

Transformations

I Rappels

1- Symétrie axiale

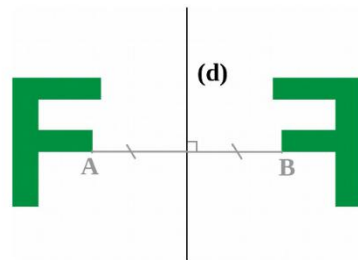
Définition :

Deux figures sont **symétriques par rapport à une droite (d)**, si les figures se superposent par pliage le long de la droite (d).

La droite (d) est appelée **axe de symétrie**.

Exemple :

- B est l'image de A par la symétrie d'axe (d)
- $[AB]$ est perpendiculaire à (d)
- A et B sont à égale distance de (d)
- (d) est la médiatrice de $[AB]$



2- Symétrie centrale

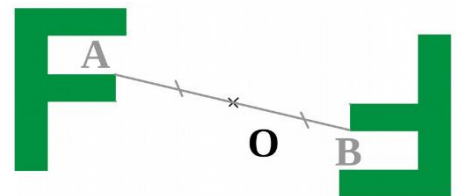
Définition :

Deux figures sont **symétriques par rapport à un point O** si les figures se superposent par un demi-tour autour de ce point.

O est appelé le **centre de symétrie**.

Exemple :

- B est l'image de A par la symétrie de centre O
- A, B et O sont alignés
- $AO = OB$
- O est le milieu de $[AB]$



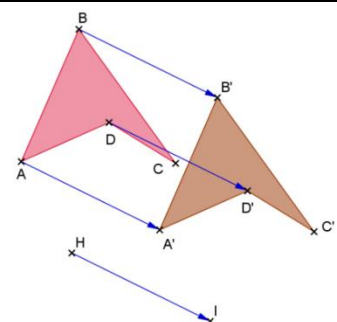
3- Translation

Définition :

Transformer une figure par translation revient à la faire glisser. Ce déplacement est défini par une direction, un sens et une longueur.

Exemple :

- D' est l'image de D par la translation qui envoie H en I
- $DD'IH$ est un parallélogramme



II Rotations

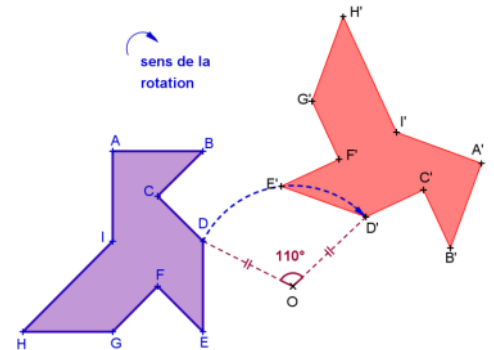
Définition :

Transformer une figure par rotation revient à la faire tourner autour d'un point.

La rotation est définie par son centre (le point autour duquel on tourne), un angle et un sens.

Exemple :

- D' est l'image de D par la rotation de **centre O** , d'**angle 110°** et de **sens horaire**.
- $\widehat{DOD'} = 110^\circ$
- $DO = OD'$



Remarques :

- L'image du point O par une rotation de centre O est lui-même
- Une rotation d'angle 180° est une symétrie centrale

Application : Exercice 1

III Homothétie

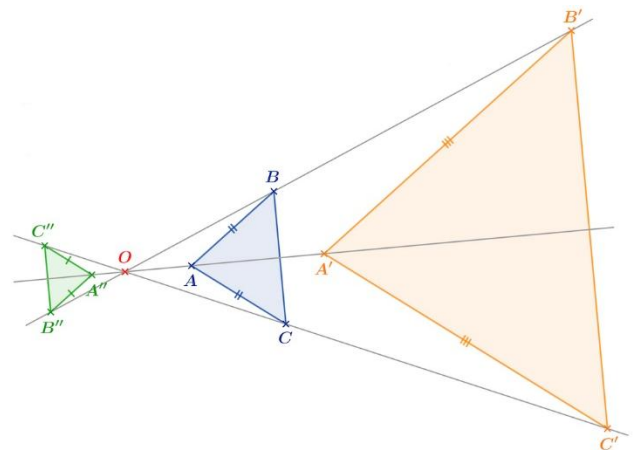
Définition :

Une homothétie est une transformation qui agrandit ou réduit une figure.

C'est le **rapport** de l'homothétie qui définit s'il s'agit d'un agrandissement ou d'une réduction.

Exemple :

- $A'B'C'$ est l'image de ABC par l'homothétie de centre O est de rapport 2,5.
- $A''B''C''$ est l'image de ABC par l'homothétie de centre O est de rapport $-0,7$



Remarques :

- Si le rapport de l'homothétie est compris entre -1 et 1 , alors il s'agit d'une réduction.
- Si le rapport est plus grand que 1 ou plus petit que -1 , alors il s'agit d'un agrandissement.
- Si le rapport est positif, alors la figure et son image sont du même côté par rapport au centre.
- Si le rapport est négatif, alors la figure et son image sont de part et d'autre du centre.

Application : Exercice 2

Propriétés :

Par l'homothétie de rapport $k > 0$:

- les longueurs sont multipliées par k
- les aires sont multipliées par k^2

Remarque : Si $k < 0$, alors on utilise sa valeur numérique sans son signe.

Transformations (Exercices)

Exercice 1

1/ Construire un triangle ABC rectangle en B tel que :

- $AB = 3 \text{ cm}$
- $BC = 4 \text{ cm}$
- $AC = 5 \text{ cm}$

2/ Construire un point O tel que $AO = 5 \text{ cm}$ et $BO = 2 \text{ cm}$

3/ Construire le triangle $A'B'C'$ image du triangle ABC par la rotation de centre O , d'angle 90° et de sens anti-horaire

Exercice 2

1/ Construire un segment $[AB]$ de longueur $AB = 5 \text{ cm}$

2/ Placer sur le segment $[AB]$ un point C tel que $AC = 4 \text{ cm}$

3/ Placer un point O tel que $CO = 3 \text{ cm}$ et que (CO) soit perpendiculaire à $[AB]$

4/ Construire l'image du segment $[AB]$ par l'homothétie de centre O et de rapport 2

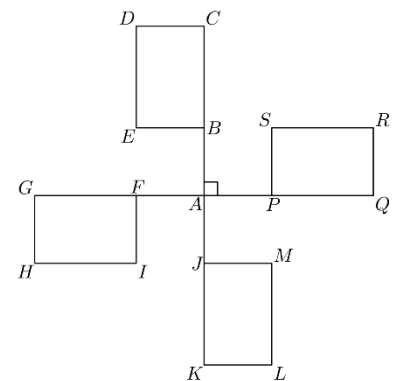
5/ Construire l'image du segment $[AB]$ par l'homothétie de centre O et de rapport $-0,8$

Exercice 3

On s'intéresse aux ailes d'un moulin à vent décoratif de jardin. Elles sont représentées par la figure ci-contre.

On donne :

- $BCDE, FGHI, JKLM$ et $PQRS$ sont des rectangles superposables
- C, B, A, J, K d'une part et G, F, A, P, Q d'autre part sont alignés
- $AB = AF = AJ = AP$



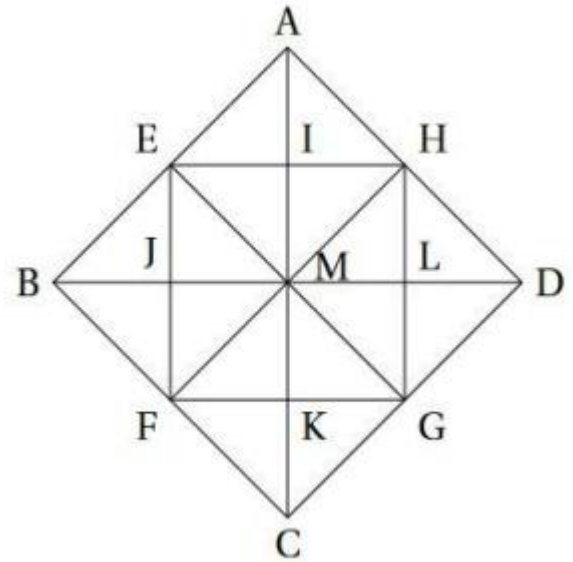
1/ Quelle transformation permet de passer du rectangle $FGHI$ au rectangle $PQRS$?

2/ Quelle est l'image du rectangle $FGHI$ par la rotation de centre A d'angle 90° dans le sens anti-horaire

Exercice 4

Aucune justification n'est demandée dans cet exercice.

À partir du triangle BEJ , rectangle isocèle en J , on a obtenu par pavage la figure ci-dessous.



1/ Quelle est l'image du triangle BEJ par la symétrie d'axe (BD) ?

2/ Quelle est l'image du triangle AMH par la translation qui transforme le point E en B ?

3/ Par quelle transformation passe-t-on du triangle AIH au triangle AMD ? Préciser ses éléments caractéristiques.

4/ Par quelle transformation passe-t-on du triangle HLM au triangle MKG ? Préciser ses éléments caractéristiques.

5/ Par quelle transformation passe-t-on du triangle KFC au triangle MIE ? Préciser ses éléments caractéristiques.

6/ Si l'on considère que l'aire de AIH est égale à 3 cm^2 , quelle sera l'aire en cm^2 de AMD ?

Exercice 5

Associer à chaque image la transformation qui transforme la figure F en la figure F' :

a/ homothétie de centre I et de rapport 2

b/ homothétie de centre I et de rapport -3

c/ homothétie de centre I et de rapport 0,5

d/ homothétie de centre I et de rapport $-0,5$

