

I- PUISSANCES D'UN NOMBRE

1) Puissance d'exposant positif

Définition : Soient n un entier supérieur ou égal à 1 et a un nombre relatif.

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a \times a}_{n \text{ facteurs}}$$

a^n se lit « a puissance n » ou « a exposant n ».

Exemples : $2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$

$2\,000^1 = 2\,000$

$(-3)^2 = (-3) \times (-3) = 9$

$(-3)^3 = (-3) \times (-3) \times (-3) = -27$

$\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{2 \times 2 \times 2}{3 \times 3 \times 3} = \frac{8}{27}$

$0^{32} = 0$

Remarque : a^2 se lit « a au carré » ; a^3 se lit « a au cube ».

Remarque : Attention à ne pas confondre $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ et $3 \times 2 = 2 + 2 + 2 = 6$.

2) Produit de deux puissances d'un même nombre

Ex : $2^3 \times 2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^7$

$5^2 \times 5^1 = 5 \times 5 \times 5 = 5^3$

$3^6 \times 3^2 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^8$

Règle de calcul : Soient n et p deux entiers supérieurs ou égaux à 1 et a un nombre relatif.

$$a^n \times a^p = a^{n+p}$$

On somme les deux exposants.

Rq : $8^3 \times 8^2 \times 8^4 = 8^{3+2+4} = 8^9$

Il y a en tout 9 facteurs 8.

$5^2 \times 4^3 = 5 \times 5 \times 4 \times 4 \times 4$

Ce ne sont pas les mêmes facteurs.

On ne peut pas l'écrire sous forme d'une seule puissance.

$3^6 + 3^2 =$

C'est une somme.

On ne peut pas l'écrire sous forme d'une seule puissance.

Conséquence : Puissance 0

$5^0 \times 5^4 = 5^{0+4} = 5^4 \quad \text{et} \quad 1 \times 5^4 = 5^4$

Il faut donc que $5^0 = 1$.

Pour tout nombre relatif a , on a : $a^0 = 1$.

En particulier : $0^0 = 1$.

Conséquence : Puissance de puissance

$(2^3)^2 = (2^3) \times (2^3) = 2^{3+3} = 2^6$

$(7^6)^3 = (7^6) \times (7^6) \times (7^6) = 7^{6+6+6} = 7^{18}$

Pour tout nombre relatif a , on a : $(a^n)^p = a^{n \times p}$

3) Puissance d'exposant négatif

$$\underline{\text{Ex}} : 2^3 \times \frac{1}{2^3} = 2 \times 2 \times 2 \times \frac{1}{2 \times 2 \times 2} = \frac{2 \times 2 \times 2}{2 \times 2 \times 2} = 1$$

$$2^3 \times 2^{-3} = 2^{3+(-3)} = 2^0 = 1 \quad \text{donc } 2^{-3} = \frac{1}{2^3}.$$

Définition : Soient n un entier et a un nombre relatif non nul.

$$\boxed{a^{-n} = \frac{1}{a^n}}$$

$$\underline{\text{Ex}} : 3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$$

$$5^{-1} = \frac{1}{5^1} = \frac{1}{5} \quad (\text{L'inverse de } a \text{ se note donc } a^{-1}.)$$

4) Quotient de deux puissances d'un même nombre

$$\underline{\text{Ex}} : \frac{2^5}{2^2} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}{2 \times 2} = 2 \times 2 \times 2 = 2^3$$

$$\frac{3^4}{3^6} = \frac{3 \times 3 \times 3 \times 3}{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3} = \frac{1}{3 \times 3} = \frac{1}{3^2} = 3^{-2}$$

$$\frac{4^3}{4^1} = \frac{4 \times 4 \times 4}{4} = 4^2$$

Règle de calcul : Soient n et p deux entiers et a un nombre relatif non nul.

$$\boxed{\frac{a^n}{a^p} = a^{n-p}}$$

$$\underline{\text{Ex}} : \frac{5^8}{5^3} = 5^{8-3} = 5^5$$

$$\frac{7^{24}}{7} = 7^{24-1} = 7^{23}$$

$$\frac{11^3}{11^7} = 11^{3-7} = 11^{-4} = \frac{1}{11^4}$$

$$\frac{4^{-2}}{4^3} = \frac{1}{4^2} \times \frac{1}{4^3} = \frac{1}{4^2 \times 4^3} = \frac{1}{4^5} = 4^{-5} = 4^{-2-3}$$

5) Puissance d'un produit, d'un quotient

$$\underline{\text{Ex}} : (2 \times 3)^4 = 2 \times 3 \times 2 \times 3 \times 2 \times 3 \times 2 \times 3 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 2^4 \times 3^4$$

$$\left(\frac{2}{5}\right)^3 = \frac{2}{5} \times \frac{2}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{2 \times 2 \times 2}{5 \times 5 \times 5} = \frac{2^3}{5^3}$$

Règle de calcul : Soient n un entier, a et b deux nombres non nuls.

$$(a \times b)^n = a^n \times b^n \quad \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

$$\underline{\text{Ex}} : 4^3 \times 7^3 = (4 \times 7)^3 = 28^3$$

$$\frac{36^7}{3^7} = \left(\frac{36}{3}\right)^7 = 12^7$$

II- PUISSANCE DE 10

Ex : $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$

$$10^{-2} = \frac{1}{10^2} = \frac{1}{100} = 0,01$$

Propriété : Soit n un entier supérieur ou égal à 1.

$$10^n = 10 \times 10 \times \dots \times 10 = 100\dots 0 \quad (\text{un chiffre 1 suivi de n chiffres 0})$$

$$10^{-n} = \frac{1}{10^n} = \frac{1}{100\dots 0} = 0,00\dots 01 \quad (n \text{ chiffre après la virgule})$$

Ex : $10^5 = 100\,000$ $10^{-4} = 0,000\,1$ $10^0 = 1$ $10^1 = 10$ $10^{-1} = 0,1$

Règles de calcul : Soient n et p deux entiers.

	Règle	Exemples
Produit	$10^n \times 10^p = 10^{n+p}$	$10^3 \times 10^4 = 10^7$ $10^{-6} \times 10^4 = 10^{-2}$
Quotient	$\frac{10^n}{10^p} = 10^{n-p}$	$\frac{10^7}{10^3} = 10^4$ $\frac{10^{-5}}{10^8} = 10^{-13}$
Puissance de puissance	$(10^n)^p = 10^{n \times p}$	$(10^5)^2 = 10^{10}$ $(10^3)^{-4} = 10^{-12}$

Propriété : Soit n un entier positif.

Pour multiplier un nombre décimal par 10^n , on déplace la virgule de n rangs vers la droite.

Pour multiplier un nombre décimal par 10^{-n} , on déplace la virgule de n rang vers la gauche.

Ex : $25,1 \times 10^5 = 2\,510\,000$
 $25,1 \times 10^{-5} = 0,000\,251$

Ex : La distance entre le Soleil et la planète Mars est $2,29 \times 10^8$ km.

Celle entre le Soleil et la Terre est 150×10^6 km

La planète la plus proche du soleil est la Terre car $150 \times 10^6 = 150\,000\,000$ km
 $2,29 \times 10^8 = 229\,000\,000$ km

Pour comparer facilement de tels nombres, on va les écrire sous une forme particulière : l'écriture scientifique.

III- ECRITURE SCIENTIFIQUE

Définition : L'écriture (ou notation) scientifique d'un nombre relatif est l'écriture de ce nombre sous la forme $a \times 10^n$
où a est un nombre décimal ayant un seul chiffre non nul avant la virgule
et n est un entier relatif.

Ex : $A = 8,56 \times 10^7$ A est écrit en notation scientifique.

$B = 0,45 \times 10^{-2}$ B n'est pas écrit en notation scientifique car le chiffre avant la virgule est 0.

$C = 9,1 \times 5^3$ C n'est pas écrit en notation scientifique car le 2^{ième} facteur n'est pas une puissance de 10.

Ex : Ecrire en notation scientifique

$$D = 732 = 7,32 \times 10^2$$

$$H = 345 \times 10^3 = 3,45 \times 10^2 \times 10^3 = 3,45 \times 10^5$$

$$E = 0,043 = 4,3 \times 10^{-2}$$

$$I = 0,0673 \times 10^4 = 6,73 \times 10^{-2} \times 10^4 = 6,73 \times 10^2$$

$$F = 345\,756 = 3,457\,56 \times 10^5$$

$$G = 0,000\,673 = 6,73 \times 10^{-4}$$

Ex : Comparer.

$$a) A = 6,04 \times 10^5 \text{ et } B = 2,03 \times 10^7 \quad A < B \quad \text{car } 5 < 7$$

$$b) A = 9,1 \times 10^{-3} \text{ et } B = 8,4 \times 10^{-2} \quad A < B \quad \text{car } -3 < -2$$

$$c) A = 4,51 \times 10^7 \text{ et } B = 6,7 \times 10^7 \quad A < B \quad \text{car } 7 = 7 \text{ et } 4,51 < 6,7.$$

On compare d'abord les puissances, puis en cas d'égalité, on compare les nombres décimaux.

Ex : a) Effectuer à la calculatrice $623\,452 \times 786\,549$.

On obtient 4.903755471 E 11.

Cela signifie $4,903\,755\,71 \times 10^{11}$. Quand le nombre est trop grand, la calculatrice donne la valeur la plus précise possible en utilisant une notation scientifique.

b) Effectuer à la calculatrice $0,012\,345 : 915\,234$.

On obtient 1.34883538 E -8.

Cela signifie $1,348\,835\,38 \times 10^{-8}$.

Règles de calcul : Soient n et p deux entiers.

	Règle	Exemples
Produit	$10^n \times 10^p = 10^{\dots\dots\dots}$	$10^3 \times 10^4 =$ $10^{-6} \times 10^4 =$
Quotient	$\frac{10^n}{10^p} = 10^{\dots\dots\dots}$	$\frac{10^7}{10^3} =$ $\frac{10^{-5}}{10^8} =$
Puissance de puissance	$(10^n)^p = 10^{\dots\dots\dots}$	$(10^5)^2 =$ $(10^3)^{-4} =$

Règles de calcul : Soient n et p deux entiers.

	Règle	Exemples
Produit	$10^n \times 10^p = 10^{\dots\dots\dots}$	$10^3 \times 10^4 =$ $10^{-6} \times 10^4 =$
Quotient	$\frac{10^n}{10^p} = 10^{\dots\dots\dots}$	$\frac{10^7}{10^3} =$ $\frac{10^{-5}}{10^8} =$
Puissance de puissance	$(10^n)^p = 10^{\dots\dots\dots}$	$(10^5)^2 =$ $(10^3)^{-4} =$

Les puissances – Exercices – Devoirs

Exercice 1 corrigé disponible

Transforme en écriture avec des exposants :

$$\begin{array}{lll} 2 \times 2 \times 2 \times 2 = & (-5) \times (-5) \times (-5) = & \frac{1}{4 \times 4 \times 4} = \\ 8 \times 8 \times 8 \times 8 \times 8 \times 8 = & \frac{1}{(-2) \times (-2)} = & \frac{1}{7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7} = \end{array}$$

Exercice 2 corrigé disponible

Décompose les écritures suivantes :

$$\begin{array}{lll} 5^7 = & 4^{-3} = & (-3)^2 = \\ (-4)^{-3} = & -5^3 = & -7^{-2} = \end{array}$$

Exercice 3 corrigé disponible

Calculer directement les puissances suivantes :

$$4^3 ; 10^9 ; (-2)^5 ; 1^{2004} ; 0^{3025} ; 8^1 ; 125^0$$

Exercice 4 corrigé disponible

1) Simplifie les calculs ci-dessous

$$A = \frac{4^5 \times 5^{-2}}{5^3 \times 4^{-4}} \qquad B = \frac{2^6 \times (6^{-2})^3}{6^3 \times (2^{-3})^{-1} \times 6^4}$$

2) Simplifie les calculs ci-dessous

$$C = \frac{4 \times 10^5 \times 3 \times 10^{-6}}{2 \times (10^{-3})^5} \qquad D = \frac{(35 \times 10^2)^3 \times 10^{-8}}{7 \times 10^4}$$

Exercice 5 corrigé disponible

1) Ecris les nombres en écriture scientifique.

$$0,025 = \qquad 457000 = \qquad 0,00045 = \qquad 2360 =$$

2) Ecris les nombres en écriture décimale.

$$2,5 \times 10^4 = \qquad 4,82 \times 10^{-5} = \qquad 8 \times 10^{-7} = \qquad 2 \times 10^1 =$$

3) Ecris les nombres en écriture décimale

$$3 \times 10^5 = \qquad 4 \times 10^{-6} = \qquad 25,78 \times 10^{-3} = \qquad 0,7 \times 10^0 =$$

4) Ecris les nombres suivants sous la forme d'un produit d'un entier par une puissance de dix.

$$0,32 = \qquad 458000 = \qquad 0,00004 = \qquad 60200 =$$

Exercice 6 corrigé disponible

Simplifier les calculs ci-dessous :

$$\begin{array}{llll} 10^4 \times 10^{-7} = & 4^{-5} \times 4^{-3} = & 10^{-9} \times 10 = & (-2)^{-5} \times (-2)^{-1} = \\ 4^5 \times 5^5 = & 10^{-6} \times (-8)^{-6} = & (-7)^2 \times 6^2 = & 0,2^{15} \times 5^{15} = \\ (7^5)^3 = & (10^{-8})^{-4} = & [(-3)^{-6}]^3 = & (10^{-3})^4 = \end{array}$$

$$\frac{10^4}{10^5} = \quad \frac{10^{-2}}{10^{-7}} = \quad \frac{7^6}{7^{-2}} = \quad \frac{(-2)^{-4}}{(-2)^5} =$$

$$\frac{10^4}{5^4} = \quad \frac{35^7}{5^7} = \quad \frac{(-44)^{12}}{11^{12}} = \quad \frac{44^{-5}}{22^{-5}} =$$

Exercice 7 corrigé disponible

Ecrire sous la forme d'une puissance d'un nombre

$$L = 4^7 \times 4^{10} \quad M = \frac{3^2}{3^{-3}} \quad N = 4^7 \times 5^7 \quad O = \frac{6^8 \times 6^{-9}}{6^3}$$

$$P = \frac{12^9}{4^9} \quad Q = (12^3)^8 \quad R = \frac{4^8 \times 4^3}{16^{-3} \times 4^5}$$

Exercice 8 corrigé disponible

Ecrire sous la forme d'un nombre entier ou d'une fraction

$$2^4 = \dots\dots\dots = \dots \quad 5^3 = \dots\dots\dots = \dots$$

$$10^5 = \dots\dots\dots = \dots \quad 0^{51} = \dots\dots$$

$$2^{-3} = \dots\dots\dots \quad 5^{-2} = \dots\dots\dots$$

$$10^{-4} = \dots\dots\dots \quad 1^{-5231} = \dots\dots$$

Exercice 9 corrigé disponible

Exprime sous forme d'une seule puissance :

$$\frac{2^{-3} \times 2^7}{5^{-2}} = \quad \frac{(10^{-4})^3}{12^{-5}} = \quad \frac{1,4^5 \times 10^5}{((-13)^{-6})^{-2}} =$$

$$\frac{5^3}{5^3} = \quad \frac{12^{-5}}{12^{-4}} =$$

Exercice 10 corrigé disponible

1°) Complète par l'entier relatif manquant :

$$(a) 10^{\dots} \times 10^{-6} = 10^{-8} \quad (c) \frac{10^4}{10^{\dots}} = 10^{-3} \quad (e) \frac{8^3}{8^{\dots}} = 8^{-2}$$

$$(b) (10^{-6})^{\dots} = 10^{12} \quad (d) 2^4 \times 5^4 = \dots^4 \quad (f) (6^{\dots})^{-9} = 6^{-45}$$

Exercice 11 corrigé disponible

Donne l'écriture décimale des nombres suivants :

$$A = 234,56 \times 10^{-5} \quad B = 0,045 \times 10^4 \quad C = -23,45 \times 10^2$$

Exercice 12 corrigé disponible

Donne l'écriture scientifique des nombres suivants :

$$D = -235 \quad E = 0,034$$

$$F = 45,56 \times 10^{-3} \quad G = -0,0505 \times 10^4$$

Exercice 13 corrigé disponible

Donne l'écriture scientifique des nombres suivants.

$$H = 4,7 \times 10^{-2} + 5,1 \times 10^{-2} \quad I = 8 \times 10^2 \times 7 \times 10^{-5}$$

$$J = \frac{7 \times 10^{-13} \times 3 \times 10^4}{6 \times 10^{-4}}$$

Exercice 14 corrigé disponible

1) Ecrire les résultats sous la forme 10^n où n est un entier relatif :

$$A = 10^{-5} \times 10^{12} \quad B = \frac{10^6}{10^{-3}} \quad C = (10^{11})^3 \times 10^{-8} \quad D = \frac{10^6 \times (10^{-5})^3}{10^{13}}$$

2) Calculer les expressions suivantes :

$$E = 2 \times (-3)^4 \quad \text{et} \quad F = 2 \times 10^6 + 3 \times 10^3$$

Exercice 15 corrigé disponible

1) Ecrire sous la forme 3^n avec n entier relatif l'expression suivante :

$$E = \frac{3^{-2} \times (3^4)^6}{3^{-8}}$$

2) Ecrire sous la forme d'une seule puissance :

$$F = 25 \times 5^4 \times 125 \times 5^{-3}$$

$$G = 4^{11} \times (-0,25)^{11}$$

Exercice 16 corrigé disponible

1) Parmi les trois écritures suivantes, entourer celle qui est une écriture scientifique et justifier par une phrase :

$$5,45608 \times 10^{21} \quad 0,899 \times 10^7 \quad 78,3 \times 10^9$$

2) Donner l'écriture scientifique des nombres suivants :

a) 4,89 = b) 12 604 = c) 9 077 000 =

d) $98,57 \times 10^7 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

Exercice 17 corrigé disponible

Calculer chaque expression et donner le résultat en écriture décimale et en écriture scientifique :

$$A = \frac{15 \times 10^6}{5 \times 10^4} \quad B = \frac{80 \times 10^{-3}}{16 \times 10^5} \quad C = \frac{5 \times 10^{11} \times 20 \times 10^6}{25 \times 10^{-4} \times 2 \times 10^{15}}$$

Exercice 18 corrigé disponible

La lumière voyage à une vitesse d'environ 300 000 km/s.

1) Combien y-a-t-il de secondes en une journée ? Expliquer.

2) Combien y-a-t-il de secondes en une année ? (Considérer 365,25 jours pour la durée d'une année). Ecrire le résultat à l'aide de la notation scientifique.

3) Quelle distance en km parcourt la lumière en une année ?

Ecrire le résultat à l'aide de la notation scientifique.

4) La distance définie à la question 3) s'appelle l'année-lumière. L'étoile la plus proche de la Terre après le Soleil est située à environ 4,3 années-lumière.

Calculer cette distance en km en notation scientifique.

Exercice 19 corrigé disponible

Pour chaque question entourer la réponse Vrai

		REPONSES		
		A	B	C
N°1	« 3 puissance 4 s'écrit »	3×4	3^4	4^3
N°2	$5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5$ s'écrit	5^5	6^5	5^6
N°3	$(-10)^2$ est égal à	-100	-20	100
N°4	-10^2 est égal à	-100	-20	100
N°5	2^6 est égal à	32	12	64
N°6	$2,5^2$ est égal à	5	6,25	5,65
N°7	1^{100} est égal à	100	0	1
N°8	35^0 est égal à	35	0	1
N°9	0^{100} est égal à	0	1	100
N°10	$(-1)^6$ est égal à	-1	1	6
N°11	$(-1)^9$ est égal à	-1	1	9

Exercice 20 corrigé disponible

Compléter le tableau suivant sans utiliser la calculatrice

Expression	5 au carré	1 puissance 4		(-5) au cube		
Ecriture avec des puissances	5^2		$(-2)^5$			
Ecriture sous la forme de produit	5×5			$(-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3)$		
Valeur décimale	25					1 000

Exercice 21 corrigé disponible

Compléter le tableau suivant :

Règles	$a^n \times a^p = \dots\dots\dots$	$\frac{a^n}{a^p} = \dots\dots\dots$	$(a^n)^p = \dots\dots\dots$
N°1	$6^5 \times 6^3 = \dots\dots\dots$	$\frac{5^7}{5^2} = \dots\dots\dots$	$(4,8^2)^3 = \dots\dots\dots$
N°2	$2^7 \times 2^4 = \dots\dots\dots$	$\frac{(-8)^{16}}{(-8)^{15}} = \dots\dots\dots$	$(13^4)^4 = \dots\dots\dots$
N°3	$7^5 \times \dots\dots\dots = 7^{15}$	$\frac{15^{12}}{\dots\dots\dots} = 15^3$	$(9^2)^{\dots\dots\dots} = 9^{14}$
N°4	$3^5 \times 3^2 \times 3^6 = \dots\dots\dots$	$\frac{\dots\dots\dots}{11^2} = 11^8$	$(2^{\dots\dots\dots})^{-5} = 2^{-35}$

Exercice 22 corrigé disponible

Simplifier et calculer les expressions suivantes :

$$A = (7^{-24} \times 7^{-26} \times 7^{51})^2 ; \quad B = (5^{-4} \times 5^5)^3 ; \quad C = (2 \times 3)^5 \times 3^{-3} \times 2 \times 2^{-4} \times 3^{-1} ;$$

$$D = \frac{2^5 \times 3^8}{3^5 \times 2^3} ; \quad E = \frac{5^{12} \times 10^{-3} \times 3^8}{10^{-5} \times 3^8 \times 5^{10}} ; \quad F = 8 \times (7 \times 5)^5 \times \frac{5^2 \times 7^3}{7^4 \times 5^5} \times (7^{-2})^2$$

Exercice 23 corrigé disponible

Calculer et écrire sous la forme d'une puissance de 10 en détaillant les étapes :

$$A = 10^4 \times 10^3 \quad B = 10^7 \times 10^{-2} \quad C = \frac{10^3}{10^5} \quad D = (10^{-3})^5$$

$$E = 10^2 \times 10^{-3} \times 10^4 \quad F = \frac{10^{-5} \times 10^2}{(10^{-3})^2} \quad G = (10^{-2})^{-4} \quad H = \frac{10^{-2}}{10^{-9}}$$