\sqrt{m}} \quad \Rightarrow \quad R \propto \sqrt{m}$$

4.3

Quand le champ magnétique est uniforme et perpendiculaire au vecteur vitesse initial de la particule chargée de masse m et de charge e , on sait que cette dernière aura un mouvement circulaire uniforme de rayon :

$$R = \frac{mv}{eB} \quad \text{avec} \quad v \propto \frac{1}{\sqrt{m}} \quad \Rightarrow \quad R \propto \sqrt{m}$$

Comme R est proportionnel à $\sqrt{m}$, l'isotope la plus lourd $^{41}\text{K}^+$ (particule 2) aura la trajectoire de rayon le plus grand.

4.4

Le rayon de la trajectoire pour $^{39}\text{K}^+$ (particule 1) de masse $m_1 = 39m$, est :

4.4

Le rayon de la trajectoire pour $^{39}\text{K}^+$ (particule 1) de masse $m_1 = 39m$, est :

$$R_1 = \frac{m_1 v_1}{eB} = \sqrt{\frac{2eU}{m_1}} \cdot \frac{m_1}{eB} = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2mU}{e}} \cdot \sqrt{39}$$

4.4

Le rayon de la trajectoire pour $^{39}\text{K}^+$ (particule 1) de masse $m_1 = 39m$, est :

$$R_1 = \frac{m_1 v_1}{eB} = \sqrt{\frac{2eU}{m_1}} \cdot \frac{m_1}{eB} = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2mU}{e}} \cdot \sqrt{39}$$

$$\text{de même } R_2 = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2mU}{e}} \cdot \sqrt{41}$$

4.4

Le rayon de la trajectoire pour $^{39}\text{K}^+$ (particule 1) de masse $m_1 = 39m$, est :

$$R_1 = \frac{m_1 v_1}{eB} = \sqrt{\frac{2eU}{m_1}} \cdot \frac{m_1}{eB} = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2mU}{e}} \cdot \sqrt{39}$$

$$\text{de même } R_2 = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2mU}{e}} \cdot \sqrt{41}$$

On en déduit :

4.4

Le rayon de la trajectoire pour $^{39}\text{K}^+$ (particule 1) de masse $m_1 = 39m$, est :

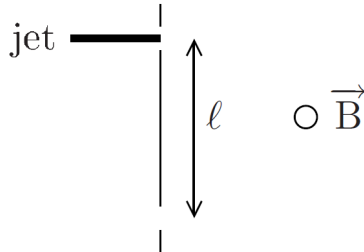
$$R_1 = \frac{m_1 v_1}{eB} = \sqrt{\frac{2eU}{m_1}} \cdot \frac{m_1}{eB} = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2mU}{e}} \cdot \sqrt{39}$$

$$\text{de même } R_2 = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2mU}{e}} \cdot \sqrt{41}$$

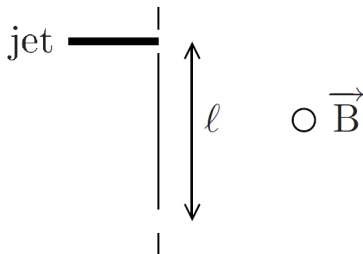
On en déduit :

$$d = 2R_2 - 2R_1 = \frac{2}{B} \sqrt{\frac{2mU}{e}} (\sqrt{41} - \sqrt{39}) = 4,5 \text{ cm}$$

5.1



5.1



La force de LORENTZ que subissent les isotopes lorsqu'ils entrent dans la zone de champ $\vec{B}$ doit être dirigée vers le bas d'après le schéma, sachant que cette force s'écrit $\vec{f}_{\text{mag}0} = e \vec{v}_0 \wedge \vec{B}$, on en déduit grâce à la règle des 3 doigts de la main droite que le champ $\vec{B}$ doit pointer vers l'observateur.

5.2 On calcule :

$$\frac{d}{dt} (\vec{v} \cdot \vec{B}) = \underbrace{\frac{d\vec{v}}{dt} \cdot \vec{B}}_0 + \underbrace{\vec{v} \cdot \frac{d\vec{B}}{dt}}_{\vec{0}} = 0$$

En intégrant cette dernière équation par rapport au temps, on en déduit :

5.2 On calcule :

$$\frac{d}{dt} (\vec{v} \cdot \vec{B}) = \underbrace{\frac{d\vec{v}}{dt} \cdot \vec{B}}_0 + \underbrace{\vec{v} \cdot \frac{d\vec{B}}{dt}}_{\vec{0}} = 0$$

En intégrant cette dernière équation par rapport au temps, on en déduit :

$$\vec{v}(t) \cdot \vec{B} = cst = \vec{v}(0) \cdot \vec{B} = 0$$

5.2 On calcule :

$$\frac{d}{dt} (\vec{v} \cdot \vec{B}) = \underbrace{\frac{d\vec{v}}{dt} \cdot \vec{B}}_0 + \underbrace{\vec{v} \cdot \frac{d\vec{B}}{dt}}_{\vec{0}} = 0$$

En intégrant cette dernière équation par rapport au temps, on en déduit :

$$\vec{v}(t) \cdot \vec{B} = cst = \vec{v}(0) \cdot \vec{B} = 0$$

On voit qu'à tout instant $\vec{v}(t)$ est perpendiculaire au vecteur uniforme $\vec{B}$, la trajectoire est donc plane.

5.3 Calculons la puissance de la force de LORENTZ subie par les isotopes de charge e :

5.3 Calculons la puissance de la force de LORENTZ subie par les isotopes de charge e :

$$\mathcal{P}(\vec{f}_{\text{mag}}) = e \underbrace{\left(\overbrace{\vec{v} \wedge \vec{B}}^{\perp \vec{v}} \right)}_0 \cdot \vec{v}$$

5.3 Calculons la puissance de la force de LORENTZ subie par les isotopes de charge e :

$$\mathcal{P}(\vec{f}_{\text{mag}}) = e \underbrace{\left(\overbrace{\vec{v} \wedge \vec{B}}^{\perp \vec{v}} \right)}_0 \cdot \vec{v}$$

D'après le théorème de l'énergie cinétique, on en déduit que le mouvement est uniforme :

5.3 Calculons la puissance de la force de LORENTZ subie par les isotopes de charge e :

$$\mathcal{P}(\vec{f}_{\text{mag}}) = e \underbrace{\left(\overbrace{\vec{v} \wedge \vec{B}}^{\perp \vec{v}} \right)}_0 \cdot \vec{v}$$

D'après le théorème de l'énergie cinétique, on en déduit que le mouvement est uniforme :

$$\frac{dE_c}{dt} = \mathcal{P}(\vec{f}_{\text{mag}}) = 0 \Rightarrow \|\vec{v}\| = \text{cst} = v_0$$

5.4 Si on note R le rayon de la trajectoire circulaire (admis) et uniforme, on peut utiliser le principe fondamental de la dynamique en raisonnant avec les normes :

5.4 Si on note R le rayon de la trajectoire circulaire (admis) et uniforme, on peut utiliser le principe fondamental de la dynamique en raisonnant avec les normes :

$$m \|\vec{a}\| = \|e \vec{v} \wedge \vec{B}\|$$

5.4 Si on note R le rayon de la trajectoire circulaire (admis) et uniforme, on peut utiliser le principe fondamental de la dynamique en raisonnant avec les normes :

$$m \|\vec{a}\| = \|e\vec{v} \wedge \vec{B}\|$$

$$\Rightarrow m \frac{v_0^2}{R} = ev_0 B \Rightarrow \boxed{R = \frac{mv_0}{eB}}$$

5.5 Pour que seuls les isotopes D_2^+ (trajectoire de rayon R_2 , masse m_2) soient récupérés dans l'ouverture, on doit avoir $\ell = 2R_2$ avec $\ell = 30 \text{ cm}$:

5.5 Pour que seuls les isotopes D_2^+ (trajectoire de rayon R_2 , masse m_2) soient récupérés dans l'ouverture, on doit avoir $\ell = 2R_2$ avec $\ell = 30 \text{ cm}$:

$$\ell = 2 \frac{m_2 v_0}{eB} \quad \Rightarrow \quad B = \frac{2m_2 v_0}{e\ell} = 2,8 \cdot 10^{-4} \text{ T}$$

6.1

Si on note R le rayon de la trajectoire circulaire (admis) et uniforme, on peut utiliser le principe fondamental de la dynamique en raisonnant avec les normes :

6.1

Si on note R le rayon de la trajectoire circulaire (admis) et uniforme, on peut utiliser le principe fondamental de la dynamique en raisonnant avec les normes :

$$m \|\vec{a}\| = \|q \vec{v} \wedge \vec{B}\|$$

6.1

Si on note R le rayon de la trajectoire circulaire (admis) et uniforme, on peut utiliser le principe fondamental de la dynamique en raisonnant avec les normes :

$$m \|\vec{a}\| = \|q \vec{v} \wedge \vec{B}\|$$

$$\Rightarrow m \frac{v_0^2}{R} = qvB \Rightarrow v = \frac{qB}{m} R$$

6.1

Si on note R le rayon de la trajectoire circulaire (admis) et uniforme, on peut utiliser le principe fondamental de la dynamique en raisonnant avec les normes :

$$m \|\vec{a}\| = \|q\vec{v} \wedge \vec{B}\|$$

$$\Rightarrow m \frac{v_0^2}{R} = qvB \Rightarrow v = \frac{qB}{m} R$$

On identifie alors la grandeur constante $\omega_c = \frac{qB}{m}$ homogène à une vitesse angulaire qui s'appelle **la pulsation cyclotron**, c'est la vitesse angulaire de rotation de la particule chargée autour du centre de sa trajectoire.

Comme cette pulsation est constante, chaque demi-cercle est parcouru avec la même durée, la période d'un tour doit donc correspondre à la période de la tension accélératrice pour que cette dernière soit toujours orientée dans le sens de la vitesse des particules lors de leur passage entre les dees :

Comme cette pulsation est constante, chaque demi-cercle est parcouru avec la même durée, la période d'un tour doit donc correspondre à la période de la tension accélératrice pour que cette dernière soit toujours orientée dans le sens de la vitesse des particules lors de leur passage entre les dees :

$$\frac{2\pi}{\omega_c} = \frac{1}{f} \quad \Rightarrow \quad f = \frac{\omega_c}{2\pi} = \frac{qB}{2\pi m} = 1,52 \cdot 10^7 \text{ Hz}$$

6.2 Le rayon du premier demi-cercle est :

6.2 Le rayon du premier demi-cercle est :

$$R_1 = \frac{mv_1}{qB}$$

6.2 Le rayon du premier demi-cercle est :

$$R_1 = \frac{mv_1}{qB}$$

Après accélération entre par la tension électrique U_m lors du passage entre les dees, la vitesse vaut v_2 telle que :

$$v_2 = \sqrt{v_1^2 + \frac{2qU_m}{m}}$$

6.2 Le rayon du premier demi-cercle est :

$$R_1 = \frac{mv_1}{qB}$$

Après accélération entre par la tension électrique U_m lors du passage entre les dees, la vitesse vaut v_2 telle que :

$$v_2 = \sqrt{v_1^2 + \frac{2qU_m}{m}}$$

et le rayon de la trajectoire vaut :

$$R_2 = \frac{mv_2}{qB} = \frac{m}{qB} \cdot \sqrt{v_1^2 + \frac{2qU_m}{m}} = \sqrt{R_1^2 + \frac{2mU_m}{qB^2}}$$

6.2 Le rayon du premier demi-cercle est :

$$R_1 = \frac{mv_1}{qB}$$

Après accélération entre par la tension électrique U_m lors du passage entre les dees, la vitesse vaut v_2 telle que :

$$v_2 = \sqrt{v_1^2 + \frac{2qU_m}{m}}$$

et le rayon de la trajectoire vaut :

$$R_2 = \frac{mv_2}{qB} = \frac{m}{qB} \cdot \sqrt{v_1^2 + \frac{2qU_m}{m}} = \sqrt{R_1^2 + \frac{2mU_m}{qB^2}}$$

Par récurrence, on obtient :

6.2 Le rayon du premier demi-cercle est :

$$R_1 = \frac{mv_1}{qB}$$

Après accélération entre par la tension électrique U_m lors du passage entre les dees, la vitesse vaut v_2 telle que :

$$v_2 = \sqrt{v_1^2 + \frac{2qU_m}{m}}$$

et le rayon de la trajectoire vaut :

$$R_2 = \frac{mv_2}{qB} = \frac{m}{qB} \cdot \sqrt{v_1^2 + \frac{2qU_m}{m}} = \sqrt{R_1^2 + \frac{2mU_m}{qB^2}}$$

Par récurrence, on obtient :

$$R_n = \sqrt{R_1^2 + (n-1) \frac{2mU_m}{qB^2}}$$

6.3

◇ Dans le cas des protons $q = e$, la vitesse maximale est atteinte à la sortie des dees après le dernier demi-cercle effectué, c'est-à-dire lorsque :

6.3

◇ Dans le cas des protons $q = e$, la vitesse maximale est atteinte à la sortie des dees après le dernier demi-cercle effectué, c'est-à-dire lorsque :

$$\frac{D}{2} = \frac{mv_{\max}}{eB} \quad \Rightarrow \quad v_{\max} = \frac{eDB}{2m} = 3,00 \cdot 10^7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

6.3

◇ Dans le cas des protons $q = e$, la vitesse maximale est atteinte à la sortie des dees après le dernier demi-cercle effectué, c'est-à-dire lorsque :

$$\frac{D}{2} = \frac{mv_{\max}}{eB} \quad \Rightarrow \quad v_{\max} = \frac{eDB}{2m} = 3,00 \cdot 10^7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\Rightarrow \quad E_{c\max} = \frac{1}{2}mv_{\max}^2 = 7,48 \cdot 10^{-13} \text{ J} = 4,67 \text{ MeV}$$

◇ Comme $R_1 \ll D$, on peut écrire :

◇ Comme $R_1 \ll D$, on peut écrire :

$$\frac{D}{2} = R_n = \sqrt{R_1^2 + (n-1) \frac{2mU_m}{qB^2}} \approx \sqrt{(n-1) \frac{2mU_m}{qB^2}}$$

◇ Comme $R_1 \ll D$, on peut écrire :

$$\frac{D}{2} = R_n = \sqrt{R_1^2 + (n-1) \frac{2mU_m}{qB^2}} \approx \sqrt{(n-1) \frac{2mU_m}{qB^2}}$$

$$\Rightarrow n = \frac{D^2 e B^2}{8mU_m} + 1 = 235 \quad \text{nombre de demi-tours}$$

◇ Comme $R_1 \ll D$, on peut écrire :

$$\frac{D}{2} = R_n = \sqrt{R_1^2 + (n-1) \frac{2mU_m}{qB^2}} \approx \sqrt{(n-1) \frac{2mU_m}{qB^2}}$$

$$\Rightarrow n = \frac{D^2 e B^2}{8mU_m} + 1 = 235 \quad \text{nombre de demi-tours}$$

$$\Rightarrow N = \frac{n}{2} = 117,5 \quad \text{nombre de tours}$$

◇ Comme $R_1 \ll D$, on peut écrire :

$$\frac{D}{2} = R_n = \sqrt{R_1^2 + (n-1) \frac{2mU_m}{qB^2}} \approx \sqrt{(n-1) \frac{2mU_m}{qB^2}}$$

$$\Rightarrow n = \frac{D^2 e B^2}{8mU_m} + 1 = 235 \quad \text{nombre de demi-tours}$$

$$\Rightarrow N = \frac{n}{2} = 117,5 \quad \text{nombre de tours}$$

◇ En notant T la période d'un tour (soit deux demi-tours), le temps de transit Δt vaut :

◇ Comme $R_1 \ll D$, on peut écrire :

$$\frac{D}{2} = R_n = \sqrt{R_1^2 + (n-1) \frac{2mU_m}{qB^2}} \approx \sqrt{(n-1) \frac{2mU_m}{qB^2}}$$

$$\Rightarrow n = \frac{D^2 e B^2}{8mU_m} + 1 = 235 \quad \text{nombre de demi-tours}$$

$$\Rightarrow N = \frac{n}{2} = 117,5 \quad \text{nombre de tours}$$

◇ En notant T la période d'un tour (soit deux demi-tours), le temps de transit Δt vaut :

$$\Delta t = NT = \frac{N}{f} = 7,7 \cdot 10^{-6} \text{ s}$$

6.4

Les protons ne sont injectés dans le circuit qu'au moment où la tension $u(t)$ est proche de sa valeur maximale U_m , ce qui explique que les paquets de protons reçus soient espacés dans le temps d'une période de $u(t)$, c'est-à-dire T :

6.4

Les protons ne sont injectés dans le circuit qu'au moment où la tension $u(t)$ est proche de sa valeur maximale U_m , ce qui explique que les paquets de protons reçus soient espacés dans le temps d'une période de $u(t)$, c'est-à-dire T :

$$T = \frac{1}{f} = 0,65 \text{ ns}$$