

TD M1

Frottement solide, loi de COULOMB

A. Déplacer un carton

Un carton (solide homogène) de masse m repose sur le sol horizontal. On veut le déplacer en tirant horizontalement depuis un point H tel qu'indiqué sur la figure 1. Cette même figure définit les grandeurs h , a et b , données du problème. Les actions sol-carton sont modélisées par un coefficient de frottement f (statique et dynamique).

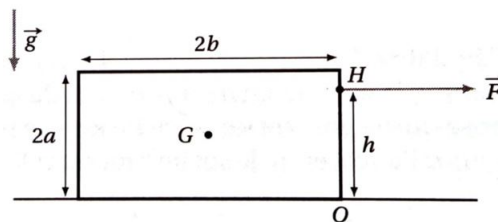


FIGURE 1 – Déplacer un carton

On considère une tentative de mise en mouvement du carton. Il est donc initialement immobile.

1. Déterminer le point d'application, noté I , des actions de contact.
2. Quelles conditions permettent de maintenir le carton immobile ? de le faire glisser ? de le faire basculer ?

B. Lancer de cube

On lance un cube de masse m vers le haut, avec une vitesse initiale v_0 , suivant la plus grande pente d'un plan incliné d'un angle α par rapport à l'horizontale. Déterminer le mouvement du cube. On notera μ le coefficient de frottement (statique et dynamique).

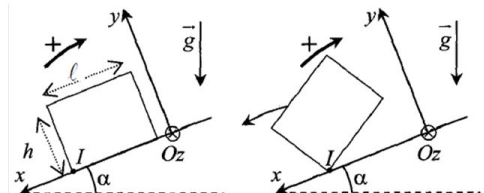
C. Équilibre d'une échelle

Une échelle est posée sur le sol et appuyée contre un mur. On l'assimile à une tige rigide homogène, de longueur $2L$ et de masse m . Les frottements sur le sol et le mur ont un coefficient commun k . On donne $L = 2,0 \text{ m}$, $m = 15 \text{ kg}$ et $k = 0,75$.

1. Déterminer l'angle d'inclinaison limite pour que l'échelle reste en place.
2. Déterminer les différentes réactions pour un angle d'inclinaison de 70° .

D. Bloc sur plan incliné

Un bloc de masse M , de longueur a (égale à sa largeur) et de hauteur h repose, comme représenté ci-après, sur un plan initialement horizontal. On note f le coefficient de frottement entre le bloc et le plan, f étant compris entre 0 et 1. Un opérateur augmente progressivement la valeur de l'angle que fait le plan avec l'horizontale. On modélise le basculement éventuel du bloc par un pivotement



sans glissement autour de la génératrice de contact passant par I.

On note alors J_1 le moment d'inertie du bloc par rapport à cet axe

et $\vec{\omega}$ son vecteur rotation instantanée autour de cet axe où $\omega > 0$ est sa vitesse angulaire.

1. On ignore la possibilité de basculement. À quelle condition sur α y a-t-il glissement ?
2. À quelle condition sur α y a-t-il basculement sans glissement ?
3. En déduire la condition sur les dimensions du bloc telle que celui-ci glisse sans avoir préalablement basculé quelle que soit la nature du contact envisagé. A.N. : $f = 0,5$.

E. Oscillateur à frottements solide ••○

Un pavé de masse m est fixé en O par un ressort de raideur k et de longueur à vide ℓ_0 . Il est posé sur un plan horizontal fixe et se translate selon l'axe (Ox) avec un coefficient de frottement f .

On donne ci-contre le graphe expérimental de $x(t) = \ell(t) - \ell_0$, où $\ell(t)$ est la longueur du ressort.

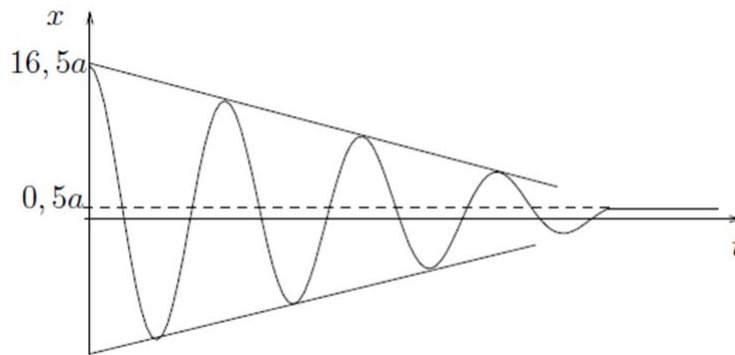


FIGURE 2 – Position d'un oscillateur à frottement solide

1. Étude préliminaire

1. Représenter les forces appliquées au pavé.
2. Montrer que la condition d'arrêt pour laquelle il n'y a pas de glissement implique que $|x| < a$ où a est une constante qu'on déterminera en fonction des données du problème.

On étudie maintenant le mouvement dans la phase de glissement.

2. Première phase du mouvement

3. Déterminer les conditions initiales à l'aide du graphe expérimental.
4. Montrer alors que l'équation du mouvement est celle de l'oscillateur harmonique et préciser la valeur de la pulsation
5. Résoudre l'équation à l'aide des conditions initiales.
6. La première phase cesse quand la vitesse change de signe. Déterminer la date t_1 pour laquelle cesse la première phase et montrer que la condition d'arrêt n'est pas vérifiée.

3. Deuxième phase du mouvement

7. Déterminer alors la nouvelle équation du mouvement.
8. Résoudre l'équation à l'aide des conditions initiales en $t = t_1$.
9. La deuxième phase cesse à nouveau quand la vitesse change de signe. Déterminer la date t_2 pour laquelle cesse la deuxième phase et montrer que la condition d'arrêt n'est pas vérifiée.
10. Interpréter les phases ultérieures et le graphe de $x(t)$.