

1) Dérivation

• Dérivées des fonctions usuelles :

$f(x) = b \Rightarrow f'(x) = 0$	$f(x) = ax + b \Rightarrow f'(x) = a$
$f(x) = x \Rightarrow f'(x) = 1$	$f(x) = x^2 \Rightarrow f'(x) = 2x$
$f(x) = x^3 \Rightarrow f'(x) = 3x^2$	$f(x) = \frac{1}{x} \Rightarrow f'(x) = -\frac{1}{x^2}$
$f(x) = \frac{1}{x^2} \Rightarrow f'(x) = -\frac{2}{x^3}$	$f(x) = \sqrt{x} \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

• Opérations sur les fonctions dérivables :

Fonction	Fonction dérivée	Fonction	Fonction dérivée
$u + v$	$u' + v'$	u^2	$2u'u$
ku (k réel)	ku'	$\frac{1}{u}$	$-\frac{u'}{u^2}$
uv	$u'v + uv'$	$\frac{u}{v}$	$\frac{u'v - uv'}{v^2}$

Si $g(x) = f(ax + b)$ alors $g'(x) = af'(ax + b)$

2) Variations des fonctions dérivables

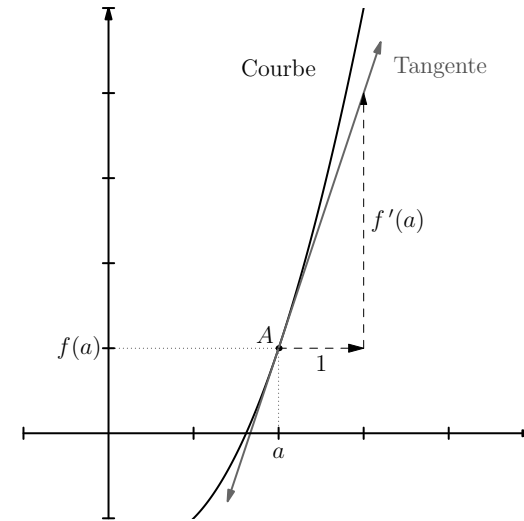
► **Principe général** : le signe de la dérivée donne le sens de variation d'une fonction et inversement. En particulier ;

- Si la dérivée reste strictement positive sur un intervalle (sauf en un nombre fini de points isolés où elle peut s'annuler) alors on peut affirmer que la fonction est strictement croissante sur cet intervalle ;
- Si la dérivée reste strictement négative sur un intervalle (sauf en un nombre fini de points isolés où elle peut s'annuler) alors on peut affirmer que la fonction est strictement décroissante sur cet intervalle.

3) Tangente

- Si f est dérivable en a alors une équation de la tangente à C_f au point d'abscisse a est : $y = f(a) + f'(a)(x - a)$ (le coefficient directeur de la tangente est égale à la valeur de la dérivée)
- Pour déterminer les abscisses des éventuels points de C_f où la tangente admet un coefficient directeur égal à m , il suffit de résoudre l'équation $f'(x) = m$.

• Construction de la tangente au point A d'abscisse a :



• Détermination graphique de $f'(a)$ à partir de la tangente au point A d'abscisse a :

Si B est un autre point de la tangente, on a $f'(a) = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$.

4) Continuité

- f est continue en un point a d'un intervalle I où est définie la fonction si f admet une limite en a et si $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$.
- f est continue sur un intervalle I si elle est continue en tout point a de I . La courbe de f peut alors se tracer d'un trait continu.
- Si f est dérivable en a alors f est continue en a .

© Pascal Brachet - www.xmlmath.net - Licence CC BY NC SA - Utilisation commerciale interdite

5) Théorème de la valeur intermédiaire - Équation $f(x) = k$

- Si f est **continue** et **strictement croissante** ou **strictement décroissante** sur un intervalle I et si k est compris entre les valeurs de f aux bornes de I alors l'équation $f(x) = k$ admet une unique solution x_0 dans I .
- Pour déterminer une valeur approchée de x_0 , on utilise la méthode du « balayage » (en utilisant la calculatrice).

► *Exemple* : la fonction f définie par $f(x) = x^3 + x$ est continue et strictement croissante sur $I = [1, 2]$ car f est dérivable et $f'(x) = 3x^2 + 1 > 0$ sur I . De plus 5 est compris entre $f(1) = 2$ et $f(2) = 10$. On peut donc en conclure que l'équation $f(x) = 5$ admet une unique solution x_0 dans $[1, 2]$.

Recherche une valeur approchée de x_0 à 10^{-1} près :

x	1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2
$f(x)$	2	2,43	2,93	3,50	4,14	4,87	5,70				

Inutile de regarder après 1,6 car $f(1,5) < 5 < f(1,6)$. On peut donc en déduire que : $1,5 < x_0 < 1,6$. Une valeur approchée de x_0 **par défaut** à 10^{-1} près est 1,5 et une valeur approchée de x_0 **par excès** à 10^{-1} près est 1,6.

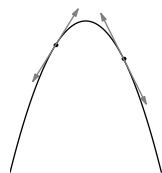
6) Convexité

Étant donné une fonction f dérivable sur un intervalle I .

- f est dite **convexe** sur I si sa courbe représentative est entièrement située au dessus de chacune de ses tangentes.



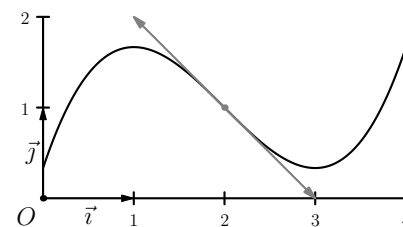
- f est dite **concave** sur I si sa courbe représentative est entièrement située en dessous de chacune de ses tangentes.



PROPRIÉTÉ

Étant donné une fonction f deux fois dérivable sur un intervalle $]a; b[$.

- Si, pour tout x de $]a; b[$, $f''(x) \geq 0$ alors f est convexe sur $]a; b[$.
- Si, pour tout x de $]a; b[$, $f''(x) \leq 0$ alors f est concave sur $]a; b[$.
- Si $f''(x)$ s'annule en changeant de signe en un point x_0 de $]a; b[$ alors la courbe de f admet un point d'inflexion en x_0 (la courbe traverse la tangente en ce point).



► *Exemple* : Soit f définie par $f(x) = x^3$.

Pour tout $x > 0$, $f'(x) = 3x^2$ et $f''(x) = 6x$.

f est convexe sur $]0; +\infty[$ car $f''(x) > 0$ pour tout $x > 0$.

f est concave sur $]-\infty; 0[$ car $f''(x) < 0$ pour tout $x < 0$.

f admet un point d'inflexion en 0 car f'' s'annule pour $x = 0$ en changeant de signe.

7) Rappels sur les études de signe

Signe de $ax + b$ ($a \neq 0$)

On détermine la valeur de x qui annule $ax + b$, puis on applique la règle : « signe de a après le 0 ».

x	$-\infty$	$-b/a$	$+\infty$
$ax + b$	signe de $(-a)$		signe de a

— Signe de $ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) —

On calcule la discriminant $\Delta = b^2 - 4ac$ (sauf cas évidents)

- Si $\Delta < 0$, on applique la règle : « toujours du signe de a ».

x	$-\infty$	$+\infty$
$ax^2 + bx + c$	signe de a	

- Si $\Delta = 0$, on calcule la racine double : $x_1 = -\frac{b}{2a}$.

On applique alors la règle : « toujours du signe de a et s'annule pour $x = x_1$ ».

x	$-\infty$	x_1	$+\infty$
$ax^2 + bx + c$	signe de a	0	signe de a

- Si $\Delta > 0$, on calcule les deux racines : $x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$.

On applique alors la règle : « signe de a à l'extérieur des racines ».

x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$	
$ax^2 + bx + c$	signe de a	0	signe de $(-a)$	0	signe de a

(en supposant que $x_1 < x_2$)

Dérivation, continuité et convexité

► Exercice n°1

Dériver la fonction f dans les cas suivants :

$$1) f(x) = x^2 - 3x + 1 \qquad 2) f(x) = \frac{3x^2 - 4x + 2}{2}$$

$$3) f(x) = \frac{3}{x+2} \qquad 4) f(x) = \frac{2x-1}{-x+6}$$

$$7) f(x) = \frac{x-1}{x^2+2} \qquad 8) f(x) = (x+3)\sqrt{x}$$

$$9) f(x) = (3x-1)^2 \qquad 10) f(x) = \sqrt{4x+8}$$

$$11) f(x) = \left(\frac{1}{2}x + 4\right)^3$$

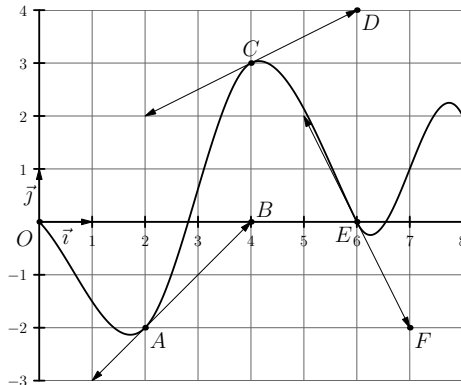
► Exercice n°2

Déterminer une équation de la tangente T à la courbe de f au point d'abscisse a dans les cas suivants :

$$1) f(x) = -x^2 + 6x - 8 \quad a = -1 \qquad 2) f(x) = \frac{2x+1}{x-3} \quad a = 4$$

► Exercice n°3

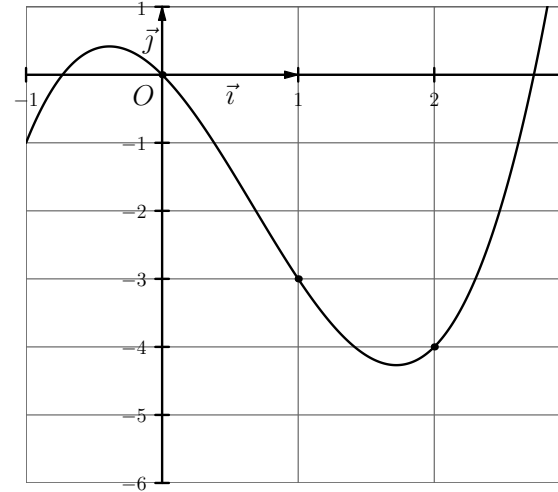
Dans la figure ci-dessous est représentée la courbe d'une fonction f dérivable sur $[0; 8]$.



1. La tangente au point A d'abscisse 2 passe par le point B . En déduire $f'(2)$.
2. La tangente au point C d'abscisse 4 passe par le point D . En déduire $f'(4)$.
3. La tangente au point E d'abscisse 6 passe par le point F . En déduire $f'(6)$.

► Exercice n°4

Soit f la fonction définie sur $[-1,3]$ par $f(x) = x^3 - 2x^2 - 2x$ dont la courbe est donnée ci-dessous. Construire sur le graphique les tangentes à la courbe aux points d'abscisses 0, 1 et 2.



► Exercice n°5

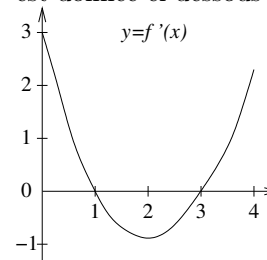
Soit f définie sur \mathbb{R}^* par $f(x) = \frac{-x^2 + 2x - 1}{x}$.

Déterminer les points de la courbe représentative de f (dans un repère orthonormal) où la tangente :

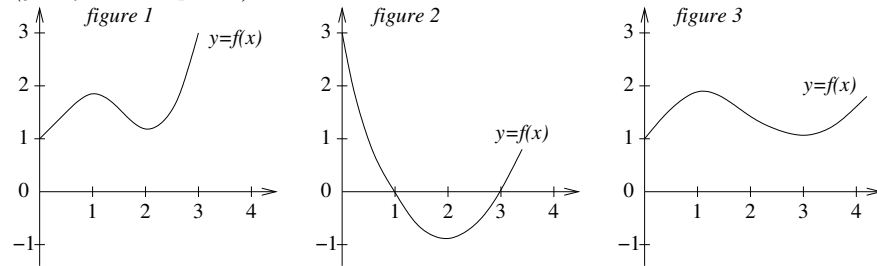
- a) est horizontale.
- b) admet -2 comme coefficient directeur.
- c) est parallèle à la droite d'équation $y = -\frac{2}{3}x - 5$.

► Exercice n°6

Soit f une fonction dérivable sur $[0; 4]$. La courbe représentative de sa dérivée est donnée ci-dessous :



Parmi les trois figures ci-dessous, laquelle peut représenter la fonction f ?
(justifier sa réponse)



► **Exercice n°7**

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$.

- Déterminer les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$. En déduire les asymptotes à la courbe C_f .
- Étudier les variations de f sur \mathbb{R} .

► **Exercice n°8**

Soit f la fonction définie sur $\left] \frac{1}{2}; +\infty[\right]$ par $f(x) = \frac{2x^2 - x + 2}{2x - 1}$.

- Déterminer les limites de f en $\frac{1}{2}$ et en $+\infty$. En déduire les asymptotes à la courbe C_f .
- Étudier les variations de f sur \mathbb{R} .

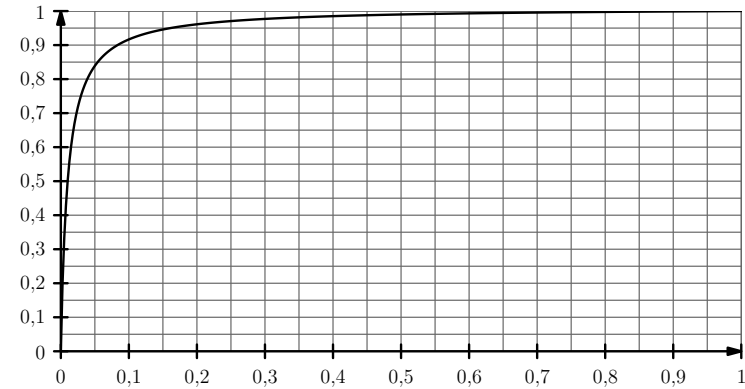
► **Exercice n°9**

Dans une population donnée, on note x la proportion de personnes atteintes de la grippe (on a donc $x \in [0; 1[$).

Un fabricant propose un test de dépistage et affirme qu'avec son test la probabilité d'avoir la grippe lorsque le test est positif est donnée par la fonction f définie sur $[0; 1[$ par $f(x) = \frac{99x}{98x + 1}$ où x est la proportion de personnes atteintes de la grippe.

- L'affirmation suivante est-elle vraie ?
« Si 1 % de la population est malade, un individu ayant un test positif n'a qu'une chance sur deux d'avoir la grippe. »
- Dériver f et justifier que f est strictement croissante sur $[0; 1[$.
- À partir de quelle proportion x de malades dans la population, la probabilité d'avoir la grippe en étant positif au test dépasse-t-elle 90% ?

4. La courbe de la fonction f est donnée ci-dessous :



- Tracer la tangente à la courbe au point d'abscisse 0,05.
- La tangente à la courbe de f au point d'abscisse 1 est-elle horizontale ?

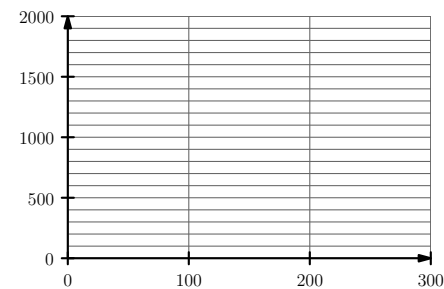
► **Exercice n°10**

Un loueur de camions propose le tarif suivant qui dépend du nombre de kilomètres effectué pendant le trajet que souhaite effectuer le client :

- 10 euros par km pour les 100 premiers kilomètres (*tarif de base*)
- réduction de 50% sur le tarif de base pour la partie du trajet dépassant les 100 km

- Expliquer pourquoi le prix à payer pour un trajet de 200 km est de 1500 euros.
- On note $f(x)$ le prix à payer en euros pour parcourir un trajet de x km. Exprimer $f(x)$ en fonction de x dans les cas suivants :
 - Si $0 \leq x \leq 100$ alors $f(x) = \dots\dots\dots$
 - Si $100 < x$ alors $f(x) = \dots\dots\dots$

3. Tracer la courbe représentative de f dans le repère ci-dessous :



La fonction f est-elle continue sur $[0; +\infty[$?

© Pascal Brachet - www.xmath.net - Licence CC BY NC SA - Utilisation commerciale interdite

► **Exercice n°11**

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = -x^3 + 9x^2 - 24x + 12$ et C_f sa courbe représentative dans un repère orthogonal.

1. Déterminer les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$.
2. Étudier les variations de f sur \mathbb{R} .
3. Montrer que la courbe C_f admet deux points où la tangente admet un coefficient directeur égal à -9 .
4. a) Justifier, à l'aide d'un théorème du cours, que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique x_0 dans l'intervalle $[0; 1]$.
b) Déterminer une valeur approchée de x_0 à $0,1$ près par défaut.
5. a) Déterminer la dérivée seconde de f .
b) Déterminer les intervalles où la fonction f est concave et convexe.
c) Justifier que la courbe C_f admet un point d'inflexion I dont on précisera les coordonnées.
d) Déterminer une équation de la tangente à C_f au point I .

► **Exercice n°12**

Soit C la fonction définie sur $[0; 10]$ par $C(x) = x^3 - 12x^2 + 72x + 100$.

1. Déterminer la dérivée seconde de C . En déduire les intervalles où la fonction C est concave et convexe.
2. La fonction C représente en fait le « coût total » de production, en milliers d'euros, de x milliers d'objets produits dans une certaine usine. Comme cela se pratique couramment en économie, on assimile le « coût marginal » à la dérivée de la fonction « coût total » C .

Recopier et compléter les phrases suivantes par les termes « croissante » ou « décroissante » :

- Quand la fonction « coût total » C est convexe sur un intervalle alors la fonction « coût marginal » C' est sur cet intervalle.
- Quand la fonction « coût total » C est concave sur un intervalle alors la fonction « coût marginal » C' est sur cet intervalle.

Dérivation, continuité et convexité

► Exercice n°1

1) $f'(x) = 2x - 3$

2) $f'(x) = \frac{1}{2}(6x - 4) = 3x - 2$

3) $f'(x) = 3 \times \frac{(-1)}{(x+2)^2} = \frac{-3}{(x+2)^2}$

4) $f'(x) = \frac{2(-x+6) - (2x-1)(-1)}{(-x+6)^2} = \frac{11}{(-x+6)^2}$

7) $f'(x) = \frac{1(x^2+2) - (x-1)(2x)}{(x^2+2)^2} = \frac{-x^2+2x+2}{(x^2+2)^2}$

8) $f'(x) = 1 \times \sqrt{x} + (x+3) \times \frac{1}{2\sqrt{x}} = \sqrt{x} + \frac{x+3}{2\sqrt{x}}$

9) $f'(x) = 2 \times 3 \times (3x-1) = 6 \times (3x-1)$

10) $f'(x) = 4 \times \frac{1}{2\sqrt{4x+8}} = \frac{2}{\sqrt{4x+8}}$

11) $f'(x) = \frac{1}{2} \times 3 \times \left(\frac{1}{2}x + 4\right)^2 = \frac{3}{2} \times \left(\frac{1}{2}x + 4\right)^2$

► Exercice n°2

1) $f(x) = -x^2 + 6x - 8 \quad a = -1 :$

$f(-1) = -15; f'(x) = -2x + 6; f'(-1) = 8$

$y = -15 + 8(x - (-1)) \Leftrightarrow y = 8x - 7$

2) $f(x) = \frac{2x+1}{x-3} \quad a = 4 :$

$f(4) = 9; f'(x) = \frac{2 \times (x-3) - (2x+1) \times 1}{(x-3)^2} = \frac{-7}{(x-3)^2}; f'(4) = -7$

$y = 9 - 7(x - 4) \Leftrightarrow y = -7x + 37$

► Exercice n°3

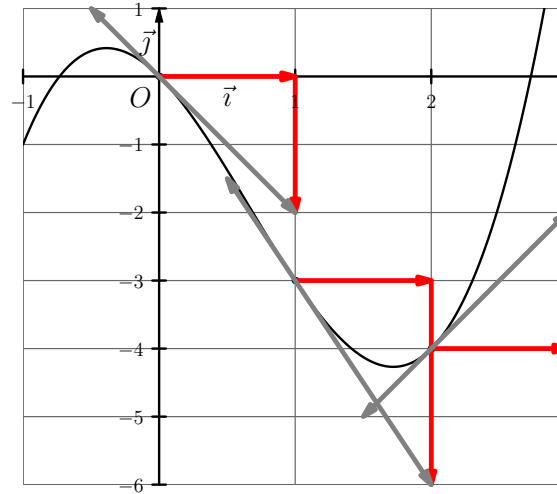
1. $f'(2) = \text{coefficient directeur de la tangente en } A = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{0 - (-2)}{4 - 2} = 1.$

2. $f'(4) = \text{coefficient directeur de la tangente en } C = \frac{y_D - y_C}{x_D - x_C} = \frac{4 - 3}{6 - 4} = \frac{1}{2}.$

3. $f'(6) = \text{coefficient directeur de la tangente en } E = \frac{y_F - y_E}{x_F - x_E} = \frac{-2 - 0}{7 - 6} = -2.$

► Exercice n°4

On a $f'(x) = 3x^2 - 4x - 2; f'(0) = -2; f'(0) = -3$ et $f'(2) = 2$



► Exercice n°5

On a $f'(x) = \frac{(-2x+2) \times x - (-x^2+2x-1) \times 1}{x^2} = \frac{1-x^2}{x^2}$ et le coefficient directeur d'une tangente est égal à la valeur de la dérivée.

a) tangente horizontale $\Leftrightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow 1 - x^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x = 1$ ou $x = -1$.

Les points de la courbe d'abscisse 1 et -1 conviennent.

b) coefficient directeur de la tangente = -2 $\Leftrightarrow f'(x) = -2 \Leftrightarrow \frac{1-x^2}{x^2} = -2 \Leftrightarrow 1 - x^2 = -2x^2 (x \neq 0) \Leftrightarrow x^2 = -1$. Impossible.

Aucun point de la courbe ne peut convenir.

c) tangente parallèle à la droite d'équation $y = -\frac{2}{3}x - 5 \Leftrightarrow$ coefficient directeur de la tangente = coefficient directeur de la droite d'équation $y = -\frac{2}{3}x - 5$

$$\Leftrightarrow f'(x) = -\frac{2}{3} \Leftrightarrow \frac{1-x^2}{x^2} = -\frac{2}{3} \Leftrightarrow 3 - 3x^2 = -2x^2 (x \neq 0) \Leftrightarrow x^2 = 3$$

$$\Leftrightarrow x = \sqrt{3} \text{ ou } x = -\sqrt{3}.$$

Les points de la courbe d'abscisse $\sqrt{3}$ et $-\sqrt{3}$ conviennent.

► **Exercice n°6**

D'après la courbe de la dérivée, on a :

x	0	1	3	4	
signe de $f'(x)$	+	0	-	0	+

Donc, la fonction f doit-être :

- croissante de 0 à 1 ;
- décroissante de 1 à 3 ;
- croissante de 3 à 4.

Seule la figure 3 peut correspondre.

► **Exercice n°7**

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$.

1. f est rationnelle. $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2}{x^2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} 1 = 1$

De même, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{x^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} 1 = 1$

La droite d'équation $y = 1$ est une asymptote horizontale à la courbe en $-\infty$ et en $+\infty$.

2. $f'(x) = \frac{2x(x^2 + 1) - (x^2 - 1)(2x)}{(x^2 + 1)^2} = \frac{4x}{(x^2 + 1)^2}$.

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$4x$	-	0	+
$(x^2 + 1)^2$	+		+
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	1		1
		-1	

► **Exercice n°8**

1. $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} 2x - 1 = 0^+$, donc $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} \frac{1}{2x - 1} = +\infty$. Et comme $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^-} 2x^2 - x + 2 = 2$, on

a $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} (2x^2 - x + 2) \times \frac{1}{2x - 1} = +\infty$

La droite d'équation $x = \frac{1}{2}$ est une asymptote verticale à la courbe.

f étant rationnelle, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2}{2x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} x = +\infty$.

Il n'y a pas d'asymptote horizontale à la courbe.

2. $f'(x) = \frac{(4x - 1) \times (2x - 1) - (2x^2 - x + 2) \times 2}{(2x - 1)^2}$
 $= \frac{8x^2 - 4x - 2x + 1 - 4x^2 + 2x - 4}{(2x - 1)^2} = \frac{4x^2 - 4x - 3}{(2x - 1)^2}$.

Signe de $4x^2 - 4x - 3$: $\Delta = (-4)^2 - 4 \times 4 \times (-3) = 64$.

Du signe de $a = 4$ à l'extérieur des racines qui sont égales à $\frac{4 - 8}{8} = -\frac{1}{2}$ et

$\frac{4 + 8}{8} = \frac{3}{2}$.

x	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	$+\infty$
$4x^2 - 4x - 3$	-	0	+
$(2x - 1)^2$	+		+
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	$+\infty$		$+\infty$
		$\frac{5}{2}$	

► **Exercice n°9**

Dans une population donnée, on note x la proportion de personnes atteintes de la grippe (on a donc $x \in [0; 1[$).

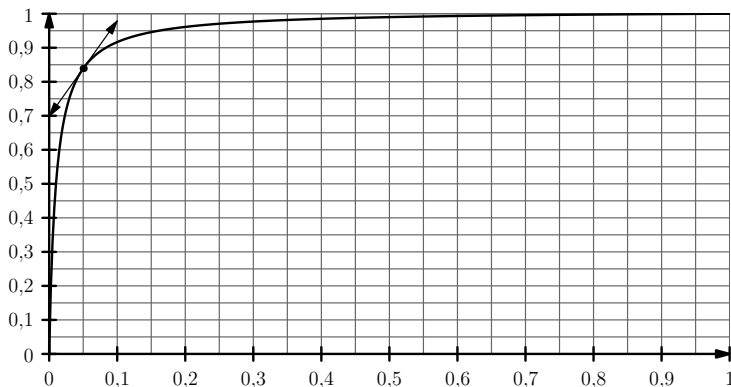
Un fabricant propose un test de dépistage et affirme qu'avec son test la probabilité d'avoir la grippe lorsque le test est positif est donnée par la fonction f définie sur $[0; 1[$ par $f(x) = \frac{99x}{98x + 1}$ où x est la proportion de personnes atteintes de la grippe.

1. $f(0,01) = 0,5$. L'affirmation est vraie.

2. $f'(x) = \frac{99 \times (98x + 1) - 99x \times 98}{(98x + 1)^2} = \frac{99}{(98x + 1)^2} > 0$ sur $[0; 1[$. f est bien strictement croissante sur $[0; 1[$.

3. Cela revient à chercher les x dans $[0; 1[$ tels que $\frac{99x}{98x+1} > 0,9$
 $\Leftrightarrow 99x > 0,9(98x+1)$ (car $98x+1 > 0$)
 $\Leftrightarrow 99x > 88,2x + 0,9 \Leftrightarrow 10,8x > 0,9 \Leftrightarrow x > \frac{0,9}{10,8} \approx 0,083$.

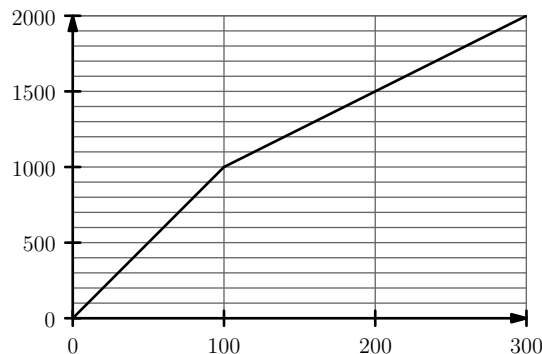
4. a) $f'(0,05) \approx 2,8$



b) La dérivée ne pouvant pas s'annuler, la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 1 ne peut pas être horizontale (ni aucune autre tangente d'ailleurs) ?

► Exercice n°10

- Pour les 100 premiers km, il faut payer $100 \times 10 = 1000$ et pour les 100 derniers km, il faut déboursier $100 \times 5 = 500$.
- Si $0 \leq x \leq 100$ alors $f(x) = 10x$
 - Si $100 < x$ alors $f(x) = 1000 + 5(x - 100) = 5x + 500$
-



f est continue en 100 car $5 \times 100 + 500 = 10 \times 100$, donc f est continue sur $[0; +\infty[$.

► Exercice n°11

1. f est une fonction polynôme.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} -x^3 = +\infty \text{ et } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} -x^3 = -\infty.$$

2. $f'(x) = -3x^2 + 18x - 24$. $\Delta = 18^2 - 4 \times (-3) \times (-24) = 36 > 0$.

Du signe de $a = -3$ à l'extérieur des racines qui sont égales à $\frac{-18-6}{-6} = 4$ et $\frac{-18+6}{-6} = 2$.

x	$-\infty$	2	4	$+\infty$				
$f'(x)$	-	0	+	0	-			
$f(x)$	$+\infty$			-8		-4		$-\infty$

- Cela revient à déterminer les x tels que $f'(x) = -9 \Leftrightarrow -3x^2 + 18x - 15 = 0$.
 $\Delta = 18^2 - 4 \times (-3) \times (-15) = 144$. Racines : $\frac{-18-12}{-6} = 5$ et $\frac{-18+12}{-6} = 1$.
 Les points d'abscisse 5 et 1 conviennent.
- a) f est continue et strictement décroissante sur $[0; 1]$ et 0 est bien compris entre $f(0) = 12$ et $f(1) = -4$, donc l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution x_0 dans $[0; 1]$.
 b) La calculatrice indique que $0,6 < x_0 < 0,7$, donc 0,6 est une valeur approchée par défaut de x_0 à 0,1 près.
- a) $f''(x) = -6x + 18$.

b)

x	$-\infty$	3	$+\infty$	
$f''(x)$		+	0	-
convexité de f		convexe		concave

- D'après le tableau ci-dessus, f'' s'annule en changeant de signe pour $x = 3$. Donc le point I d'abscisse 3 et d'ordonnée $f(3) = -6$ est un point d'inflexion.

d) $y = f(3) + f'(3)(x - 3) \Leftrightarrow y = -6 + 3(x - 3) \Leftrightarrow y = 3x - 15$

► **Exercice n°12**

1. $C'(x) = 3x^2 - 24x + 72$, donc $C''(x) = 6x - 24$.

x	0	4	10
$C''(x)$	-	0	+
convexité de C	concave		convexe

2. • Quand la fonction « coût total » C est convexe sur un intervalle alors la fonction « coût marginal » C' est *croissante* sur cet intervalle.
 • Quand la fonction « coût total » C est concave sur un intervalle alors la fonction « coût marginal » C' est *decroissante* sur cet intervalle.