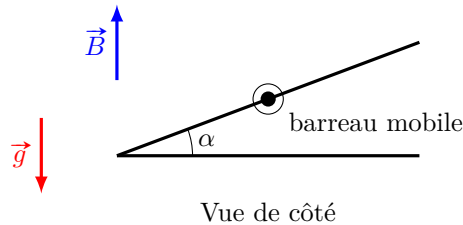


# EM3/4 – ACTIONS MÉCANIQUES DU CHAMP MAGNÉTIQUE

## Exercice 1 : Rails de Laplace penchés

Considérons des rails de Laplace faisant un angle  $\alpha$  avec l'horizontale. Le champ magnétique est constant et uniforme, vertical, dirigé vers le haut. On prendra pour les applications numériques  $\alpha = 30^\circ$ ,  $B = 150 \text{ mT}$ , la masse de la tige est  $m = 8,0 \text{ g}$  et sa longueur  $\ell = 12 \text{ cm}$ .



1. Reproduire le schéma en indiquant le sens du courant nécessaire à l'équilibre de la tige.
2. Déterminer l'intensité du courant qui permet l'équilibre de la tige.

## Exercice 2 : Forces de Laplace entre deux fils parallèles

Deux fils parallèles distants de  $a$  sont parcourus par le même courant  $I$ . Le champ magnétique créé par un fil est :

$$\vec{B} = \mu_0 \frac{I}{2\pi r} \vec{u}_\theta$$

si on considère une base cylindrique définie autour des fils d'axe  $\vec{u}_z$ .

1. Tracer l'allure des lignes de champ créées par un de ces fil.
2. On considère deux fils parcourus par le même courant. La force de Laplace exercée par un fil sur l'autre est-elle attractive ou répulsive ?
3. Exprimer la force de Laplace exercée par ce fil sur une longueur  $\ell$  de l'autre.
4. Calculer numériquement cette force pour une longueur  $\ell = 20 \text{ cm}$  de fil, les fils étant distants de  $a = 1 \text{ cm}$  et le courant valant  $12 \text{ A}$ .
5. Calculer la valeur de courant nécessaire pour que, la distance entre les fils étant de  $1 \text{ mètre}$ , la force d'attraction entre les deux fils soit égale à  $2 \times 10^{-7} \text{ N}$  par mètre de fil.

## Exercice 3 : Petites oscillations d'une aiguille de boussole

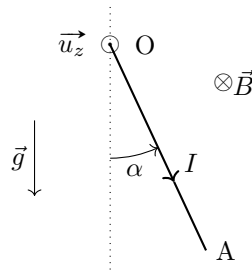
Une aiguille de boussole, de moment magnétique  $\vec{M}$ , peut tourner librement autour d'un axe vertical passant par son centre de gravité  $G$ . Son moment d'inertie par rapport à cet axe est  $J$ . Elle est placée dans un champ magnétique uniforme et stationnaire horizontal  $\vec{B}$ .

1. Déterminer la période des petites oscillations de l'aiguille autour de sa position d'équilibre.
2. On peut utiliser cette relation pour mesurer la composante horizontale  $\vec{B}_H$  du champ magnétique terrestre, sans avoir à connaître ni la norme  $\mathcal{M}$  du moment magnétique, ni la valeur de  $J$ . On réalise pour ça deux expériences :
  - dans la première, on place l'aiguille à l'intérieur d'une bobine dans laquelle passe un courant qui crée un champ  $\vec{B}_b$  de même direction et sens que  $\vec{B}_H$ , de norme  $B_b < B_H$  : on mesure la période  $T_1$  des oscillations.
  - Dans la seconde, on inverse le sens du courant dans la bobine et on mesure la période  $T_2$  des oscillations.
 Exprimer  $B_H$  en fonction de  $B_b$  et du rapport  $a = T_1/T_2$ .

## Exercice 4 : Moment des forces de Laplace sur une tige

Une tige conductrice  $OA$ , homogène, de masse  $m$  et de longueur  $\ell$ , est mobile en rotation autour d'un axe horizontal  $Oz$ , passant par son extrémité  $O$ . L'ensemble est soumis à un champ magnétique uniforme  $\vec{B}$ , parallèle à  $Oz$ .

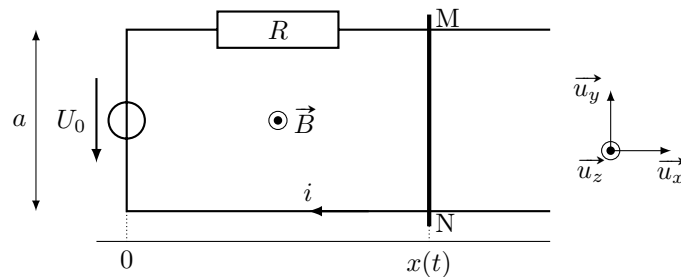
Un dispositif non représenté sur la figure permet de faire circuler un courant stationnaire d'intensité  $I$  dans la tige. On négligera les frottements. On note  $\alpha$  l'angle entre la verticale et la direction de la tige.



1. Quelles sont les forces s'exerçant sur la tige ? Déterminer les expressions de leurs moments par rapport à  $\vec{u}_z$ .
2. Déterminer l'expression de  $\alpha_{eq}$  lorsque la tige est à l'équilibre, en fonction de  $m$ ,  $g$ ,  $\ell$ ,  $I$  et  $B$ .
3. Proposez une application numérique de  $\alpha_{eq}$ .

## Exercice 5 : Rail de Laplace en fonctionnement récepteur

On considère le dispositif des rails de Laplace de largeur  $a$ , où on ajoute un récepteur (par exemple une ampoule, un moteur, etc.) dont la tension aux bornes est  $U_0$ . On prend en compte la résistance des fils par une résistance  $R$ . On néglige le flux propre.

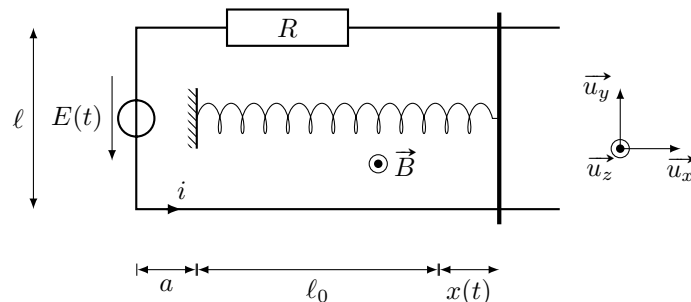


Un opérateur maintient la vitesse du barreau à une valeur constante  $\vec{v}_0 = v_0 \vec{u}_x$  en y appliquant une force  $\vec{F} = F \vec{u}_x$ . On prend en compte les frottements solides, opposés en direction à la vitesse  $\vec{T} = -\mu N \vec{u}_x$  (loi de Coulomb),  $N$  étant la force normale.

1. Justifier l'existence d'un phénomène d'induction et calculer la force électromotrice d'induction.
2. En déduire l'équation électrique du circuit.
3. Obtenir l'équation mécanique.
4. Exprimer la puissance reçue par le récepteur  $\mathcal{P}_r$  en fonction de  $U_0$  et  $i$ .
5. En déduire le bilan énergétique électrique.
6. Établir soigneusement le bilan énergétique mécanique, puis le bilan énergétique de la conversion. On fera intervenir dans l'équation la puissance des forces de frottements  $\mathcal{P}_f$ , la puissance fournie par l'opérateur, la puissance Joule et  $\mathcal{P}_r$ .

## Exercice 6 : Le haut-parleur

On considère le modèle du haut-parleur dans la géométrie simple des rails de Laplace (voir schéma).



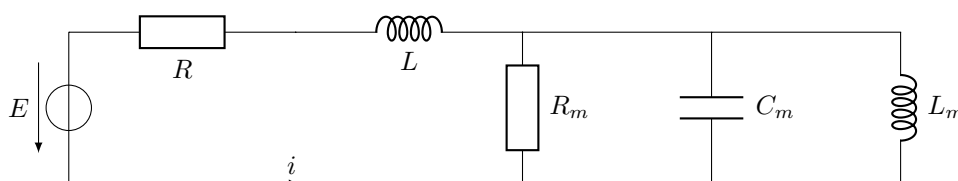
Les rails sont horizontaux et l'ensemble baigne dans un champ magnétique uniforme  $\vec{B} = B\vec{u}_z$ . La barre, de masse  $m$  et de longueur  $\ell$  est la seule partie mobile du circuit.

Elle est reliée aux parties fixes par un ressort de raideur  $k$  et de longueur à vide  $\ell_0$ , qui ne joue pas de rôle électrique. L'air exerce sur la barre une force de frottement fluide  $\vec{F}_f = -\lambda\vec{v}$ , où  $\vec{v}$  est la vitesse de la barre par rapport aux rails. La barre, en se déplaçant émet des ondes sonores. De ce fait, elle est soumise à une force résistance  $\vec{F}_{\text{son}} = -\alpha\vec{v}$ .

Ce circuit déformable est alimenté par un générateur de force électromotrice  $E(t) = E_m \cos(\omega t)$ .

On ne néglige pas le flux propre dans la prise en compte de l'induction. On notera  $L$  l'inductance propre du circuit. On notera  $R$  la résistance totale du circuit.

1. Définir le flux propre. Comment est-il relié à l'intensité dans le circuit ?
2. Exprimer le flux total du champ magnétique en fonction des données du problème.
3. Déterminer le schéma électrique équivalent au circuit et établir l'équation électrique.
4. Établir l'équation mécanique vérifiée par la position  $x(t)$  de la barre.
5. Expliquer pourquoi il est légitime de traiter le problème en utilisant la notation complexe.
6. Par la suite, on notera  $\underline{X}_m$  l'amplitude complexe correspondant à une grandeur temporelle  $x$ . Établir une relation de la forme  $\underline{E}_m = \underline{Z}I_m$ , où on donnera l'expression de  $\underline{Z}$ .
7. En déduire, que du point de vue électrique, le haut-parleur est équivalent au schéma ci-dessous.

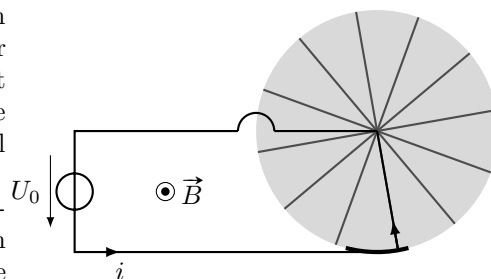


Obtenir l'expression de  $R_m$ ,  $L_m$  et  $C_m$ . Pourquoi l'association en parallèle de  $R_m$ ,  $C_m$  et  $L_m$  est-elle appelée impédance motionnelle ?

## Exercice 7 : Moteur à entrefer plan

Un moteur à entrefer plan est constitué d'une roue en plastique de rayon  $a$  et de moment d'inertie  $J$ , pouvant pivoter sans frottement autour de son axe  $(O, \vec{u}_z)$ . Quelques rayons de cette roue sont métalliques et peuvent assurer la conduction du courant entre la périphérie et le centre de la roue. Un contacteur situé en périphérie de la roue assure qu'un seul rayon à la fois participe à la conduction électrique.

On note  $R$  la résistance totale du circuit, alimenté par une force électromotrice  $U_0$ . L'ensemble baigne dans l'entrefer d'un aimant générant un champ magnétique uniforme  $\vec{B} = B\vec{u}_z$ . On note  $\omega$  la vitesse angulaire de rotation. On néglige le flux propre.



1. On commence par établir l'équation électrique.
  - (a) Exprimer  $\frac{dS}{dt}$  en fonction de  $\omega = \frac{d\theta}{dt}$ . On rappelle que l'aire d'un secteur de cercle de rayon  $a$  est  $\frac{1}{2}\theta a^2$ .
  - (b) En déduire la force électromotrice d'induction.
  - (c) En déduire l'équation électrique.
2. Déterminer le moment par rapport à l'axe  $(O, \vec{u}_z)$  de la force de Laplace.
3. Par l'intermédiaire de son arbre de rotation, le rotor fournit un couple constant  $-\Gamma$ , avec  $\Gamma > 0$  à un dispositif extérieur. Établir l'équation mécanique du rotor.
4. En déduire l'équation différentielle vérifiée par  $\omega$  et l'écrire sous forme canonique.
5. Résoudre cette équation pour un départ arrêté et tracer  $\omega$  en fonction du temps.
6. On note  $\omega_\ell$  la valeur de vitesse angulaire atteinte en régime permanent. Tracer  $\omega_\ell$  en fonction de  $\Gamma$  et commenter le graphique obtenu.
7. Exprimer l'intensité dans le circuit en régime permanent. Commenter.
8. Le moteur a-t-il besoin d'être mis en route ?

## Exercice 8 : Moteur synchrone

1. Rappeler comment créer un champ tournant.
2. Quel est le principe du moteur synchrone ?
3. On suppose que l'aimant est en rotation, de sorte que :

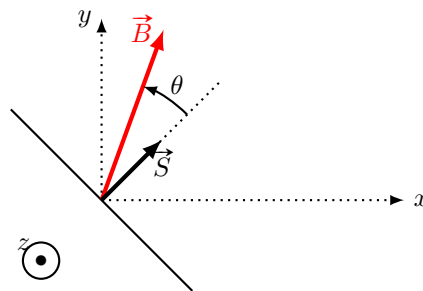
$$\vec{m} = m \cos(\omega t + \varphi) \vec{u}_x + m \sin(\omega t + \varphi) \vec{u}_y$$

On note  $\omega_0$  la pulsation du champ tournant.

- (a) Calculer le couple subi par le moment magnétique dans le champ tournant.
- (b) Montrer que la moyenne du couple n'est pas nulle qu'à une condition sur  $\omega$ . Justifier l'appellation de moteur synchrone.
- (c) Déterminer cette valeur moyenne  $\langle \mathcal{M} \rangle$ . À quelle condition sur  $\varphi$  le couple est-il effectivement moteur ?
- (d) Pour quelle valeur de  $\varphi$  le couple est-il maximum ?

## Exercice 9 : Principe du moteur asynchrone

Un moteur asynchrone peut être modélisé par une spire rectangulaire de résistance  $R$ , d'inductance propre  $L$  et de surface  $S$ , susceptible de tourner sans frottements autour d'un axe  $(Oz)$  orienté par  $\vec{u}_z$ . Un champ magnétique  $\vec{B}$  tournant à la vitesse angulaire  $\omega$ , créé par trois bobines parcourues par des courants déphasés de  $2\pi/3$  et formant un triangle équilatéral, s'exerce sur cette spire dans le plan  $(xOy)$ . On suppose que ce champ est uniforme à l'échelle de la spire. On note  $\vec{S}$  le vecteur surface de la spire et  $\theta$  l'angle entre  $\vec{S}$  et  $\vec{B}$ .



1. Expliquer qualitativement pourquoi la spire se met à tourner. La spire peut-elle tourner à la même vitesse angulaire que le champ magnétique ? Justifier la dénomination de moteur asynchrone.
2. On suppose que la spire rectangulaire tourne à la vitesse angulaire constante  $\Omega$  et qu'à l'instant  $t = 0$ ,  $\vec{S}$  et  $\vec{B}$  sont confondus. Quelle est l'expression de  $\theta(t)$  ?
3. Établir l'équation différentielle vérifiée par le courant  $i(t)$  dans la spire rectangulaire.
4. En utilisant la méthode complexe, déterminer  $\underline{i}(t)$ . En déduire l'expression de  $i(t)$ .
5. Montrer qu'en moyenne temporelle, le couple scalaire selon l'axe  $(Oz)$  s'exerçant sur la spire a pour expression :

$$\langle \Gamma_z \rangle = \frac{R (BS)^2 (\omega - \Omega)}{2 (R^2 + L^2 (\omega - \Omega)^2)}$$

6. Tracer  $\langle \Gamma_z \rangle$  en fonction de  $\omega$ .
7. Le moteur asynchrone entraîne une charge qui exerce sur le moteur un couple résistant  $\Gamma_r$  supposé constant. À partir de l'allure de la courbe de  $\langle \Gamma_z \rangle$  donnée ci-dessus, déterminer quels sont les régimes stables et instables de ce moteur pour  $\Omega < \omega$  (on étudiera comment évolue  $\langle \Gamma_z \rangle$  vis-à-vis d'une petite perturbation du couple résistant).
8. Justifier qualitativement que si la charge exerce un couple excessif, le moteur asynchrone décroche (il ralentit et s'arrête).