

Électronique numérique

A. Pourquoi des signaux numériques ?

Jusqu'à maintenant, l'étude de l'électronique en MPSI-MP se limitait à des montages dits *d'électronique analogique*. Les signaux utilisés étaient des signaux, assimilés à des fonctions continues du temps (des signaux réels en pratique). Aujourd'hui, l'informatique a envahi notre quotidien et les progrès considérables dans la rapidité des calculs ont permis à *l'électronique numérique* de se développer.

Un signal numérique résulte de la numérisation du signal analogique qu'il est censé représenter. Le signal analogique initial est dans un premier temps *échantillonné*, puis *quantifié/codé* sous forme binaire : c'est le processus de *numérisation*.

L'intérêt des signaux numériques (comparés aux signaux analogiques) réside dans :

- ▶ une meilleure robustesse vis-à-vis du bruit, c'est-à-dire de signaux aléatoires perturbateurs.
- ▶ la possibilité d'effectuer, par calcul, des traitements numériques qui seraient difficiles (ou impossibles) à réaliser en analogique. On peut citer notamment les filtrages multiples (image ou son).

A l'issue du traitement numérique, le signal numérique est converti en signal analogique (CNA). La numérisation possède certains avantages, mais reste vaine si la restitution du signal en sortie de chaîne de traitement n'est pas fidèle à ce qu'on attend : il faut donc s'assurer de conditions de numérisation satisfaisante pour rendre compte des signaux.

On peut schématiser la chaîne de traitement numérique.

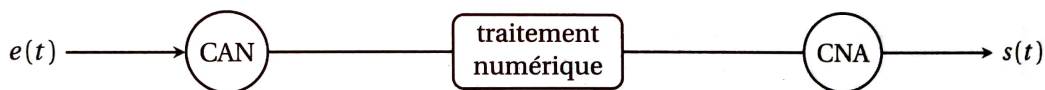


FIGURE 1 – Chaîne numérique de traitement

B. Principe de la conversion analogique-numérique (CAN)

Un capteur fournit une tension, « image » électrique de la grandeur mesurée par le capteur. Un microphone transforme un son (analogique) en tension (analogique aussi). Un convertisseur analogique-numérique (CAN) transforme une tension analogique d'entrée en une grandeur numérique de sortie.

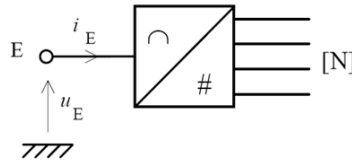


FIGURE 2 – Conversion Analogique/Numérique

B.1 Échantillonnage

Un circuit électronique spécifique (échantillonneur) va prélever des valeurs sur le signal $s(t)$ issu du capteur. Les prélèvements ont lieu à la fréquence f_e - appelée fréquence d'échantillonnage -, donc tous les $T_e = \frac{1}{f_e}$.

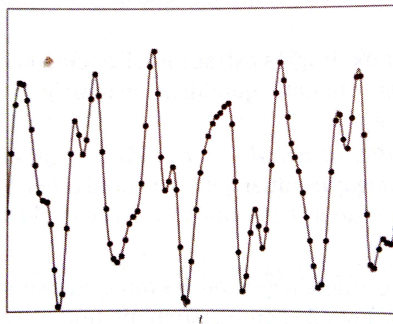


FIGURE 3 – Échantillonnage

Le résultat de l'échantillonnage est donc une liste discrète de valeurs prélevées sur $s(t)$ à intervalles de temps T_e réguliers.

B.2 Quantification

L'échantillonnage est suivi d'une opération de quantification/codage.

Cette opération consiste à transformer en nombre binaire les valeurs prélevées. Une donnée importante est donc de connaître le nombre de bits (binary digits) n sur lequel est codé le signal. La valeur pleine échelle (valeur maximale convertible) u_{PE} constitue aussi une caractéristique importante d'une CAN. Le convertisseur divise l'étendue de mesure en 2^n intervalles de même largeur

$$\Delta s = \frac{u_{PE}}{2^n - 1}.$$

Cette grandeur Δs est appelée résolution du convertisseur.

Considérons deux convertisseurs, de valeur pleine échelle $u_{PE} = 10 \text{ V}$: l'un code sur 3 bits et l'autre sur 8 bits. La résolution du premier vaut donc $\Delta s = \frac{10}{2^3 - 1} = 1,42 \text{ V}$ et celle du second s'élève à $\Delta s = \frac{10}{2^8 - 1} = 39,2 \text{ mV}$.

La résolution d'un CAN peut aussi être définie comme la variation de tension s qui permet d'augmenter N de 1 unité. La conversion est donc d'autant plus précise que la résolution est petite.

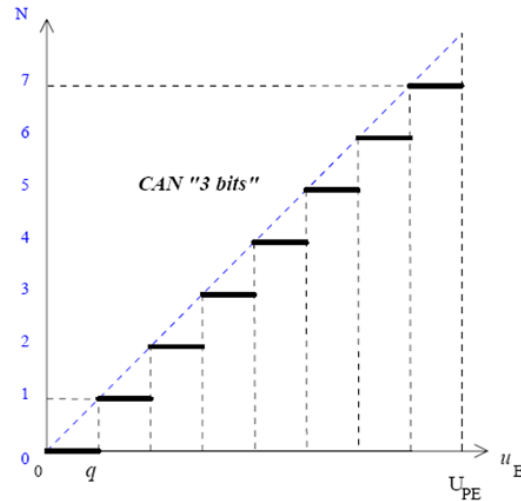


FIGURE 4 – Convertisseur analogique-numérique 3 bits

C. Adéquation du signal numérisé avec le signal analogique

C.1 Qu'est-ce une bonne numérisation ?

Instinctivement, pour réaliser une conversion analogique-numérique de bonne qualité, on se dit qu'en utilisant une fréquence d'échantillonnage f_e importante, on décrit de manière très fine le signal original. De la même façon, en codant sur un nombre de bits n élevé, la résolution Δs est petite et la conversion de qualité. Cependant, multiplier la quantité d'information sur le signal de départ permet certes d'avoir un signal numérique fidèle, mais pose le problème de la taille des fichiers de données à manipuler.

Une bonne numérisation est donc une affaire de compromis : trop peu d'informations (f_e et n faibles) occasionnera certainement une perte d'information lors de la numérisation, en revanche un excès d'information (f_e et n grands) sera difficile à stocker et manipuler.

On peut s'en convaincre en manipulant la simulation suivante : Exemple de CAN

C.2 Spectre du signal numérisé

Dans un premier temps, on s'intéresse à un signal analogique sinusoïdal. Le spectre du signal analogique est trivial. En revanche, l'analyse de FOURIER indique que le spectre du signal échantillonné est différent ; du fait de l'échantillonnage, la composante spectrale de la fréquence f est répliquée autour de chaque kf_e . C'est ce qu'illustre la figure 5.

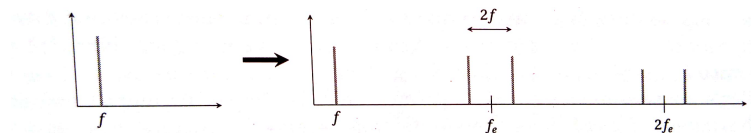


FIGURE 5 – Spectre d'une sinusoïde échantillonnée

Si on considère désormais un signal analogique dont le spectre est plus riche, avec un ensemble d'harmoniques comprises dans l'intervalle $[0; f_{\max}]$, on a la situation représentée dans la figure 6.

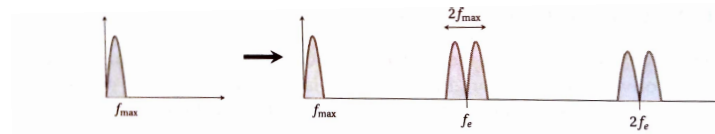


FIGURE 6 – Spectre d'un signal échantillonné

C.3 Critère de SHANNON

C.3.1 Enoncé

La figure 6 permet d'établir une condition nécessaire pour que le signal échantillonné soit correct. En sélectionnant la partie basse du spectre du signal échantillonné, on obtient le même spectre que le signal d'origine. Ce principe ne fonctionne que si le spectre de la réplique -dont la fréquence la plus basse vaut $f_e - f_{\max}$ ne se superpose pas sur la partie « saine ». On peut donc en déduire la condition suivante :

$$f_{\max} < f_e - f_{\max} \quad \text{soit} \quad f_e > 2f_{\max}$$

Cette inégalité constitue le critère de SHANNON : pour reconstituer fidèlement un signal dont le spectre s'étale dans l'intervalle $[0; f_{\max}]$, il faut que la fréquence d'échantillonnage f_e vérifie l'inéquation :

$$f_e > 2f_{\max}$$

C.3.2 Si le critère de SHANNON n'est pas respecté

Quand le critère de SHANNON n'est pas respecté, les répliques autour de la fréquence f_e se superposent à la partie saine du signal, noyant l'information. On parle de *repliement du spectre* (ou aliasing en anglais). C'est aussi le cas lorsque le spectre du signal analogique n'est pas borné. C'est ce phénomène qu'illustre la figure 7.

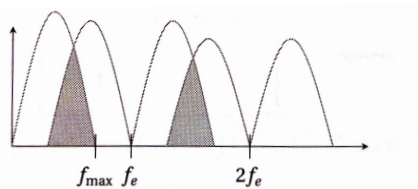


FIGURE 7 – Repliement du spectre

Pour se prémunir de ce type de problème, en amont de l'échantillonnage, on borne le spectre du signal d'entrée en utilisant un filtre passe-bas, appelé filtre anti-repliement, de bande-passante $[0; f_{\max}]$.

Dans la figure 8, on considère un signal sinusoïdal pur, de fréquence $f = 1,0 \text{ kHz}$. La fréquence d'échantillonnage minimale vaut $2f_{\max} = 2f = 2,0 \text{ kHz}$. On choisit cependant une fréquence d'échantillonnage f_e ne satisfaisant pas le critère de SHANNON : $f_e = 1,2 \text{ kHz} < 2f_{\max}$. La première fréquence apparaissant dans le spectre du signal échantillonné est donc $f' = f_e - f = 200 \text{ Hz}$. Cette fréquence correspond à la fréquence apparente du signal échantillonné et ne correspond aucunement au signal analogique initial.

Vous pouvez tester la validité du critère grâce à la simulation suivante : Sous-échantillonnage

C.4 Critères pour une bonne acquisition numérique

On peut légitimement se poser la question suivante : quels sont les critères pour réaliser une acquisition numérique satisfaisante ? Faut-il choisir le plus de points possibles ? se placer en limite du critère de SHANNON ?

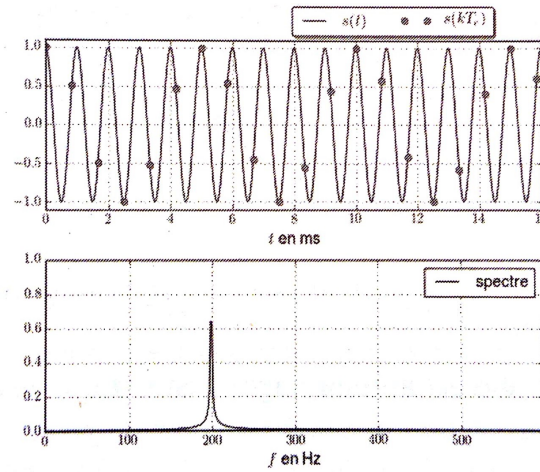


FIGURE 8 – Sous-échantillonnage

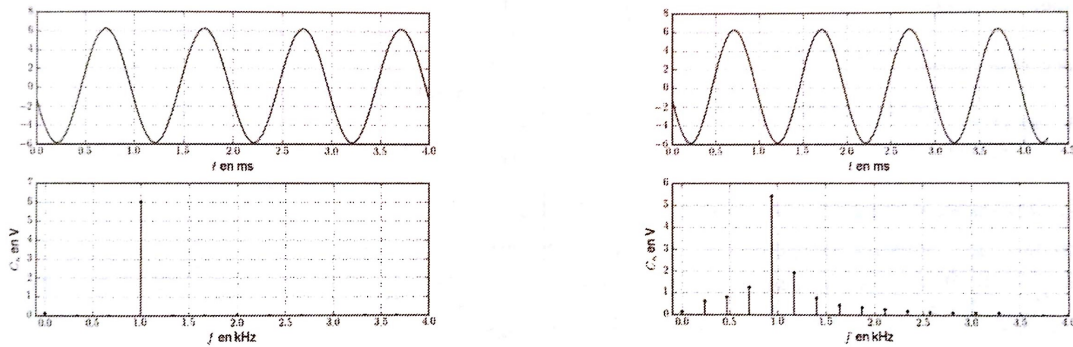


FIGURE 9 – Rôle de la sélection d'un nombre entier de périodes

Deux paramètres sont donc à fixer : la période d'échantillonnage T_e (ou la fréquence f_e) et le nombre d'échantillons N . Ces deux paramètres fixent la durée complète de l'acquisition : $T_a = N.T_e$.

C.4.1 Résolution du spectre

L'algorithme qui calcule le spectre du signal numérisé est celui de la Transformée de FOURIER Rapide (ou Fast FOURIER Transform FFT). L'algorithme calcule, à partir de la liste des N valeurs prélevées sur le signal analogique, un spectre discret de N raies de fréquences $0, \frac{f_e}{N}, \frac{2f_e}{N}, \dots, \frac{(N-1)f_e}{N}$. La sensibilité du spectre en fréquence est donc $\Delta f = \frac{f_e}{N} = \frac{1}{T_a}$.

C.4.2 Fidélité du spectre

Pour que le calcul du spectre par l'algorithme FFT soit fidèle, il faut que la durée d'acquisition T_a englobe un nombre entier de période. Dans le cas contraire, des raies parasites apparaissent dans le spectre du signal.

C'est ce qu'illustre la figure 9. Le signal de $f = 1$ kHz est échantillonné à $f_e = 500$ kHz, le critère de SHANNON est donc totalement respecté. On voit clairement le double impact du choix de la durée des paramètres : dans le cas a, le spectre est conforme et dans le cas b, le spectre est pollué, mais la résolution est plus grande.

C.4.3 Conclusion

Il faut donc choisir une période d'échantillonnage T_e assez faible (f_e assez grande) pour prendre ses aises par rapport au critère de SHANNON, et un nombre d'échantillons suffisamment important de façon à sélectionner un nombre entier de périodes et avoir une résolution spectrale satisfaisante.

Remarque Un oscilloscope numérique ou une carte d'acquisition interfacée réalisent ces conversions. Une des différences réside dans le fait que le nombre de points est globalement fixé sur un oscilloscope, alors qu'il est modulable sur une carte d'acquisition, lui conférant ainsi une plus grande maniabilité.

D. Filtrage numérique

Cela revient à faire de la résolution d'équation différentielle liée à la fonction de transfert désirée. On se reportera donc au cours d'Informatique Pour Tous et à l'exercice F du TDE2.