

Objectifs du chapitre :

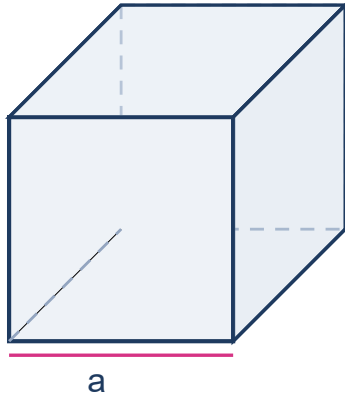
- Identifier et décrire les solides usuels (cube, parallélépipède, pyramide, cylindre, cône, sphère).
- Déterminer des sections de solides par un plan.
- Calculer des longueurs, aires et volumes — étudier les effets d'un agrandissement/réduction.
- Connaître les surfaces de révolution et leur génération.
- Maîtriser les systèmes de coordonnées : cartésiennes, polaires, cylindriques, sphériques.
- Résoudre des problèmes professionnels (charpente, BTP, topographie).

1. Solides usuels**1.1 Présentation des solides****Définition**

Un **solide** est un objet géométrique à trois dimensions. On distingue :

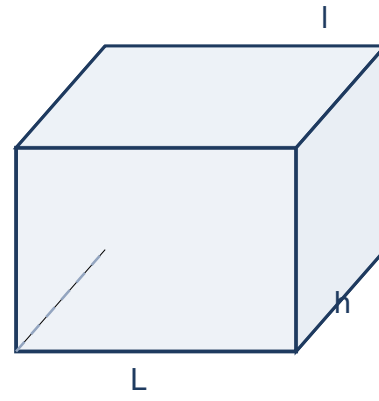
- **Polyèdres** : solides dont toutes les faces sont des polygones (cube, parallélépipède, pyramide, prisme).
- **Solides de révolution** : engendrés par la rotation d'une figure plane autour d'un axe (cylindre, cône, sphère).

Cube



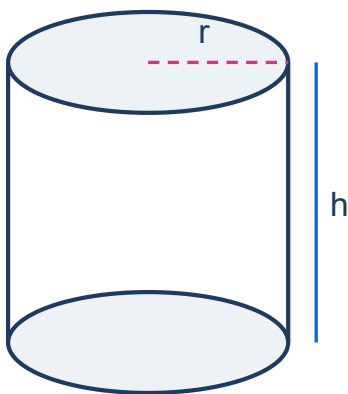
Arête a

Pavé droit



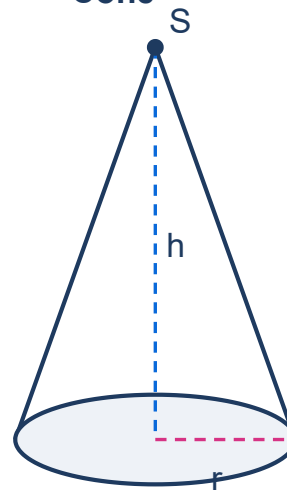
Dimensions $L \times l \times h$

Cylindre

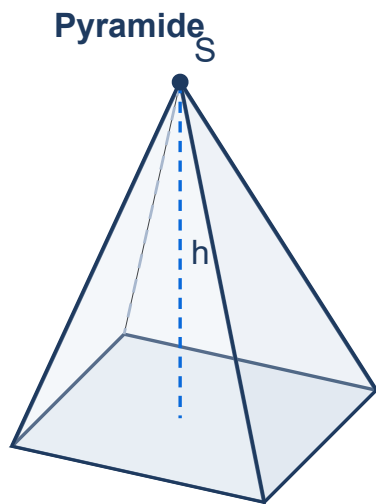


Rayon r , hauteur h

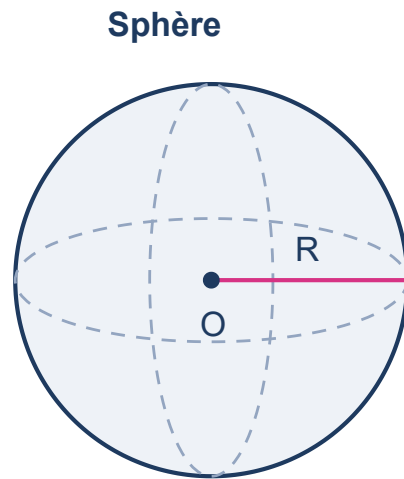
Cône



Sommet S , rayon r , hauteur h



Sommet S , base polygonale, hauteur h



Centre O , rayon R

1.2 Analyse de la forme d'un objet

Méthode

Décomposer un objet réel en solides élémentaires :

1. Observer l'objet et repérer ses différentes parties.
2. Associer chaque partie à un solide usuel (cylindre, parallélépipède, cône, etc.).
3. Relever les dimensions de chaque partie.
4. Calculer séparément puis combiner (addition ou soustraction de volumes).

Situation professionnelle — Charpentier

Un charpentier doit estimer le volume de bois d'une pièce de faîtage. La pièce est constituée d'un parallélépipède rectangle surmonté d'une portion de cylindre. Il la décompose en deux solides élémentaires pour calculer le volume total.

2. Sections de solides par un plan

Définition

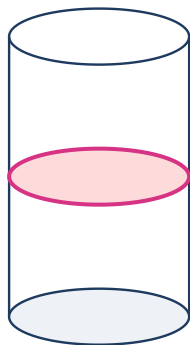
La **section** d'un solide par un plan est l'intersection du solide avec ce plan. C'est une figure plane dont la forme dépend du solide et de l'orientation du plan de coupe.

Propriété

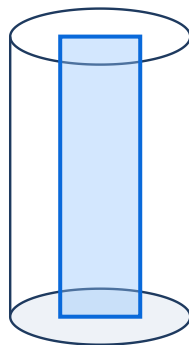
Sections des solides usuels :

- **Cube / Pavé droit** : la section par un plan parallèle à une face est un rectangle (ou un carré pour le cube). Une section oblique peut être un triangle, un quadrilatère, un pentagone ou un hexagone.
- **Cylindre** : section parallèle à la base → cercle ; section parallèle à l'axe → rectangle ; section oblique → ellipse.
- **Cône** : section parallèle à la base → cercle (réduction) ; section oblique → ellipse, parabole ou hyperbole (*coniques*).
- **Sphère** : toute section plane est un **cercle**. Un grand cercle passe par le centre.
- **Pyramide** : section parallèle à la base → figure semblable à la base (réduction).

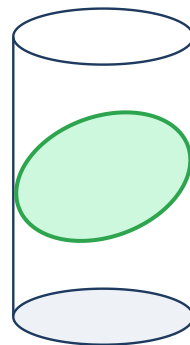
Illustration : sections d'un cylindre



Section // base



Section // axe



Section oblique

Méthode — Déterminer une section

1. Identifier le solide et le plan de coupe.
2. Repérer les intersections du plan avec les arêtes ou les faces du solide.
3. Relier les points d'intersection pour obtenir la section.
4. **Règle clé** : si deux faces du solide sont parallèles, le plan les coupe selon des droites parallèles.

Situation professionnelle — Section d'une poutre en I

Un ingénieur en structures étudie la section transversale d'une poutre métallique en I (ou IPE). Cette section, obtenue en coupant la poutre perpendiculairement à son axe, est composée de trois rectangles : deux semelles horizontales et une âme verticale. La connaissance de cette section permet de calculer le **moment d'inertie** et la **résistance à la flexion**.

MINI-EXERCICE 1

Section d'un cylindre

Un cylindre de révolution a un rayon $r = 5$ cm et une hauteur $h = 12$ cm.

1. Quelle est la section obtenue par un plan parallèle à la base passant à mi-hauteur ?
2. Quelle est la section obtenue par un plan contenant l'axe du cylindre ?

3. Projection orthogonale — Parallélisme et orthogonalité dans l'espace

3.1 Projection orthogonale

Définition

La **projection orthogonale** d'un point M sur un plan \mathcal{P} est le pied H de la perpendiculaire menée de M sur \mathcal{P} . On a alors $\overrightarrow{MH} \perp \mathcal{P}$.

La projection orthogonale d'une figure sur un plan donne une représentation en **vue de dessus, de face ou de profil** (dessin technique).

3.2 Positions relatives dans l'espace

Propriétés

Parallélisme :

- Deux plans sont **parallèles** s'ils ne se coupent pas (ou sont confondus).
- Si deux droites d'un plan \mathcal{P}_1 sécantes sont parallèles à un plan \mathcal{P}_2 , alors $\mathcal{P}_1 \parallel \mathcal{P}_2$.
- Si une droite est parallèle à un plan, elle est parallèle à toute droite de ce plan ayant même direction.

Intersection de plans :

- Deux plans non parallèles se coupent selon une **droite**.
- Trois plans non parallèles deux à deux se coupent généralement en un **point**.

Orthogonalité :

- Une droite d est **orthogonale à un plan** \mathcal{P} si elle est perpendiculaire à toutes les droites de \mathcal{P} passant par le pied. En pratique, il suffit qu'elle soit perpendiculaire à **deux droites sécantes** de \mathcal{P} .
- Deux plans sont **perpendiculaires** si l'un contient une droite orthogonale à l'autre.

Situation professionnelle — Plan de coupe d'un toit

Un charpentier doit déterminer la ligne d'intersection entre deux pans de toiture. Chaque pan est modélisé par un plan. L'intersection de ces deux plans donne l'**arêtier** (ou la **noue**) du toit. Le calcul de cet angle permet de découper correctement les chevrons.

MINI-EXERCICE 2

Intersection de plans — Toiture

Un toit à deux pans est modélisé par les plans \mathcal{P}_1 et \mathcal{P}_2 se coupant selon la ligne de faîtage. Le pan \mathcal{P}_1 fait un angle de 30° avec l'horizontale et le pan \mathcal{P}_2 fait un angle de 40° .

Déterminer l'angle formé par les deux pans au niveau du faîtage.

4. Surfaces de révolution

Définition

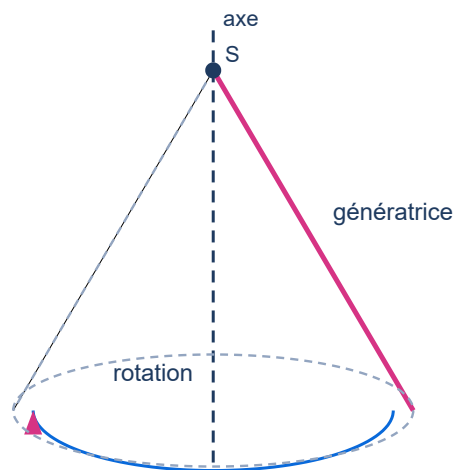
Une **surface de révolution** est engendrée par la rotation d'une courbe plane (la *génératrice*) autour d'un axe fixe (l'*axe de révolution*).

Propriété

Génération des surfaces de révolution usuelles :

Génératrice	Surface obtenue
Droite parallèle à l'axe (distance r)	Cylindre de révolution (rayon r)
Segment incliné passant par l'axe	Cône de révolution
Demi-cercle de rayon R	Sphère de rayon R
Courbe quelconque	Surface de révolution quelconque (vase, balustrade, etc.)

Illustration : génération d'un cône par rotation



Situation professionnelle — Pièce de bois tournée

Un tourneur sur bois réalise un pied de table en faisant tourner un **profil** (la génératrice) autour de l'axe du tour. Le profil définit complètement la forme de la pièce : une combinaison de portions de cylindre, de cône et de courbes (moultures). Chaque section perpendiculaire à l'axe est un cercle.

MINI-EXERCICE 3

Surface latérale d'un cône

Un cône de révolution a un rayon de base $r = 6$ cm et une hauteur $h = 8$ cm.

1. Calculer l'apothème (génératrice) ℓ du cône.
2. En déduire l'aire latérale du cône.

5. Calculs géométriques : longueurs, aires, volumes

5.1 Formules des aires et volumes

Formulaire des solides usuels

Solide	Volume	Aire latérale
Cube (arête a)	a^3	$4a^2$ (sans bases : $6a^2$ total)
Pavé droit ($L \times l \times h$)	$L \times l \times h$	$2(Ll + Lh + lh)$ (totale)
Prisme droit (base \mathcal{B} , hauteur h)	$\mathcal{B} \times h$	Périmètre base $\times h$
Pyramide (base \mathcal{B} , hauteur h)	$\frac{1}{3}\mathcal{B} \times h$	Somme des faces latérales
Cylindre (rayon r , hauteur h)	$\pi r^2 h$	$2\pi r h$
Cône (rayon r , hauteur h , apothème ℓ)	$\frac{1}{3}\pi r^2 h$	$\pi r \ell$
Sphère (rayon R)	$\frac{4}{3}\pi R^3$	$4\pi R^2$ (aire totale)

Attention

Ne pas confondre **aire latérale** (sans les bases) et **aire totale** (latérale + bases). Pour le cylindre : $\mathcal{A}_{\text{totale}} = 2\pi r h + 2\pi r^2$.

5.2 Longueurs et angles — Théorème d'Al-Kashi

Propriété — Théorème d'Al-Kashi (loi des cosinus)

Dans un triangle ABC quelconque, avec $a = BC$, $b = AC$, $c = AB$:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos(\widehat{A})$$

Ce théorème généralise le théorème de Pythagore (cas $\widehat{A} = 90^\circ$).

Utilisation : calculer un côté connaissant deux côtés et l'angle compris, ou calculer un angle connaissant les trois côtés.

MINI-EXERCICE 4

Al-Kashi — Ferme de charpente

Dans une ferme de charpente triangulaire ABC , on donne : $AB = 6,0$ m, $AC = 5,2$ m et $\widehat{A} = 50^\circ$.

Calculer la longueur de l'entrait BC en utilisant le théorème d'Al-Kashi.

5.3 Effet d'un agrandissement / réduction

Propriété

Lorsqu'on multiplie toutes les dimensions d'un solide par un facteur $k > 0$:

Les **longueurs** sont multipliées par k

Les **aires** sont multipliées par k^2

Les **volumes** sont multipliés par k^3

Exemple

Un modèle réduit de silo cylindrique est à l'échelle $\frac{1}{50}$ (donc $k = 50$ pour passer du modèle au réel).

- Si le diamètre du modèle est 6 cm, le diamètre réel est $6 \times 50 = 300 \text{ cm} = 3 \text{ m}$.
- L'aire réelle est $50^2 = 2\,500$ fois l'aire du modèle.
- Le volume réel est $50^3 = 125\,000$ fois le volume du modèle.

MINI-EXERCICE 5

Agrandissement — Silo

Un silo à grains est modélisé par un cylindre surmonté d'un cône. Le cylindre a un rayon $r = 3 \text{ m}$ et une hauteur $h_c = 8 \text{ m}$. Le cône a la même base et une hauteur $h_p = 2 \text{ m}$.

1. Calculer le volume total du silo.
2. On construit un second silo dont toutes les dimensions sont multipliées par 1,5. Quel est son volume ?

6. Repérage d'un point

6.1 Coordonnées cartésiennes

Définition

Dans le plan : un point M est repéré par ses coordonnées (x, y) dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

Dans l'espace : un point M est repéré par ses coordonnées (x, y, z) dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

Distance entre deux points dans l'espace : $A(x_A, y_A, z_A)$ et $B(x_B, y_B, z_B)$

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$$

6.2 Coordonnées polaires (dans le plan)

Définition

Un point M du plan est repéré par (r, θ) où :

- $r = OM \geq 0$: distance à l'origine (rayon)
- θ : angle entre \vec{Ox} et \vec{OM} , mesuré en radians (ou degrés)

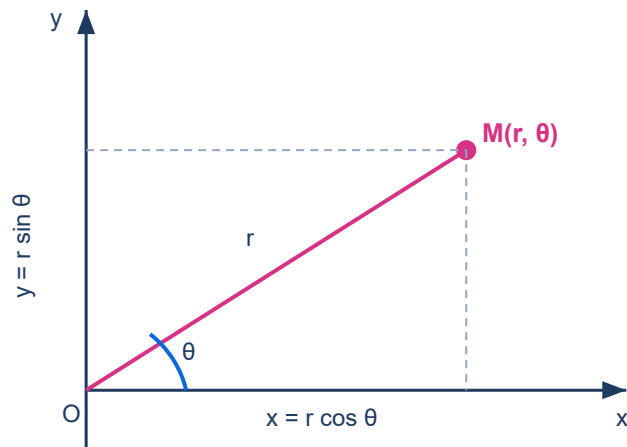
Passage cartésiennes \rightarrow polaires :

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} \quad \tan(\theta) = \frac{y}{x} \quad (x \neq 0)$$

Passage polaires \rightarrow cartésiennes :

$$x = r \cos(\theta) \quad y = r \sin(\theta)$$

Illustration : coordonnées polaires



6.3 Coordonnées cylindriques

Définition

Dans l'espace, un point M est repéré en coordonnées **cylindriques** par (r, θ, z) où :

- (r, θ) sont les coordonnées polaires de la projection de M sur le plan (xOy)
- z est la cote (hauteur)

Passage cylindriques → cartésiennes :

$$x = r \cos \theta, \quad y = r \sin \theta, \quad z = z$$

6.4 Coordonnées sphériques

Définition

Un point M de l'espace est repéré en coordonnées **sphériques** par (ρ, θ, φ) où :

- $\rho = OM \geq 0$: distance à l'origine
- $\theta \in [0, 2\pi[$: angle azimutal (dans le plan (xOy))
- $\varphi \in [0, \pi]$: angle polaire (colatitude, depuis l'axe Oz)

Passage sphériques \rightarrow cartésiennes :

$$x = \rho \sin \varphi \cos \theta, \quad y = \rho \sin \varphi \sin \theta, \quad z = \rho \cos \varphi$$

Propriété — Résumé des systèmes

Système	Coordonnées	Espace	Usage typique
Cartésiennes	(x, y) ou (x, y, z)	Plan / Espace	Général
Polaires	(r, θ)	Plan	Cercles, spirales
Cylindriques	(r, θ, z)	Espace	Cylindres, tuyaux, silos
Sphériques	(ρ, θ, φ)	Espace	Sphères, antennes, GPS

Situation professionnelle — Repérage topographique

Un géomètre-topographe utilise un théodolite pour repérer des points sur un chantier. L'appareil mesure un **angle horizontal** θ et un **angle vertical** φ , ainsi qu'une **distance** ρ . Ce sont exactement des coordonnées sphériques ! Le passage en coordonnées cartésiennes permet de placer les points sur un plan.

MINI-EXERCICE 6

Conversion de coordonnées

Un point M a pour coordonnées cartésiennes $(3, 3\sqrt{3})$ dans le plan.

1. Déterminer les coordonnées polaires (r, θ) de M .
2. Un point N a pour coordonnées polaires $(8, \frac{5\pi}{6})$. Déterminer ses coordonnées cartésiennes.

7. Synthèse

L'essentiel à retenir

- Les **six solides usuels** : cube, pavé droit, pyramide, cylindre, cône, sphère. Connaître leurs formules de volume et d'aire.
- La **section** d'un solide par un plan dépend de l'orientation du plan. Savoir déterminer la forme de la section.
- Les **surfaces de révolution** sont engendrées par rotation d'une génératrice autour d'un axe.
- Le **théorème d'Al-Kashi** permet de calculer côtés et angles dans un triangle quelconque.
- Un **agrandissement de facteur k** multiplie les longueurs par k , les aires par k^2 , les volumes par k^3 .
- Quatre systèmes de coordonnées : **cartésiennes, polaires, cylindriques, sphériques**. Savoir passer de l'un à l'autre.

Au programme : solides usuels (volumes, aires), sections par un plan, surfaces de révolution, agrandissement/réduction, coordonnées (cartésiennes, polaires, cylindriques, sphériques), théorème d'Al-Kashi, applications professionnelles (charpente, BTP, bois).

Les exercices sont progressifs : du calcul direct aux problèmes professionnels complets.

Formulaire de référence

Solide	Volume	Aire latérale
Cube (arête a)	a^3	$6a^2$ (totale)
Pavé droit ($L \times l \times h$)	Llh	$2(Ll + Lh + lh)$ (totale)
Cylindre (r, h)	$\pi r^2 h$	$2\pi r h$
Cône (r, h, ℓ)	$\frac{1}{3}\pi r^2 h$	$\pi r \ell$
Sphère (R)	$\frac{4}{3}\pi R^3$	$4\pi R^2$
Pyramide (base \mathcal{B}, h)	$\frac{1}{3}\mathcal{B}h$	—

Al-Kashi : $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos(\widehat{A})$

Polaires : $x = r \cos \theta, y = r \sin \theta \mid r = \sqrt{x^2 + y^2}, \tan \theta = y/x$

Agrandissement k : longueurs $\times k$, aires $\times k^2$, volumes $\times k^3$

EXERCICE 1

Volume et aire d'un cylindre — Réservoir d'eau

Un réservoir d'eau cylindrique a un diamètre de 2,40 m et une hauteur de 3,00 m.

1. Calculer le volume du réservoir en m^3 , puis en litres ($1 \text{ m}^3 = 1\,000 \text{ L}$).
2. Calculer l'aire latérale du réservoir (sans les bases).
3. Calculer l'aire totale (latérale + deux disques).

Mes calculs :

EXERCICE 2

Pyramide à base carrée — Élément de toiture

Un élément décoratif de toiture a la forme d'une pyramide à base carrée. La base a un côté de 60 cm et la hauteur de la pyramide est de 40 cm.

1. Calculer le volume de cette pyramide.
2. Calculer la hauteur d'une face triangulaire latérale (apothème de la pyramide).
3. En déduire l'aire latérale de la pyramide.

Mes calculs :

EXERCICE 3

Sphère — Boule décorative

Une boule décorative en bois a un diamètre de 18 cm.

1. Calculer le volume de bois nécessaire.
2. Calculer l'aire de la surface à peindre.
3. On coupe la sphère par un plan situé à 3 cm du centre. Quel est le rayon de la section obtenue ?

Mes calculs :

EXERCICE 4

Sections d'un pavé droit

Un parallélépipède rectangle $ABCDEFGH$ a pour dimensions : $AB = 6$ cm, $BC = 4$ cm, $AE = 5$ cm.

1. Quelle est la forme de la section par un plan parallèle à la face $ABCD$ passant à 3 cm de celle-ci ? Donner ses dimensions.
2. On coupe le pavé par le plan passant par A , C et le milieu M de $[EG]$. Décrire la section obtenue.
3. Calculer le volume du pavé et la longueur de la diagonale AG .

Mes calculs :

EXERCICE 5

Section d'un cône — Réduction

Un cône de révolution a un rayon de base $R = 12$ cm et une hauteur $H = 20$ cm. On le coupe par un plan parallèle à la base situé à une hauteur $h = 15$ cm de la base.

1. À quelle distance du sommet se trouve le plan de coupe ?
2. Déterminer le rayon r du cercle de section.
3. Calculer le volume du tronc de cône compris entre la base et le plan de coupe.

Mes calculs :

EXERCICE 6

Coordonnées polaires et cartésiennes

On travaille dans le plan muni d'un repère orthonormé.

1. Convertir en coordonnées polaires les points suivants :

a) $A(4, 0)$ b) $B(0, -5)$ c) $C(-3, 3)$

2. Convertir en coordonnées cartésiennes les points suivants :

a) $D\left(6, \frac{\pi}{4}\right)$ b) $E\left(10, \frac{2\pi}{3}\right)$ c) $F\left(4, \frac{7\pi}{6}\right)$

3. Quelle est la nature de la courbe d'équation polaire $r = 5$?

Mes calculs :

EXERCICE 7

Coordonnées cylindriques — Point dans un tuyau

Un point P à l'intérieur d'un tuyau cylindrique a pour coordonnées cylindriques $(3, \frac{\pi}{3}, 7)$.

1. Déterminer les coordonnées cartésiennes (x, y, z) de P .
2. Calculer la distance de P à l'axe du cylindre (axe Oz).
3. Un second point Q a pour coordonnées cartésiennes $(-2, 2\sqrt{3}, 5)$. Déterminer ses coordonnées cylindriques.

Mes calculs :

EXERCICE 8

Agrandissement-réduction — Maquette de bâtiment

Un architecte réalise une maquette d'un bâtiment à l'échelle $\frac{1}{100}$.

1. Le bâtiment réel mesure 25 m de haut. Quelle est la hauteur de la maquette ?
2. La façade du bâtiment réel a une aire de 450 m^2 . Quelle est l'aire de la façade sur la maquette ?
3. Le volume intérieur du bâtiment est de $8\,000 \text{ m}^3$. Quel est le volume de la maquette en cm^3 ?
4. On souhaite doubler les dimensions de la maquette. Par combien sont multipliés le volume et l'aire de la nouvelle maquette ?

Mes calculs :

EXERCICE 9

Théorème d'Al-Kashi — Ferme triangulaire

Une ferme de charpente triangulaire ABC (le triangle porteur d'un toit) a les dimensions suivantes :

- Entrait : $BC = 8,00$ m
- Arbalétrier gauche : $AB = 5,50$ m
- Arbalétrier droit : $AC = 5,50$ m

1. Calculer l'angle au sommet \hat{A} en utilisant le théorème d'Al-Kashi.
2. En déduire la hauteur h de la ferme (distance de A à BC).
3. Calculer la pente du toit (angle \hat{B}).

Mes calculs :

EXERCICE 10

Surface de révolution — Vase en bois tourné

Un tourneur sur bois réalise un vase en faisant tourner un profil autour de l'axe vertical. Le profil est constitué de :

- Une portion de cylindre : rayon $r_1 = 5$ cm, hauteur $h_1 = 12$ cm (le corps du vase)
- Un tronc de cône : passage de $r_1 = 5$ cm à $r_2 = 3$ cm sur une hauteur $h_2 = 4$ cm (le col)

1. Calculer le volume intérieur du vase (on néglige l'épaisseur du bois).
2. Calculer l'aire de la surface latérale extérieure du vase.

Mes calculs :

EXERCICE 11

Intersection de plans — Arêtier de toiture

On se place dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. Deux pans de toiture sont modélisés par les plans :

- $\mathcal{P}_1 : z = -\frac{1}{2}x + 6$ (pour $x \geq 0$)
- $\mathcal{P}_2 : z = \frac{1}{2}y + 3$ (pour $y \geq 0$)

1. Vérifier que le point $A(4, 2, 4)$ appartient à \mathcal{P}_1 . Appartient-il à \mathcal{P}_2 ?
2. Déterminer l'équation de la droite d'intersection des deux plans (l'arêtier) en éliminant z .
3. Trouver deux points de cette droite d'intersection et en déduire un vecteur directeur.

Mes calculs :

EXERCICE 12

Problème — Charpente à quatre pans

Un charpentier doit réaliser un toit à quatre pans (toit en croupe) sur un bâtiment rectangulaire de $12\text{ m} \times 8\text{ m}$. La hauteur du faîtage est de 4 m au-dessus du plan des murs. Le faîtage mesure 4 m et est centré sur la longueur.

1. Faire un schéma en perspective de la charpente et identifier les différents éléments : faîtage, arbalétriers, arêtiers, entrails.
2. Calculer la longueur d'un arbalétrier (du faîtage au milieu d'un mur gouttereau de 8 m). On prendra le triangle rectangle formé par la demi-largeur (4 m) et la hauteur (4 m).
3. Calculer la longueur d'un arêtier (du bout du faîtage à un angle du bâtiment). Utiliser le théorème de Pythagore dans l'espace.
4. Calculer l'angle que fait l'arêtier avec le plan horizontal.
5. Calculer l'aire totale de la toiture (somme des quatre pans).

Mes calculs :

EXERCICE 13

Problème — Trémie de chantier

Sur un chantier, un silo à granulats est constitué de trois parties :

- **Cylindre** (partie centrale) : rayon $R = 2,5$ m, hauteur $h_c = 6$ m
- **Cône supérieur** (couvercle) : même rayon de base R , hauteur $h_s = 1,5$ m
- **Trémie** (tronc de cône inversé, en bas) : passage de $R = 2,5$ m à $r = 0,5$ m, hauteur $h_t = 2$ m

1. Calculer le volume de chaque partie et le volume total du silo.
2. Le granulat a une masse volumique de $1\,500$ kg/m³. Quelle est la masse maximale de granulat stockable ?
3. On souhaite construire un silo semblable avec des dimensions multipliées par 1,2. Quel sera le gain de volume en pourcentage ?
4. Calculer l'aire de la surface latérale de la trémie (tronc de cône).

Mes calculs :

EXERCICE 14

Problème — Pièce de bois tournée et repérage

Un menuisier-agenceur réalise un pied de table au tour à bois. La pièce est de révolution autour de l'axe (Oz) . Le profil est décrit par le rayon r en fonction de la hauteur z :

- De $z = 0$ à $z = 5$ cm : cylindre de rayon $r = 4$ cm (patin)
- De $z = 5$ à $z = 15$ cm : tronc de cône de $r = 4$ cm à $r = 2,5$ cm (fût conique)
- De $z = 15$ à $z = 55$ cm : cylindre de rayon $r = 2,5$ cm (fût principal)
- De $z = 55$ à $z = 60$ cm : tronc de cône de $r = 2,5$ cm à $r = 3,5$ cm (col)
- De $z = 60$ à $z = 65$ cm : cylindre de rayon $r = 3,5$ cm (tête)

1. Calculer le volume de bois total de la pièce.
2. Le bois utilisé (chêne) a une masse volumique de $0,72 \text{ g/cm}^3$. Calculer la masse de la pièce.
3. Calculer l'aire de la surface latérale totale de la pièce (surface à poncer).
4. Un point P sur la surface du patin est repéré en coordonnées cylindriques par $P(4, \frac{\pi}{4}, 3)$.
. Donner ses coordonnées cartésiennes.
5. Le menuisier souhaite réaliser le même pied à l'échelle $\frac{3}{4}$ pour une table basse. Quel sera le volume de bois nécessaire ?

Mes calculs :

Configurations géométriques

BTS | Mathématiques | Durée : 40 min | /20

Nom : _____ Prénom : _____ Date : _____

On prendra $\pi \approx 3,1416$ et $\cos 60^\circ = 0,5$.

Exercice 1 — Sections d'un solide (3 pts)

Un cylindre de révolution a un rayon $r = 4$ cm et une hauteur $h = 10$ cm.

- Quelle est la nature de la section obtenue par un plan parallèle à la base ? Donner son aire. (1,5 pt)
- Quelle est la nature de la section obtenue par un plan contenant l'axe ? Donner ses dimensions et son aire. (1,5 pt)

Exercice 2 — Volume et aire latérale (4 pts)

Un cône de révolution a un rayon de base $r = 9$ cm et une hauteur $h = 12$ cm.

- Calculer l'apothème (génératrice) ℓ du cône. (1,5 pt)
- En déduire l'aire latérale $\mathcal{A}_{\text{lat}} = \pi r \ell$. (1,5 pt)
- Calculer le volume $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$. (1 pt)

Exercice 3 — Effet d'un agrandissement (4 pts)

Un silo cylindrique a un volume de 80 m^3 et une aire totale de 120 m^2 . On construit un second silo dont toutes les dimensions sont multipliées par $k = 2$.

- Par quel facteur le volume est-il multiplié ? En déduire le volume du second silo. (2 pts)
- Par quel facteur l'aire est-elle multipliée ? En déduire l'aire du second silo. (2 pts)

Exercice 4 — Théorème d'Al-Kashi (4 pts)

Dans une ferme de charpente triangulaire ABC , on donne $AB = 7,0$ m, $AC = 4,0$ m et l'angle $\widehat{A} = 60^\circ$.

- Énoncer la formule d'Al-Kashi permettant de calculer BC . (1 pt)
- Calculer la longueur de l'entrait BC . (3 pts)

Exercice 5 — Coordonnées polaires (5 pts)

Un point M a pour coordonnées cartésiennes $(4, 4)$ dans le plan.

- Calculer le rayon $r = OM$. (1,5 pt)
 - Déterminer l'angle polaire θ (en radians). (1,5 pt)
 - Un point N a pour coordonnées polaires $(6, \frac{2\pi}{3})$. Déterminer ses coordonnées cartésiennes. (2 pts)
-