MATHÉMATIQUES

14

Solides, volumes et agrandissement

Seconde Bac Pro MAMA | Géométrie | Mathématiques

Objectifs du chapitre :

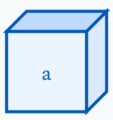
- Reconnaître et nommer les solides usuels
- Calculer le volume d'un prisme, cylindre, cône, pyramide et sphère
- Effectuer des conversions de volumes
- Appliquer un coefficient d'agrandissement ou de réduction

1. Solides usuels

🪵 Situation professionnelle — Calcul de matériaux

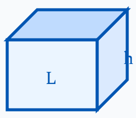
Un menuisier doit remplir de mortier une colonne cylindrique creuse de diamètre 20 cm et de hauteur 2,40 m. Il doit calculer le volume pour commander la bonne quantité de matériau.

Définition : Un solide est un objet à trois dimensions. Les solides usuels sont : le **cube**, le **pavé droit**, le **cylindre droit**, la **pyramide**, le **cône** et la **boule**.



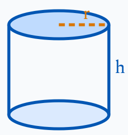
Cube

$V = a^3$



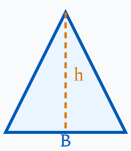
Pavé droit

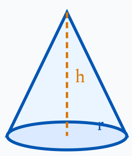
$V = L \times l \times h$

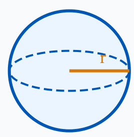


Cylindre droit

$V = \pi r^2 h$







Pyramide	Cône	Boule (sphère)
$V = \frac{1}{3} \times \mathcal{A}_{\text{base}} \times h$	$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$	$V = \frac{4}{3}\pi r^3$

Les formules de la pyramide, du cône et de la boule sont données dans les énoncés — il faut savoir les utiliser, pas forcément les mémoriser.

2. Calcul de volumes — Exemples résolus

Exemple 1 — Volume d'un pavé droit

Une caisse de rangement fait 80 cm × 40 cm × 35 cm. Quel est son volume en litres ?

1. $V = 80 \times 40 \times 35 = 112\,000\,\text{cm}^3$
2. $1\,\text{L} = 1\,\text{dm}^3 = 1\,000\,\text{cm}^3$
3. $V = \dfrac{112\,000}{1\,000} = \mathbf{112\,L}$

Exemple 2 — Volume d'un cylindre

Colonne cylindrique : diamètre 20 cm, hauteur 2,40 m. Volume en litres ?

1. $r = 10\,\text{cm} = 0{,}1\,\text{m} \ \mid\ h = 2{,}40\,\text{m}$
2. $V = \pi r^2 h = \pi \times 0{,}1^2 \times 2{,}40 = \pi \times 0{,}01 \times 2{,}40 \approx 0{,}0754\,\text{m}^3$
3. $0{,}0754\,\text{m}^3 = 75{,}4\,\text{dm}^3 = \mathbf{75{,}4\,L}$

Exemple 3 — Volume d'une pyramide (avec formule fournie)

Une pyramide à base carrée de 12 cm de côté et de hauteur 9 cm. Volume ?

1. Aire de la base carrée : $\mathcal{A}_{\text{base}} = 12^2 = 144\,\text{cm}^2$
2. $V = \dfrac{1}{3} \times 144 \times 9 = \dfrac{1296}{3} = \mathbf{432\,cm^3}$

Exemple 4 — Volume d'une boule (avec formule fournie)

Un boule de pétanque a un rayon de 3,6 cm. Une boule décorative pleine en bois tourné a un rayon de 9 cm. Quel est le volume de cette boule décorative, en cm^3 puis en litres ? (Formule fournie : $V = \dfrac{4}{3}\pi r^3$.)

1. On repère le rayon : $r = 9\,\text{cm}$.
2. On calcule d'abord le cube du rayon : $r^3 = 9^3 = 9 \times 9 \times 9 = 729\,\text{cm}^3$.
3. $V = \dfrac{4}{3}\pi r^3 = \dfrac{4}{3} \times \pi \times 729 = 972\pi \approx \mathbf{3\,053{,}6\,cm^3}$ (arrondi au dixième).
4. Conversion : $3\,053{,}6\,\text{cm}^3 \div 1\,000 \approx \mathbf{3{,}05\,L}$.

APPLICATION — VOLUME D'UNE BOULE

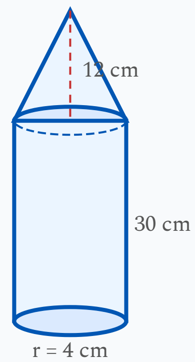
Une bille sphérique pleine a un rayon de 6 cm. Calculer son volume, arrondi au cm^3. (Formule fournie : $V = \dfrac{4}{3}\pi r^3$.)

APPLICATION

Un réservoir cylindrique a un rayon de 15 cm et une hauteur de 50 cm. Calculer son volume en cm^3, puis le convertir en litres.

Exemple 5 — Volume d'un solide composé (cylindre + cône)

Un pied de table tourné est formé d'un **cylindre** de rayon 4 cm et de hauteur 30 cm, surmonté d'un **cône** de même rayon (4 cm) et de hauteur 12 cm. Quel est le volume total de bois, en cm^3 puis en litres ?



Pied de table : cylindre surmonté d'un cône (même rayon).

1. Volume du cylindre : $V_1 = \pi r^2 h = \pi \times 4^2 \times 30 = \pi \times 16 \times 30 = 480\pi \approx 1\,508{,}0\,\text{cm}^3$.
2. Volume du cône :
$$V_2 = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3} \times \pi \times 4^2 \times 12 = \frac{1}{3} \times \pi \times 192 = 64\pi \approx 201{,}1\,\text{cm}^3.$$
3. Volume total : $V = V_1 + V_2 = 480\pi + 64\pi = 544\pi \approx \mathbf{1\,709{,}0\,cm^3}$.
4. Conversion : $1\,709{,}0\,\text{cm}^3 \div 1\,000 \approx \mathbf{1{,}71\,L}$ de bois.

Méthode — Volume d'un solide composé : on **découpe** le solide en solides usuels, on calcule le volume de chacun, puis on **additionne** (ou on soustrait si une partie est creusée).

3. Unités de volume et conversions

m^3	×1000 →	dm^3 (L)	×1000 →	cm^3 (mL)	×1000 →	mm^3
	← ÷1000		← ÷1000		← ÷1000	

Relations à retenir :

1 m^3 = 1 000 dm^3 = 1 000 L | 1 L = 1 dm^3 = 1 000 cm^3 = 1 000 mL

APPLICATION — CONVERSIONS DE VOLUMES

Convertir les volumes suivants :

a) 3,5 m^3 en litres **b)** 750 cm^3 en litres **c)** 2 400 L en m^3

4. Agrandissement et réduction — Effets sur les grandeurs

🏠 **Situation professionnelle — Changer d'échelle**

Un modèle de pièce est fabriqué à l'échelle 1/5 (réduction par 5). Comment les longueurs, les surfaces et les volumes varient-ils entre le modèle et la réalité ?

Rapport d'agrandissement/réduction :

Quand toutes les longueurs d'une figure sont multipliées par un facteur k ($k > 0$) :

Effets selon la dimension :

Grandeur	Coefficient d'agrandissement	Exemple avec k = 3
Longueurs	$\times k$	longueurs × 3
Aires (surfaces)	$\times k^2$	aires × 9
Volumes	$\times k^3$	volumes × 27

Attention : Si $k = 2$ (on double les longueurs), on ne double pas les aires, on les **multiplie par 4**. Et les volumes sont **multipliés par 8**.

Exemple 1 — Modèle réduit au 1/5

Une salle de bain réelle : 3 m × 2 m × 2,5 m. Dimensions du modèle au 1/5 ?

1. Rapport $k = \frac{1}{5}$
2. Longueurs modèle : $3 \times \frac{1}{5} = 0{,}6\,\text{m}$ | $2 \times \frac{1}{5} = 0{,}4\,\text{m}$ | $2{,}5 \times \frac{1}{5} = 0{,}5\,\text{m}$
3. Volume réel : $3 \times 2 \times 2{,}5 = 15\,\text{m}^3$ | Volume modèle : $15 \times \left(\frac{1}{5}\right)^3 = 15 \times \frac{1}{125} = \mathbf{0{,}12\,m^3}$

Exemple 2 — Agrandir une baignoire

Une mini-baignoire (modèle) a un volume de 50 L. On la fabrique en version ×2 sur chaque dimension. Quel est le nouveau volume ?

1. $k = 2 \longrightarrow$ volumes multipliés par $k^3 = 2^3 = 8$
2. Nouveau volume : $50 \times 8 = \mathbf{400\,L}$

Exemple 3 — Effet sur une surface

Un carrelage de 20 cm × 20 cm est remplacé par un format 40 cm × 40 cm (k = 2). La surface d'un carreau est-elle doublée ?

1. $k = 2 \longrightarrow$ aires multipliées par $k^2 = 4$
2. Aire 20×20 = 400 cm^2 | Aire 40×40 = 1 600 cm^2 = 4 × 400 ✓
3. La surface est **multipliée par 4**, pas par 2.

APPLICATION

Un meuble est fabriqué à l'échelle 1/10 pour une maquette. Sa surface de façade réelle est de 0,6 m^2. Quelle est la surface de la façade sur la maquette ?

APPLICATION — EFFET D'UN AGRANDISSEMENT SUR LE VOLUME

Un tabouret prototype a un volume de 9 L. On fabrique le modèle définitif en multipliant

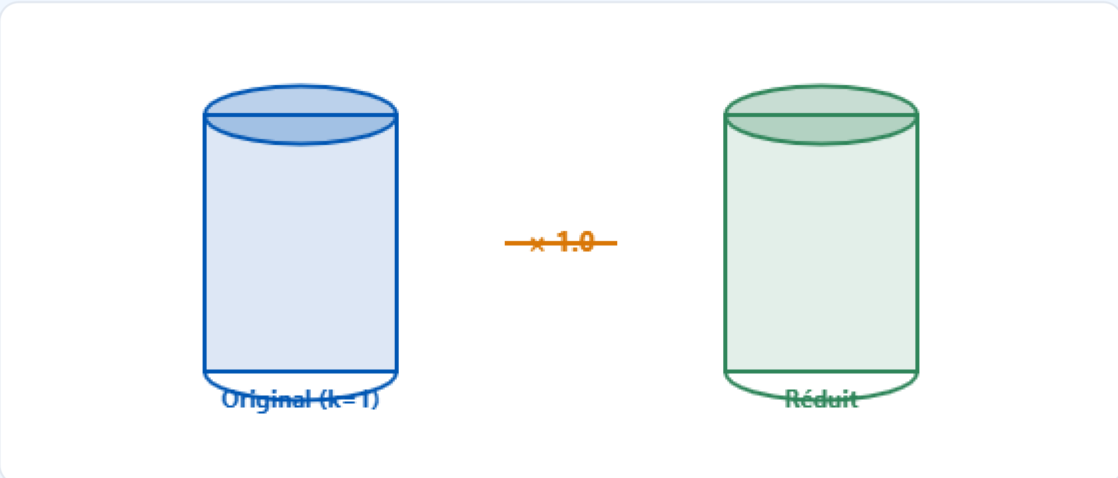
TOUTES

ses dimensions par $k = 3$. Quel est le volume du modèle définitif ?

5. Animation — Effets d'un agrandissement sur les grandeurs

🎮 Simulation interactive — Agrandis ou réduis un cylindre et observe les effets

Le cylindre de référence a r0 = 3 cm et h0 = 8 cm. Fais varier k et observe comment les longueurs, les aires et le volume évoluent.



Longueurs : r = 3.0 cm, h = 8.0 cm (×k = ×1.0) | **Aire base : 28.3 cm²** (×k² = ×1.00) | **Volume : 226.2 cm³** (×k³ = ×1.00)

6. Erreurs fréquentes

❌ **Confondre aire et volume (unités)**

L'aire s'exprime en m^2 ou cm^2 (surface), le volume en m^3, cm^3 ou L (espace). Certains élèves donnent un volume en cm^2 ou une aire en cm^3, révélant une confusion entre les deux notions.

Conseil : aire → unité au carré (m^2, cm^2) ; volume → unité au cube (m^3, cm^3). Vérifier l'unité demandée dans la question avant de répondre.

Utiliser la mauvaise formule de volume (cône confondu avec pyramide ou cylindre)

Le volume du cylindre est $\pi r^2 h$, celui du cône est $\frac{1}{3}\pi r^2 h$ et celui de la pyramide est $\frac{1}{3}\mathcal{A}_{\text{base}} \times h$. Certains élèves mélangent ces formules ou oublient le $\frac{1}{3}$.

Conseil : le facteur $\frac{1}{3}$ apparaît pour les solides "à pointe" (cône et pyramide). Mémo : une pyramide ou un cône "tient" exactement 3 fois moins de matière qu'un prisme ou un cylindre de même base et même hauteur.

Confondre rayon et diamètre

Pour un cylindre ou une boule, l'énoncé donne parfois le diamètre. Certains élèves utilisent directement le diamètre dans les formules à la place du rayon, faussant le résultat (le multipliant par 4 pour un cylindre, par 8 pour une boule).

Conseil : rayon = diamètre ÷ 2. Toujours vérifier ce que donne l'énoncé avant de substituer dans la formule.

Mal identifier la hauteur d'un solide

La hauteur d'un prisme ou d'un cylindre est la distance entre les deux bases, perpendiculaire à celles-ci. Certains élèves confondent la hauteur avec un côté latéral ou une arête oblique.

Conseil : la hauteur est toujours perpendiculaire à la base. Sur un schéma en perspective, elle est souvent représentée verticalement. Si le solide est incliné, la hauteur n'est pas un côté visible.

Confondre l'aire latérale et l'aire totale

L'aire latérale est la surface des faces latérales uniquement (sans les bases). L'aire totale comprend aussi les bases. Certains élèves donnent l'aire latérale quand on demande l'aire totale, oubliant d'ajouter l'aire des bases.

Conseil : aire totale = aire latérale + aire des bases (× 2 s'il y en a deux). Lire attentivement la question : "aire latérale" ou "aire totale" ne demandent pas le même calcul.

Simulation interactive

Solides usuels — Volumes et agrandissement

📌 L'essentiel du chapitre

Solide	Volume
Cube (côté a)	a^3
Pavé droit (L, l, h)	$L \times l \times h$
Cylindre (r, h)	$\pi r^2 h$
Pyramide (base $\mathcal{A}$, h)	$\frac{1}{3}\mathcal{A}_{\text{base}} \times h$ *(fournie)*
Cône (r, h)	$\frac{1}{3}\pi r^2 h$ *(fournie)*
Boule (r)	$\frac{4}{3}\pi r^3$ *(fournie)*

Conversions : 1 m^3 = 1 000 L | 1 L = 1 dm^3 = 1 000 cm^3

Agrandissement ×k : longueurs ×k | aires $\times k^2$ | volumes $\times k^3$

MATHÉMATIQUES

14

Solides, volumes et agrandissement

Solides usuels, volumes et agrandissement/réduction | 2de Pro MA-MA

Socle	Standard	Approfondissement	Tout voir

Objectifs du chapitre

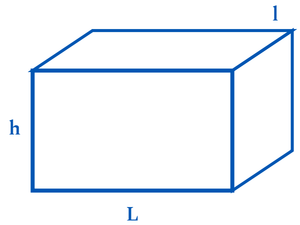
cliquer pour développer

Rappel du cours :

- **Cube :** $V = a^3$ | **Pavé droit :** $V = L \times l \times h$
- **Cylindre :** $V = \pi r^2 h$ | **Pyramide** (fournie) **:** $V = \frac{1}{3} \times A_{\text{base}} \times h$
- **Cône** (fournie) **:** $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$ | **Boule** (fournie) **:** $V = \frac{4}{3}\pi r^3$
- **Agrandissement** ×k **:** longueurs ×k | aires ×k^2 | volumes ×k^3
- **Conversions :** 1 m^3 = 1 000 L | 1 L = 1 dm^3 = 1 000 cm^3

Exercices guidés pas à pas

EXERCICE 1 Volumes de solides usuels SOCLE



Calculer le volume de chaque solide (arrondir au centième si nécessaire).

a) Cube de côté $a = 5$ cm.

b) Pavé droit : $L = 8$ cm, $l = 6$ cm, $h = 4$ cm.

c) Cylindre : $r = 3$ cm, $h = 10$ cm.

d) Boule : $r = 6$ cm. *(Formule fournie : $V = \frac{4}{3}\pi r^3$)*

Mes calculs :

EXERCICE 2 **Conversions de volumes** SOCLE

Effectuer les conversions suivantes.

a) **2,4 m^3** en litres.

b) **3 500 cm^3** en litres.

c) **0,75 L** en cm^3.

d) **12 dm^3** en m^3.

Mes calculs :

EXERCICE 3 **Calculer des volumes et appliquer l'agrandissement** SOCLE

1. **Pavé droit :** Une caisse de rangement mesure 80 cm de long, 50 cm de large et 40 cm de haut. Calculer son volume en cm^3, puis le convertir en litres.
2. **Cylindre :** Un pot de colle cylindrique a un rayon de 5 cm et une hauteur de 12 cm. Calculer son volume (arrondir au cm^3).
3. **Trouver une dimension :** Un réservoir cylindrique a un volume de 1 500 cm^3 et un rayon de 5 cm. Calculer sa hauteur (arrondir au dixième).
4. **Agrandissement :** On triple toutes les dimensions d'un cube de côté 4 cm.
   - a) Calculer le volume du cube initial.
   - b) Calculer le volume du cube agrandi.
   - c) Par combien le volume a-t-il été multiplié ? Retrouver ce résultat avec k^3.
5. **Conversion :** Un aquarium contient 0,06 m^3 d'eau. Combien cela fait-il en litres ?

EXERCICE 4 Trouver une dimension à partir du volume — très guidé SOCLE

Méthode :

Pour trouver une dimension d'un cylindre quand on connaît son volume, on utilise :

$V = \pi r^2 h$, donc $h = \dfrac{V}{\pi r^2}$ ou $r^2 = \dfrac{V}{\pi h}$

a) Un cylindre a un volume de $1\,500$ $\mathbf{cm^3}$ et un rayon de 5 cm. Calculer sa hauteur.

Étape 1 : Écrire la formule : $V = \pi r^2 h$

Étape 2 : Calculer $\pi r^2 = \pi \times 5^2 = \pi \times$...... = ... (laisser en termes de π)

Étape 3 : Résoudre : $h = \dfrac{V}{\pi r^2} = \dfrac{1\,500}{\dots} \approx$...... cm

b) Un pavé droit a un volume de 480 $\mathbf{cm^3}$, une longueur de 10 cm et une largeur de 8 cm. Calculer sa hauteur.

Formule : $V = L \times l \times h$, donc $h = \dfrac{V}{L \times l}$

Calcul : $L \times l = 10 \times 8 =$...... cm^2

$h = \dfrac{480}{\dots} =$...... cm

Mes calculs :

EXERCICE 5 Effets d'un agrandissement — tableau à compléter

SOCLE

ATELIER DE MENUISERIE

Un apprenti menuisier fabrique une boîte rectangulaire (pavé droit) de dimensions : **10 cm × 6 cm × 4 cm**.

Son patron lui demande de fabriquer une boîte agrandie avec le facteur $k = 2$.

Compléter le tableau :

Mesure	Boîte initiale	Facteur	Boîte agrandie
Longueur	10 cm	×2	? cm
Largeur	6 cm	×2	? cm
Hauteur	4 cm	×2	? cm
Aire d'une face (L×l)	60 cm^2	$\times k^2 = \times 4$	? cm^2
Volume	240 cm^3	$\times k^3 = \times 8$	? cm^3

Questions :

1. Le volume est multiplié par ...... = $k^3 = 2^3$ = ...
2. Si le bois coûte **0,05 € par cm^3**, combien coûte la grande boîte ?

Coût = Volume × prix = ... × 0,05 = ... €

Mes calculs :

EXERCICE 6 Problème de remplissage guidé — réservoir cylindrique SOCLE

MAINTENANCE AUTOMOBILE

Un réservoir d'huile est un **cylindre** de rayon $r = 20$ cm et de hauteur $h = 50$ cm.

1. Calculer le volume du réservoir :

$V = \pi r^2 h = \pi \times ......^2 \times ......$ = ... cm^3

(laisser en termes de π, puis calculer la valeur approchée)

2. Convertir en litres (1 L = 1 000 cm^3) :

$V =$...... cm^3 ÷ 1 000 = ... L

3. On remplit le réservoir au 3/4. Quel volume d'huile met-on ?

$V_{\text{huile}} = V \times \dfrac{3}{4} =$...... × 0,75 = ... L

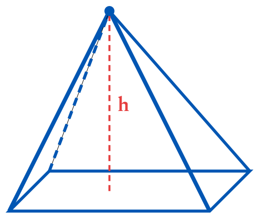
Mes calculs :

______

______

______

EXERCICE 7 Volume d'une pyramide — pas à pas SOCLE



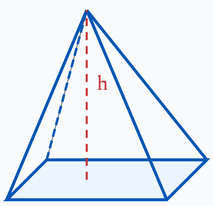
Méthode :

Volume d'une pyramide = $\dfrac{1}{3} \times \textbf{Aire de la base} \times h$

Si la base est un rectangle : $A_{\text{base}} = L \times l$

ATELIER DE MENUISERIE

Un apprenti menuisier fabrique un présentoir en forme de **pyramide à base rectangulaire**.



Base : $L = 12$ cm, $l = 8$ cm. Hauteur de la pyramide : $h = 15$ cm.

Étape 1 : Calculer l'aire de la base : $A = L \times l = 12 \times$...... = ... cm^2

Étape 2 : Appliquer la formule : $V = \dfrac{1}{3} \times$...... $\times$...... = ... cm^3

Étape 3 : Convertir en litres : ...... cm^3 ÷ 1 000 = ... L

Mes calculs :

EXERCICE 8 Conversions guidées — tableau à compléter SOCLE

VIE QUOTIDIENNE

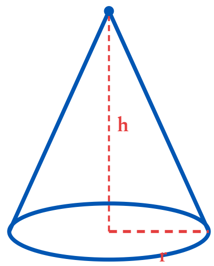
Compléter le tableau de conversions :

Valeur	En cm^3	En dm^3 (= L)	En m^3
Un aquarium de 54 L	?	54	?
Un dé à coudre de 2 cm^3	2	?	?
Une baignoire de 0,2 m^3	?	?	0,2
Un seau de 10 000 cm^3	10 000	?	?

Rappel : 1 L = 1 dm^3 = 1 000 cm^3 | 1 m^3 = 1 000 L = 1 000 000 cm^3

Mes calculs :

EXERCICE 9 Cône de sable — calcul guidé SOCLE



Formule fournie :

Volume d'un cône = $\frac{1}{3}\pi r^2 h$

CHANTIER

Sur un chantier, un tas de sable a la forme d'un **cône** de rayon $r = 1{,}5$ m et de hauteur $h = 2$ m.

Étape 1 : Calculer $r^2 = 1{,}5^2 = ...$

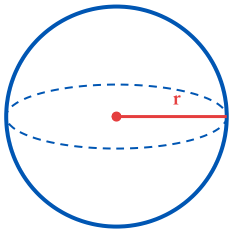
Étape 2 : Appliquer la formule : $V = \frac{1}{3} \times \pi \times ...... \times 2 = ...$ m^3

Étape 3 : Convertir en litres : ...... m^3 × 1 000 = ... L

Question bonus : Un sac de sable contient 50 L. Combien de sacs ce tas représente-t-il ?

Mes calculs :

EXERCICE 10 Volume d'une boule — ballon de sport SOCLE



Formule fournie :

Volume d'une boule = $\frac{4}{3}\pi r^3$

Rappel :

Le rayon est la moitié du diamètre : $r = \frac{d}{2}$

SPORT

Un ballon de basket a un diamètre de $d = 24$ cm.

Étape 1 : Calculer le rayon : $r = \frac{d}{2} = \frac{24}{2} =$...... cm

Étape 2 : Calculer $r^3 =$......$^3 =$......

Étape 3 : Appliquer la formule : $V = \frac{4}{3} \times \pi \times$...... = ... cm^3

Étape 4 : Convertir en litres : ...... cm^3 ÷ 1 000 = ... L

Mes calculs :

______

______

______

EXERCICE 11 Réduction d'un cube — maquette guidée SOCLE

ATELIER DE MENUISERIE

Un artisan menuisier fabrique un coffre cubique de côté **60 cm**. Il réalise une **maquette réduite** avec un facteur $k = \frac{1}{3}$.

1. Calculer le côté de la maquette :

côté maquette = $60 \times \frac{1}{3} = \ldots\ldots$ cm

2. Calculer le volume du coffre réel :

$V_{\text{réel}} = 60^3 = \ldots\ldots$ cm^3

3. Calculer le volume de la maquette :

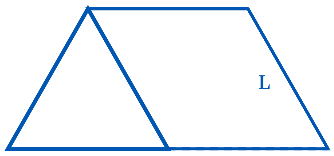
$V_{\text{maquette}} = \ldots\ldots^3 = \ldots\ldots$ cm^3

4. Vérifier que le volume est divisé par k^3 :

$\frac{V_{\text{réel}}}{V_{\text{maquette}}} = \frac{\cdots}{\cdots} = \ldots\ldots$ et $\left(\frac{1}{k}\right)^3 = 3^3 = \ldots\ldots$

Mes calculs :

EXERCICE 12 Volume d'un prisme droit — poutre triangulaire SOCLE



Méthode :

Volume d'un prisme droit = Aire de la base × longueur.

Si la base est un triangle : $A = \dfrac{1}{2} \times b \times h$

À signaler : le prisme droit ne fait pas partie des solides « usuels » nommés au programme de Seconde (BO 2019). Il reste abordable par décomposition (aire de la base × longueur), méthode utilisée ici.

ATELIER DE MENUISERIE

Un apprenti menuisier doit calculer le volume de bois d'une **poutre à section triangulaire**.

La base du triangle mesure $b = 12$ cm, la hauteur du triangle $h_t = 9$ cm, et la longueur de la poutre est $L = 2{,}5$ m = 250 cm.

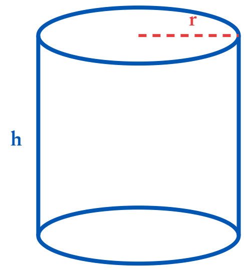
Étape 1 : Calculer l'aire du triangle : $A = \dfrac{1}{2} \times 12 \times$...... = ... cm^2

Étape 2 : Calculer le volume : $V = A \times L =$...... $\times 250 =$...... cm^3

Étape 3 : Convertir en litres : ...... cm^3 ÷ 1 000 = ... L

Mes calculs :

EXERCICE 13 Aire latérale d'un cylindre — pot de peinture SOCLE



Formule :

Aire latérale d'un cylindre = $2\pi rh$ (c'est un rectangle « déroulé »)

Au-delà du programme : le calcul d'aire latérale n'est pas une capacité du chapitre « volumes » du programme de Seconde Bac Pro (BO 2019). Exercice proposé en approfondissement / ouverture.

VIE QUOTIDIENNE

Un pot de peinture cylindrique a un rayon $r = 8$ cm et une hauteur $h = 20$ cm. On veut coller une étiquette sur toute la surface latérale.

Étape 1 : Écrire la formule : $A_{\text{lat}} = 2\pi rh$
Étape 2 : Remplacer : $A_{\text{lat}} = 2 \times \pi \times$...... $\times$...... = ... cm^2
Étape 3 : Calculer la valeur approchée : ...... cm^2

Question bonus : L'étiquette coûte 0,002 €/cm^2. Quel est le coût d'une étiquette ?

Mes calculs :

EXERCICE 14 Remplissage d'un aquarium — pavé droit SOCLE

VIE QUOTIDIENNE

Un aquarium rectangulaire a pour dimensions : **60 cm** × **30 cm** × **40 cm** (longueur × largeur × hauteur).

1. Calculer le volume total :

$V = 60 \times 30 \times$...... = ... cm^3

2. Convertir en litres :

...... cm^3 ÷ 1 000 = ... L

3. On remplit aux $\frac{3}{4}$ de la hauteur. Hauteur d'eau :

$40 \times \frac{3}{4} =$...... cm

4. Volume d'eau :

$60 \times 30 \times$...... = ... cm^3 = ... L

Mes calculs :

EXERCICE 15 Agrandissement d'un cylindre — effet sur le volume SOCLE

SPORT

Un gobelet cylindrique a un rayon $r = 3$ cm et une hauteur $h = 10$ cm. On fabrique un seau **3 fois plus grand** en toutes dimensions ($k = 3$).

1. Calculer le volume du gobelet :

$V = \pi \times 3^2 \times 10 = \pi \times$...... $\times$...... = ...$\pi \approx$...... cm³

2. Nouvelles dimensions du seau :

rayon = $3 \times 3 =$...... cm | hauteur = $10 \times 3 =$...... cm

3. Volume du seau :

$V' = \pi \times$......$^2 \times$...... = ... cm³

4. Vérifier : $\dfrac{V'}{V} =$...... et $k^3 = 3^3 =$......

5. Convertir le volume du seau en litres : L

Mes calculs :

EXERCICE 16 **Volume d'une sphère — boule de pétanque** SOCLE

Formule fournie :

Volume d'une boule = $\frac{4}{3}\pi r^3$

Rappel :

diamètre = 2 × rayon

SPORT

Une boule de pétanque a un diamètre de $d = 7{,}2$ cm.

Étape 1 : Calculer le rayon : $r = \dfrac{7{,}2}{2} = \ldots\ldots$ cm

Étape 2 : Calculer $r^3 = \ldots\ldots^3 = \ldots\ldots$

Étape 3 : Appliquer la formule : $V = \dfrac{4}{3} \times \pi \times \ldots\ldots$ = …… cm^3

Question bonus : La boule est en acier de masse volumique 7 800 kg/m^3. Calculer sa masse en grammes.

Aide : convertir d'abord le volume en m^3 (diviser par 1 000 000), puis $m = \rho \times V$.

Mes calculs :

______

______

______

EXERCICE 17 **Reconnaître et nommer les solides usuels** SOCLE

Rappel :

les solides usuels au programme sont le

cube

, le

pavé droit

, la

pyramide

, le

cylindre

, le

cône

et la

boule

(sphère).

Pour chaque description, écrire le nom du solide usuel correspondant.

a) Un dé à jouer : ses 6 faces sont des carrés identiques.

b) Une boîte à chaussures : 6 faces rectangulaires.

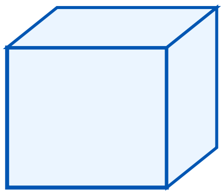
c) Une boîte de conserve : deux disques identiques reliés par une surface courbe.

d) Un ballon de football : tous les points de la surface sont à la même distance du centre.

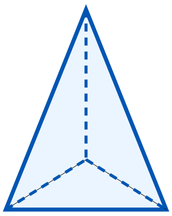
e) Un cornet de glace (sans la glace) : une base en disque et une pointe.

f) Identifier les deux solides ci-dessous d'après leur figure (solide 1 et solide 2).

Solide 1



Solide 2



Solide 1 et solide 2 — figures à identifier.

Mes réponses :

Exercices d'application

EXERCICE 18 **Trouver une dimension à partir du volume** STANDARD

a) Un cylindre a un volume de $1\,500\ \mathrm{cm}^3$ et un rayon de 5 cm. Calculer sa hauteur.

1. Écrire la formule du volume du cylindre : $V = \pi r^2 h$.
2. Calculer $\pi r^2 = \pi \times 5^2 = 25\pi$.
3. Résoudre $1\,500 = 25\pi \times h$ en isolant h.
4. Conclure en donnant h avec son unité (arrondi au centième).

Écris ta solution ici...

b) Un cylindre a un volume de $3\,000\ \mathrm{cm}^3$ et une hauteur de 24 cm. Calculer son rayon.

Écris ta solution ici...

EXERCICE 19 Volume de prismes droits STANDARD

a) **Prisme à base triangulaire :** la base est un triangle de base $b = 8$ cm et de hauteur $h_t = 5$ cm. La longueur du prisme est $L = 20$ cm. Calculer le volume.

b) **Prisme à base trapézoïdale :** le trapèze a une grande base $B = 12$ cm, une petite base $b = 8$ cm et une hauteur $h_t = 6$ cm. La longueur du prisme est $L = 25$ cm. Calculer le volume.

Méthode :

Volume d'un prisme droit = Aire de la base × longueur du prisme.
Aire triangle : $A = \frac{1}{2} \times b \times h$ | Aire trapèze : $A = \frac{(B+b)}{2} \times h$

À signaler : le prisme droit n'est pas un solide « usuel » du programme de Seconde (BO 2019). On le traite par décomposition (aire de la base × longueur).

Mes calculs :

EXERCICE 20 **Effets de l'agrandissement et de la réduction** STANDARD

On considère une boîte rectangulaire (pavé droit).

a) On **double** toutes ses dimensions ($k = 2$). Par quel facteur sont multipliés :

- Le périmètre de la base ?
- L'aire d'une face ?
- Le volume ?

b) On **divise par 3** toutes ses dimensions ($k = \frac{1}{3}$). Par quel facteur sont multipliés :

- Le périmètre de la base ?
- L'aire d'une face ?
- Le volume ?

Mes calculs :

EXERCICE 21 **Volume d'un solide composé** STANDARD

Une pièce est formée d'un **cylindre surmonté d'un cône** (même axe, même rayon à la base).

- Cylindre : $r = 4$ cm, $h_1 = 10$ cm
- Cône : $r = 4$ cm, $h_2 = 6$ cm *(formule fournie : $V_{\text{cône}} = \frac{1}{3}\pi r^2 h$)*

a) Calculer le volume du cylindre.

b) Calculer le volume du cône.

c) Calculer le volume total de la pièce (arrondir au cm^3).

Mes calculs :

EXERCICE 22 **Comparer deux récipients** STANDARD

On compare deux récipients :

- **Récipient A** — cylindre : $r = 6$ cm, $h = 15$ cm
- **Récipient B** — pavé droit : $L = 10$ cm, $l = 10$ cm, $h = 20$ cm

a) Calculer le volume de chaque récipient (arrondir au cm^3).

b) Lequel a la plus grande contenance ?

c) Calculer la différence de volume en litres.

Mes calculs :

EXERCICE 23 **Contenance d'un aquarium — pavé droit** STANDARD

Un aquarium rectangulaire a pour dimensions intérieures : $L = 80$ cm, $l = 35$ cm, $h = 45$ cm.

a) Calculer le volume de l'aquarium en cm^3.

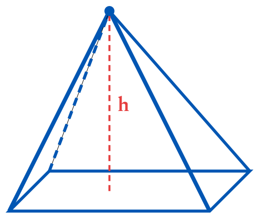
b) Convertir ce volume en litres.

c) On remplit l'aquarium aux $\frac{4}{5}$ de sa hauteur. Quelle est la hauteur d'eau ? Quel volume d'eau (en L) cela représente-t-il ?

d) L'eau coûte 0,004 €/L. Quel est le coût pour remplir l'aquarium aux 4/5 ?

Mes calculs :

EXERCICE 24 **Volume d'une pyramide et d'un cône** STANDARD



Calculer le volume de chaque solide (arrondir au cm^3).

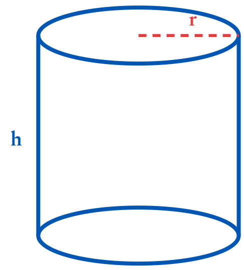
a) Pyramide à base carrée de côté $a = 10$ cm et de hauteur $h = 18$ cm.
(Formule fournie : $V = \frac{1}{3} \times A_{\text{base}} \times h$)

b) Cône de rayon $r = 7$ cm et de hauteur $h = 12$ cm.
(Formule fournie : $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$)

c) Comparer les deux volumes. Lequel est le plus grand ?

Mes calculs :

EXERCICE 25 Peinture d'un cylindre — aire latérale STANDARD



Un fabricant de mobilier doit peindre la surface latérale d'un pied de table cylindrique.

- Rayon : $r = 4$ cm
- Hauteur : $h = 72$ cm

Rappel :

Aire latérale d'un cylindre = $2\pi rh$ (c'est un rectangle « déroulé »).

Aire totale (avec les deux disques) = $2\pi rh + 2\pi r^2$.

Au-delà du programme : l'aire latérale et l'aire totale d'un solide ne figurent pas dans les capacités du chapitre « volumes » de Seconde (BO 2019). Exercice d'approfondissement / ouverture.

a) Calculer l'aire latérale du pied (arrondir au cm^2).

b) Calculer l'aire totale (latérale + les deux disques).

c) Un pot de peinture couvre 5 000 cm^2. La table a **4 pieds identiques**. Un seul pot suffit-il pour peindre la surface latérale des 4 pieds ?

Mes calculs :

EXERCICE 26 Agrandissement d'une maquette de sphère STANDARD

Un globe terrestre de bureau a un diamètre de $d = 20$ cm. On veut en fabriquer une version agrandie avec un facteur $k = 3$ pour un hall d'exposition.

a) Quel sera le diamètre du grand globe ?

b) Calculer le volume du petit globe. *(Formule : $V = \frac{4}{3}\pi r^3$)*

c) Sans recalculer avec la formule, déduire le volume du grand globe grâce au facteur k^3.

d) Vérifier en calculant directement le volume du grand globe.

Mes calculs :

EXERCICE 27 **Cuve à eau de pluie — problème concret** STANDARD

Une cuve de récupération d'eau de pluie est un **cylindre** de diamètre $d = 1{,}2$ m et de hauteur $h = 1{,}8$ m.

a) Calculer le rayon de la cuve.

b) Calculer le volume de la cuve en m^3 (arrondir au centième).

c) Convertir en litres. Combien de seaux de 10 L peut-on remplir avec une cuve pleine ?

d) Après une semaine de pluie, la cuve est remplie à 65 %. Quel volume d'eau contient-elle (en L) ?

Mes calculs :

EXERCICE 28 **Cuve à béton cylindrique — chantier** STANDARD

Sur un chantier, un artisan menuisier utilise une bétonnière cylindrique de diamètre $d = 70$ cm et de profondeur $h = 55$ cm.

a) Calculer le rayon de la cuve.

b) Calculer le volume de la cuve en cm^3 (arrondir au cm^3).

c) Convertir en litres. Combien de seaux de 12 L peut-on remplir avec une cuve pleine ?

d) On ne remplit la bétonnière qu'aux $\frac{2}{3}$ pour éviter les débordements. Quel volume utile cela représente-t-il (en L) ?

Mes calculs :

EXERCICE 29 **Ballon de football — volume et agrandissement** STANDARD

Un ballon de football réglementaire a un diamètre de $d = 22$ cm. *(Formule fournie : $V = \frac{4}{3}\pi r^3$)*

a) Calculer le volume du ballon (arrondir au cm^3).

b) On gonfle un ballon de plage dont le diamètre est le double ($k = 2$). Sans recalculer avec la formule, déduire son volume grâce à k^3.

c) Vérifier par un calcul direct.

d) Convertir les deux volumes en litres. Combien de fois le ballon de plage contient-il plus d'air ?

Mes calculs :

EXERCICE 30 **Étagère cubique — volume et aire totale** STANDARD

Un fabricant de mobilier conçoit des étagères cubiques empilables de côté $a = 36$ cm.

a) Calculer le volume intérieur d'un cube (en cm^3 puis en L).

b) Calculer l'aire totale des 6 faces du cube (en cm^2).

c) Le bois utilisé coûte 0,03 €/cm^2. Calculer le coût du bois pour un cube.

d) On fabrique un modèle réduit au facteur $k = \frac{1}{2}$. Calculer le volume et l'aire totale du petit cube. Vérifier avec k^2 et k^3.

Mes calculs :

EXERCICE 31 **Citerne d'eau chaude — énergie** STANDARD

Un technicien installe un ballon d'eau chaude cylindrique de diamètre $d = 50$ cm et de hauteur $h = 1{,}2$ m.

a) Convertir la hauteur en cm, puis calculer le rayon.

b) Calculer le volume du ballon en cm^3 (arrondir au cm^3).

c) Convertir en litres. Ce ballon est-il suffisant pour une famille de 4 personnes (besoin : 50 L/personne/jour) ?

d) Calculer l'aire latérale du ballon. On l'isole avec un matériau à 12 €/m^2. Calculer le coût de l'isolation.

Rappel :

Aire latérale d'un cylindre = $2\pi rh$. Pour convertir cm^2 en m^2, diviser par 10 000.

Au-delà du programme : la question d) (aire latérale) sort des capacités « volumes » du programme de Seconde (BO 2019) ; elle est proposée en ouverture vers l'approfondissement. Les questions a) à c) restent dans le programme.

Mes calculs :

EXERCICE 32 **Solide composé — pyramide sur un pavé** STANDARD

Un présentoir de magasin est formé d'un **pavé droit** surmonté d'une **pyramide à base rectangulaire** (même base que le pavé).

- Pavé : $L = 30$ cm, $l = 20$ cm, $h_1 = 25$ cm
- Pyramide : même base, hauteur $h_2 = 18$ cm *(formule : $V = \frac{1}{3} \times A_{\text{base}} \times h$)*

a) Calculer le volume du pavé.

b) Calculer le volume de la pyramide.

c) Calculer le volume total du présentoir (en cm^3 et en L).

d) On réduit toutes les dimensions du présentoir avec le facteur $k = 0{,}5$. Quel est le nouveau volume total ?

Mes calculs :

Exercices d'approfondissement

EXERCICE 33 Calcul du béton pour des fondations MENUISERIE

APPROFONDISSEMENT

On construit les fondations d'un abri de jardin :

- **4 piliers cylindriques** : rayon $r = 15$ cm, hauteur $h = 60$ cm chacun
- **Une semelle rectangulaire** : $3\ \text{m} \times 2\ \text{m} \times 15$ cm

a) Calculer le volume de béton pour un pilier (en cm^3, puis en m^3).

b) Calculer le volume de béton pour la semelle (en m^3).

c) Calculer le volume total de béton nécessaire (en m^3 et en L).

d) Un sac de béton de 35 kg permet de couler **15 L** de béton. Combien de sacs faut-il commander (arrondir à l'entier supérieur) ?

Attention : Vérifier les unités ! Convertir en m^3 ou en cm^3 de façon cohérente avant d'additionner.

Mes calculs :

EXERCICE 34 **Modèle réduit d'une salle d'exposition** AGENCEMENT

APPROFONDISSEMENT

Une salle d'exposition réelle a pour dimensions : **12 m × 8 m × 3 m**.
On fabrique un modèle réduit au **1/20** (facteur $k = \frac{1}{20}$).

a) Calculer les dimensions du modèle réduit (en cm).

b) Calculer la surface au sol du modèle (en cm^2).

c) Calculer le volume du modèle (en cm^3).

d) La surface au sol réelle est couverte d'un revêtement coûtant **85 €/m^2**. Calculer le coût total de revêtement pour la vraie salle.

e) Vérifier le résultat de b) en utilisant directement le facteur k^2 appliqué à la surface réelle convertie.

Méthode :

Avec k = 1/20 : longueurs ×(1/20), surfaces $\times(1/20)^2 = \times(1/400)$, volumes $\times(1/20)^3 = \times(1/8\,000)$.

Mes calculs :

EXERCICE 35 Réservoirs et comparaison de contenances

MAINTENANCE AUTOMOBILE

APPROFONDISSEMENT

Un technicien en maintenance automobile doit choisir entre deux types de réservoirs :

- **Réservoir A** — cylindrique : $r = 25$ cm, $h = 80$ cm
- **Réservoir B** — pavé droit : $L = 40$ cm, $l = 40$ cm, $h = 90$ cm

1. Calculer le volume de chaque réservoir (en L).

2. Lequel a la plus grande capacité ? De combien de litres ?

3. On fabrique un réservoir A agrandi avec $k = 1{,}2$. Calculer le nouveau volume en L.

4. Le fluide coûte 4,50 €/L. Quel est le coût pour remplir complètement le réservoir agrandi ?

5. Sans calculer, si on agrandissait le réservoir B avec le même facteur k = 1,2, par quel facteur son volume serait-il multiplié ? Quel serait son nouveau volume ?

Mes calculs :

EXERCICE 36 Optimisation d'un coffre de rangement

MENUISERIE

APPROFONDISSEMENT

Un menuisier agenceur veut fabriquer un coffre de rangement en forme de **pavé droit** avec un volume de **120 L** (soit 120 000 cm^3). La base doit être un carré de côté a et la hauteur est h.

a) Exprimer h en fonction de a sachant que $V = a^2 \times h = 120\,000$.

b) Calculer h pour $a = 40$ cm, puis pour $a = 50$ cm, puis pour $a = 60$ cm.

c) L'aire totale des 6 faces est $A = 2a^2 + 4ah$. Calculer A pour chaque valeur de a.

d) Le bois coûte **0,08 €/cm^2**. Quelle valeur de a minimise le coût du bois ?

e) Le menuisier choisit $a = 50$ cm pour des raisons pratiques. Calculer le coût du coffre.

Mes calculs :

EXERCICE 37 **Aire totale et volume d'un présentoir composite** AGENCEMENT

APPROFONDISSEMENT

Un aménageur d'intérieur conçoit un présentoir formé d'un **prisme droit à base trapézoïdale** surmonté d'un **demi-cylindre**.

- **Prisme :** grande base $B = 50$ cm, petite base $b = 30$ cm, hauteur du trapèze $h_t = 20$ cm, longueur du prisme $L = 80$ cm
- **Demi-cylindre :** rayon $r = 15$ cm, longueur $L = 80$ cm (posé sur la face supérieure du prisme)

> **Au-delà du programme :** le **prisme droit** n'est pas un solide « usuel » du programme de Seconde (BO 2019) — il est traité par décomposition. La question e) (**aire latérale**) sort également des capacités « volumes ». Exercice d'approfondissement.

a) Calculer l'aire du trapèze (base du prisme).

b) Calculer le volume du prisme.

c) Calculer le volume du demi-cylindre.

d) Calculer le volume total du présentoir (en cm^3 et en L).

e) On veut vernir la surface extérieure du prisme (sans la face du dessus ni la face du dessous). Calculer l'aire latérale du prisme. *Indication : la face latérale est composée de 4 rectangles.*

Mes calculs :

EXERCICE 38 **Silo à granulés — cylindre et cône** APPROFONDISSEMENT

Un installateur thermique utilise un silo à granulés de bois composé d'un **cylindre** surmonté d'un **cône** (pour le remplissage) et terminé en bas par un **cône inversé** (pour la vidange).

- Cylindre : rayon $r = 1$ m, hauteur $h_1 = 3$ m
- Cône supérieur : même rayon $r = 1$ m, hauteur $h_2 = 0{,}5$ m
- Cône inférieur : même rayon $r = 1$ m, hauteur $h_3 = 0{,}8$ m

a) Calculer le volume du cylindre.

b) Calculer le volume de chaque cône.

c) Calculer le volume total du silo (en m^3, arrondi au centième).

d) Les granulés de bois ont une masse volumique de 650 kg/m^3. Quelle masse de granulés le silo peut-il contenir (en tonnes) ?

e) On installe un silo 1,5 fois plus grand en toutes dimensions ($k = 1{,}5$). Quel est le volume du nouveau silo ? Quelle masse de granulés contient-il ?

Mes calculs :

EXERCICE 39 **Perte de matière — usinage d'un cylindre dans un pavé** MENUISERIE

APPROFONDISSEMENT

Un artisan menuisier usine un **pied de table cylindrique** dans un bloc de bois parallélépipédique (pavé droit).

- Bloc de bois : $L = l = 14$ cm (section carrée), $h = 75$ cm
- Cylindre usiné : rayon $r = 7$ cm (le plus grand possible dans le bloc), $h = 75$ cm

a) Calculer le volume du bloc de bois.

b) Calculer le volume du cylindre usiné.

c) Calculer le volume de bois perdu (copeaux). Quel pourcentage du bloc cela représente-t-il ?

d) Le bois coûte 1 200 €/m^3. Calculer le coût de la matière perdue.

e) Si on usine 4 pieds identiques, quel est le volume total de bois perdu (en dm^3) ?

Mes calculs :

EXERCICE 40 **Ballon-sonde et agrandissement — lien science** APPROFONDISSEMENT

Un ballon-sonde météorologique est une sphère de diamètre $d = 1{,}2$ m au sol. En montant dans l'atmosphère, la pression diminue et le ballon se dilate : son diamètre devient $d' = 6$ m à haute altitude.

a) Calculer le volume du ballon au sol (en m^3, arrondi au centième). *(Formule : $V = \dfrac{4}{3}\pi r^3$)*

b) Calculer le facteur d'agrandissement $k = \dfrac{d'}{d}$.

c) En déduire le volume du ballon en altitude grâce à k^3.

d) Vérifier par un calcul direct.

e) Par quel facteur le volume a-t-il été multiplié ? Commenter.

Mes calculs :

EXERCICE 41 Devis béton — dalle et plots cylindriques

AGENCEMENT

APPROFONDISSEMENT

Un métreur prépare un devis pour couler une terrasse composée de :

- **Une dalle rectangulaire :** 6 m $\times$ 4 m $\times$ 12 cm d'épaisseur
- **9 plots cylindriques** (supports sous la dalle) : rayon $r = 15$ cm, hauteur $h = 40$ cm chacun

a) Calculer le volume de la dalle en m^3.

b) Calculer le volume d'un plot en cm^3, puis en m^3.

c) Calculer le volume total de béton (dalle + 9 plots) en m^3.

d) Le béton prêt à l'emploi coûte **120 €/m^3** (livré par camion-toupie, minimum 1 m^3). Combien de m^3 faut-il commander (arrondir au 0,5 m^3 supérieur) ? Quel est le coût ?

e) Le client demande finalement une terrasse 1,5 fois plus grande en longueur et en largeur (mais même épaisseur de dalle et mêmes plots). Calculer le nouveau volume de la dalle. Peut-on utiliser le facteur k^3 ? Pourquoi ?

> **Attention :** Le facteur k^3 ne s'applique que si **toutes** les dimensions sont multipliées par k. Si seules certaines dimensions changent, il faut recalculer directement.

Mes calculs :

EXERCICE 42 Calcul de volume de bois pour un escalier

MENUISERIE

APPROFONDISSEMENT

Un menuisier agenceur fabrique un escalier droit composé de **14 marches** identiques. Chaque marche est un pavé droit de dimensions : longueur $L = 90$ cm, profondeur (giron) $g = 25$ cm, épaisseur $e = 4$ cm.

a) Calculer le volume d'une marche (en cm^3).

b) Calculer le volume total de bois pour les 14 marches (en cm^3 puis en dm^3).

c) L'escalier comporte aussi **2 limons** (pièces latérales) en forme de parallélépipède : chacun mesure 4,2 m de long, 22 cm de haut et 5 cm d'épaisseur. Calculer le volume total des 2 limons (en dm^3).

d) Calculer le volume total de bois de l'escalier (marches + limons) en dm^3.

e) Le bois de chêne coûte 950 €/m^3. Calculer le coût de la matière première.

Mes calculs :

EXERCICE 43 **Isolation d'une cuve sphérique — énergie** APPROFONDISSEMENT

Une cuve de stockage de gaz est une **sphère** de diamètre intérieur $d = 2{,}4$ m. On l'entoure d'une couche d'isolant de 10 cm d'épaisseur.

a) Calculer le rayon intérieur r_1 et le rayon extérieur r_2 (en m).

b) Calculer le volume intérieur V_1 et le volume extérieur V_2 (en m^3, arrondir au centième).
(Formule : $V = \dfrac{4}{3}\pi r^3$)

c) En déduire le volume d'isolant nécessaire $V_{\text{isolant}} = V_2 - V_1$.

d) L'isolant coûte 85 €/m^3. Calculer le coût de l'isolation.

e) Calculer le facteur d'agrandissement $k = \dfrac{r_2}{r_1}$ et vérifier que $\dfrac{V_2}{V_1} = k^3$.

Mes calculs :

EXERCICE 44 **Comparaison de réservoirs — forme optimale** AGENCEMENT

APPROFONDISSEMENT

Un technicien d'agencement doit choisir un réservoir de **50 litres** (50 000 cm^3). Trois formes sont proposées :

- A — **Cube :** côté a tel que $a^3 = 50\,000$
- B — **Cylindre :** rayon $r = 20$ cm, hauteur h à déterminer
- C — **Sphère :** rayon R tel que $\frac{4}{3}\pi R^3 = 50\,000$

> **Au-delà du programme :** cet exercice mobilise deux notions qui dépassent les attendus de Seconde (BO 2019) — la **racine cubique** ($\sqrt[3]{50\,000}$, $\sqrt[3]{11\,937}$) pour isoler un côté ou un rayon, et les **aires totales** de solides ($6a^2$, $2\pi rh + 2\pi r^2$, $4\pi R^2$). Réservé au niveau approfondissement ; la calculatrice fournit les racines cubiques.

a) Calculer le côté du cube A (arrondir au dixième).

b) Calculer la hauteur du cylindre B (arrondir au dixième).

c) Calculer le rayon de la sphère C (arrondir au dixième).

d) Calculer l'aire totale de chaque réservoir.
Rappels : cube $= 6a^2$, *cylindre* $= 2\pi rh + 2\pi r^2$, *sphère* $= 4\pi R^2$.

e) Quel réservoir utilise le moins de matériau (aire minimale) ? Commenter.

Mes calculs :

EXERCICE 45 **Piscine à fond incliné — prisme** APPROFONDISSEMENT

Une piscine rectangulaire vue de côté a la forme d'un **prisme droit à base trapézoïdale.** Dimensions :

- Longueur : $L = 10$ m
- Largeur : $l = 5$ m
- Profondeur côté petit bain : $h_1 = 0{,}8$ m
- Profondeur côté grand bain : $h_2 = 2{,}2$ m

> **À signaler :** le prisme droit n'est pas un solide « usuel » du programme de Seconde (BO 2019) ; on le traite ici par décomposition (aire de la base × longueur).

a) Calculer l'aire de la section trapézoïdale (vue de côté).

b) Calculer le volume de la piscine (en m^3).

c) Convertir en litres.

d) On remplit la piscine à 95 % de sa capacité. Quel volume d'eau (en m^3 et en L) ?

e) L'eau coûte 4,20 €/m^3. Calculer le coût du remplissage à 95 %.

Mes calculs :

EXERCICE 46 **Évidement d'un cylindre dans un bloc — vase tourné** MENUISERIE

APPROFONDISSEMENT

Un artisan menuisier tourne un **vase cylindrique creux** dans un bloc de bois cylindrique plein.

- **Bloc extérieur :** rayon $R = 8$ cm, hauteur $H = 20$ cm
- **Creux intérieur :** rayon $r = 6$ cm, profondeur $h = 18$ cm
- **Fond plein :** épaisseur $H - h = 2$ cm

a) Calculer le volume du bloc plein.

b) Calculer le volume du creux évidé.

c) En déduire le volume de bois restant dans le vase.

d) Quel pourcentage de bois a été retiré ?

e) Le bloc de bois coûte 1 500 €/m^3. Calculer le coût de la matière première (bloc entier).

f) On fabrique une version agrandie avec $k = 1{,}5$ (toutes les dimensions multipliées par 1,5). Quel est le volume de bois du grand vase ?

Mes calculs :

EXERCICE 47 **Panneaux solaires et inclinaison — science & climat**

APPROFONDISSEMENT

Un installateur de panneaux solaires fixe des supports en forme de **prisme droit à base triangulaire rectangle** sur un toit plat. Chaque support :

- Base du triangle (au sol) : $b = 60$ cm
- Hauteur du triangle (vertical) : $h_t = 35$ cm
- Longueur du prisme (largeur du panneau) : $L = 1{,}6$ m

À signaler : le prisme droit n'est pas un solide « usuel » du programme de Seconde (BO 2019) ; il est traité ici par décomposition (aire de la base × longueur).

a) Calculer l'aire de la section triangulaire (en cm^2).

b) Calculer le volume d'un support (en cm^3, puis en dm^3).

c) L'installateur pose 12 panneaux (12 supports identiques). Quel volume total de matériau faut-il (en dm^3) ?

d) Le matériau (aluminium) coûte 8 €/dm^3. Calculer le coût total des supports.

e) Pour une installation plus grande, on utilise des supports 1,25 fois plus grands en toutes dimensions ($k = 1{,}25$). Calculer le volume d'un grand support sans refaire tout le calcul. Calculer le surcoût par support.

Mes calculs :

MATHÉMATIQUES

14

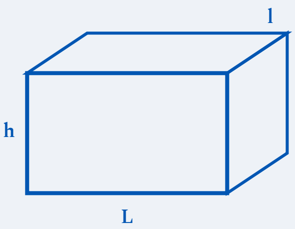
Solides, volumes et agrandissement

Solides, volumes et agrandissement | 2de Pro MA-MA

Socle	Standard	Approfondissement	Tout voir

Objectifs du chapitre — cliquer pour développer

Durée : 1 heure



Calculatrice : autorisée

Barème : 20 points **Documents :** non autorisés

APP - S'Approprier | ANA - Analyser | REA - Réaliser | VAL - Valider | COM - Communiquer

SOCLE

Formulaire :

Cube : $V = a^3$ | Pavé droit : $V = L \times l \times h$ | Cylindre : $V = \pi r^2 h$ | Cône : $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$ | Boule : $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

Conversions : 1 m^3 = 1 000 L | 1 L = 1 000 cm^3

Agrandissement ×k : longueurs ×k, aires ×k^2, volumes ×k^3

Partie A – Calculs de volumes guidés

8 points

2 pts par question. Donner les résultats arrondis au centième.

1. REA Calculer le volume d'un cylindre de rayon $r = 4$ cm et de hauteur $h = 15$ cm. *(2 pts)*

Formule : $V = \pi r^2 h$

$\pi r^2 = \pi \times ......^2 = \pi \times ......$ = ...

$V =...... \times h =...... \times 15 \approx......$ cm^3

---

2. REA Calculer le volume d'un cône de rayon de base $r = 5$ cm et de hauteur $h = 12$ cm. *(2 pts)*

Formule : $V = \dfrac{1}{3}\pi r^2 h$

$\pi r^2 h = \pi \times ......^2 \times 12 = \pi \times ...... \times 12 =......$

$V = \dfrac{1}{3} \times ...... \approx......$ cm^3

---

3. **(Situation professionnelle)** APP Un réservoir cylindrique a un *diamètre* intérieur de 60 cm et une hauteur de 1,2 m. *(2 pts)*

Attention au diamètre : $d = 60$ cm donc $r = d \div 2 =......$ cm

Attention à la hauteur : $h = 1{,}2$ m = ... cm

$V = \pi \times ......^2 \times ...... \approx......$ cm^3

En litres : ...... cm^3 ÷ 1 000 ≈ L

---

4. REA Un pavé droit mesure 80 cm $\times$ 60 cm $\times$ 45 cm. *(2 pts)*

$V = L \times l \times h = 80 \times 60 \times 45 =......$ cm^3

En m^3 : ...... cm^3 ÷ 1 000 000 = ... m^3

En litres : ...... m^3 × 1 000 = ... L

Partie B – Conversions de volumes

4 points

1 pt par conversion.

1. REA Convertir 2,5 m^3 en cm^3. *(1 pt)*

$2{,}5\ m^3 \times 1\,000\,000 =$...... cm^3

2. REA Convertir 340 L en m^3. *(1 pt)*

340 L = 340 dm^3. Pour passer en m^3, on divise par 1 000 :

$340 \div 1\,000 =$...... m^3

3. REA Convertir 0,75 m^3 en litres. *(1 pt)*

$0{,}75\ m^3 \times 1\,000 =$...... L

4. ANA Un tuyau transporte 18 L par minute. La cuve fait 450 dm^3 = ... L. *(1 pt)*

Durée = volume ÷ débit = ... ÷ 18 = ... minutes

Partie C – Agrandissement guidé

5 points

1. (**3 pts**) REA On agrandit un cylindre selon un rapport $k = 1{,}5$. Le cylindre initial a $r = 4$ cm et $h = 10$ cm.

a) Calculer les nouvelles dimensions :

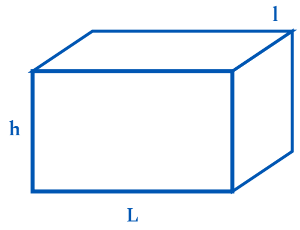
$r' = r \times k = 4 \times 1{,}5 =$...... cm

$h' = h \times k = 10 \times 1{,}5 =$...... cm

b) Le volume est multiplié par $k^3 = 1{,}5^3 =$......

Volume initial : $V = \pi \times 4^2 \times 10 = \pi\times$...... = ... cm^3

Volume agrandi : $V' = V \times k^3 =$...... $\times$...... $\approx$...... cm^3



2. (**2 pts**) VAL On réduit un cube de côté $a = 6$ cm selon un rapport $k = \frac{1}{2}$.

a) L'aire est multipliée par $k^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 =$......

b) Volume initial : $V = 6^3 =$...... cm^3

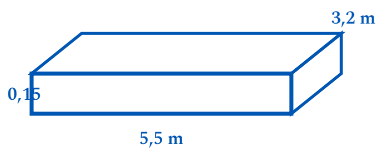
Nouveau côté : $a' = 6 \times \frac{1}{2} =$...... cm

Nouveau volume : $V' = (a')^3 =$......^{3} $=$...... cm^3

Rapport : $V' \div V =$...... $\div$...... = ...

Partie D – Problème professionnel guidé

3 points



Un apprenti coule une dalle de béton rectangulaire de **5,5 m** de long, **3,2 m** de large et **15 cm** d'épaisseur.

1. (**1 pt**) REA Convertir l'épaisseur en mètres :

15 cm = …… m

Calculer le volume : $V = L \times l \times h = 5{,}5 \times 3{,}2 \times$…… = …… m³

2. (**1 pt**) ANA Un camion-toupie peut transporter 6 m³. Combien faut-il de toupies ?

Nombre = …… ÷ 6 = …… toupie(s) (arrondir à l'entier supérieur)

3. (**1 pt**) REA Si on réduit la dalle avec $k = 0{,}8$, le volume est multiplié par $k^3 = 0{,}8^3 =$……

Nouveau volume = …… ×…… = …… m³

STANDARD

Formulaire : Cylindre : $V = \pi r^2 h$ | Cône : $V = \dfrac{1}{3}\pi r^2 h$ | Sphère : $V = \dfrac{4}{3}\pi r^3$ | Pavé : $V = L \times \ell \times h$ | Prisme : $V = A_{\text{base}} \times h$

Partie A – Calculs de volumes

8 points

2 pts par question. Donner les résultats arrondis au centième.

1. REA Calculer le volume d'un cylindre de rayon $r = 4$ cm et de hauteur $h = 15$ cm. *(2 pts)*

2. REA Calculer le volume d'un cône de rayon de base $r = 5$ cm et de hauteur $h = 12$ cm. *(2 pts)*

3. **(Situation professionnelle)** ANA Un réservoir de forme cylindrique a un diamètre intérieur de 60 cm et une hauteur de 1,2 m. Calculer son volume en litres ($1 \text{ L} = 1 \text{ dm}^3 = 1000 \text{ cm}^3$). *(2 pts)*

4. REA Un pavé droit (cuve rectangulaire) mesure $80 \text{ cm} \times 60 \text{ cm} \times 45 \text{ cm}$. Calculer son volume en m^3 puis en litres. *(2 pts)*

Partie B – Conversions de volumes

4 points

1 pt par conversion.

1. REA Convertir 2,5 m^3 en cm^3. *(1 pt)*

2. REA Convertir 340 L en m^3. *(1 pt)*

3. REA Convertir 0,75 m^3 en litres. *(1 pt)*

4. ANA Un tuyau transporte un débit de 18 L/min. En combien de minutes remplira-t-il un réservoir de 450 dm^3 ? *(1 pt)*

Partie C – Agrandissement et réduction

5 points

1. (**2 pts**) REA On agrandit un cylindre selon un rapport $k = 1{,}5$. Le cylindre initial a $r = 4$ cm et $h = 10$ cm.

a) Calculer les nouvelles dimensions r' et h'.

b) Par quel facteur le volume est-il multiplié ? Calculer les deux volumes pour vérifier.

2. (**2 pts**) VAL On réduit un cube de côté $a = 6$ cm selon un rapport $k = \frac{1}{2}$.

a) Par quel facteur la surface (aire) du cube est-elle multipliée ?

b) Calculer le volume initial et le volume réduit. Quel est le rapport des volumes ?

3. (**1 pt**) COM Énoncer la règle générale : si on applique un rapport k à un solide, par quel facteur l'aire et le volume sont-ils respectivement multipliés ?

Partie D – Problème professionnel

3 points

Un technicien doit couler une dalle de béton pour les fondations d'une extension. La dalle est un pavé droit de 5,5 m de long, 3,2 m de large et 0,15 m d'épaisseur.

1. (**1 pt**) REA Calculer le volume de béton nécessaire en m^3.

2. (**1 pt**) ANA Le béton prêt à l'emploi est livré en camion-toupie de 6 m^3. Combien de toupies sont nécessaires ?

3. (**1 pt**) REA Si les dimensions de la dalle sont réduites avec $k = 0{,}8$ (dalle plus petite), quel sera le nouveau volume ? Utiliser la propriété d'agrandissement.

APPROFONDISSEMENT

Formulaire : Cylindre : $V = \pi r^2 h$ | Cône : $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$ | Sphère : $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ | Pavé : $V = L \times \ell \times h$ | Prisme : $V = A_{\text{base}} \times h$

Partie A – Volumes et conversions

6 points

2 pts par question.

1. REA Un technicien en maintenance automobile dispose d'un réservoir cylindrique de diamètre 80 cm et de hauteur 1,5 m. Calculer son volume en m^3 puis en litres. Combien de bidons de 20 L faut-il pour le remplir ? *(2 pts)*

2. REA Une pièce de bois est un prisme à base triangulaire. La base est un triangle rectangle de côtés 6 cm et 8 cm. La longueur du prisme est 45 cm. Calculer le volume de la pièce, puis déterminer sa masse si le bois a une densité de 0,7 g/cm^3 (masse = volume × densité). *(2 pts)*

3. ANA Un cube d'acier de côté 5 cm est fondu et refondu pour former une sphère (boule). En supposant que tout le métal est conservé, calculer le rayon de la sphère obtenue. (Formule : $V_{\text{sphère}} = \frac{4}{3}\pi r^3$) HP *(2 pts)*

Au-delà du programme : déterminer un rayon à partir d'un volume nécessite l'extraction d'une racine cubique, hors du programme « volumes » de Seconde — question de prolongement.

Partie B – Agrandissement et réduction : analyse

7 points

1. (**3 pts**) REA Un menuisier agenceur fabrique un modèle réduit d'une salle au 1/25.

La salle réelle mesure : longueur 15 m, largeur 9 m, hauteur 3,5 m.

a) Calculer les dimensions du modèle en cm.

b) Calculer la surface au sol du modèle (cm^2) et la surface réelle (m^2). Vérifier la cohérence avec le facteur k^2.

c) Un revêtement de sol coûte 65 €/m^2. Calculer le coût total pour la salle réelle.

2. (**4 pts**) ANA Un cylindre A a pour dimensions r = 6 cm, h = 20 cm. On fabrique un cylindre B avec k = 1,5 et un cylindre C avec k = 0,5.

a) Calculer les volumes des trois cylindres.

b) Vérifier pour B et C que les volumes sont bien dans le rapport k^3 par rapport à A.

c) Le cylindre A est rempli d'un liquide coûtant 2 €/L. Quel est le coût si on remplit le cylindre B ? Et le cylindre C ?

d) Pour quel facteur k le cylindre aurait-il exactement le double du volume du cylindre A ? Donner la valeur exacte de k. HP (la valeur exacte $k = \sqrt[3]{2}$ suppose une racine cubique, hors programme — prolongement)

Partie C – Problème professionnel ouvert

7 points

ANA Un technicien en agencement de menuiserie doit réaliser un projet d'exposition. Il dispose d'un espace rectangulaire de 8 m × 5 m × 2,5 m (longueur × largeur × hauteur).

Partie 1 (**2 pts**) – Volumes :

a) Calculer le volume de la salle.

b) On installe 4 colonnes cylindriques de décoration : rayon 15 cm, hauteur 2,5 m. Quel est le volume occupé par les 4 colonnes ?

Partie 2 (**3 pts**) – Modèle réduit au 1/50 :

c) Calculer les dimensions du modèle en cm.

d) La surface au sol du modèle est-elle $\frac{1}{50^2} = \frac{1}{2\,500}$ de la surface réelle ? Vérifier par le calcul.

e) Calculer le volume du modèle en cm^3.

Partie 3 (**2 pts**) – Coûts :

f) Le revêtement de sol coûte 72 €/m^2. Calculer le coût total.

g) Si on agrandit la salle avec un facteur k = 1,3 sur toutes les dimensions, par quel facteur le coût du revêtement sera-t-il multiplié ? Calculer le nouveau coût.