

TD S10 : Introduction à la mécanique quantique

Table des matières

1 Diffusion Compton	1
2 Ondes de matière	1
3 Équation de Schrödinger	2
4 Spectroscopie des atomes de Rydberg	2

1 Diffusion Compton

L'américain Arthur Compton a réalisé en 1923 l'expérience suivante. Il a envoyé des rayons X durs (c'est-à-dire une onde électromagnétique de fréquence élevée, donc de très faible longueur d'onde $\lambda \simeq 1 \text{ pm}$ à $\lambda \simeq 1 \text{ nm}$) sur une mince feuille de graphite.

Il a observé que l'onde était diffusée (déviée) dans une certaine gamme de directions θ vérifiant :

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{mc}(1 - \cos \theta)$$

où λ' est la longueur d'onde diffusée et m la masse de l'électron.

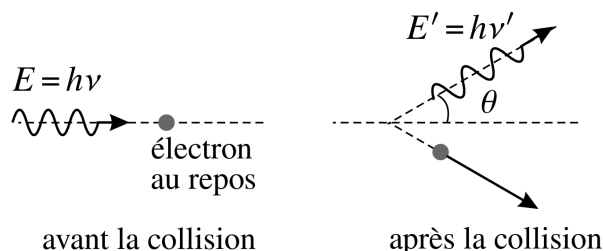


Figure 1 – Effet Compton.

1.1. Montrer que $h/(mc)$ est homogène à une longueur et la calculer.

1.2. Pourquoi cette expérience est-elle intéressante spécialement pour des rayons X ?

1.3. Comment évolue l'énergie d'un photon dans cette expérience ? Que se passe-t-il ?

1.4. Pour des rayons X incidents tels que $\lambda = 7,08 \times 10^{-11} \text{ m}$, Compton a observé des rayons X diffusés à 90° . Quelle est leur longueur d'onde ?

1.5. Quelle est l'énergie perdue par un photon ? Qu'en déduire sachant qu'une énergie d'ionisation est de l'ordre de la dizaine d'eV ?

2 Ondes de matière

2.1. Donner le vecteur d'onde et la pulsation de l'onde associée à une particule non relativiste d'énergie E et de quantité de mouvement

$$\vec{p} = m \frac{dx}{dt} \vec{e}_x$$

2.2. Établir la longueur d'onde associée à un électron, initialement immobile, non relativiste, accéléré avec une différence de potentiel U . L'énergie potentielle d'une particule de charge q accélérée avec une différence de potentiel U s'écrit $E_p = |q| \times |U|$.

2.3. Déterminer la valeur de U , pour laquelle on obtiendrait la même longueur d'onde que celle d'un photon X de $\lambda = 0,1 \text{ nm}$.

3 Équation de Schrödinger

Un électron de masse m se propage dans le vide, ce qui correspond à un espace d'énergie potentielle nulle $V = 0$. On considère la fonction d'onde :

$$\Psi(x, t) = \Psi_0 e^{i(kx - \omega t)}$$

avec ω et k des constantes.

3.1. En injectant cette forme de fonction d'onde dans l'équation de Schrödinger :

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \Psi}{dx^2} + V(x) \Psi = E \Psi,$$

et en utilisant la relation de de Broglie, trouver un lien entre l'énergie et la quantité de mouvement de l'électron. Quelle relation bien connue retrouve-t-on ?

3.2. Interpréter en termes ondulatoires cette fonction, en considérant par exemple sa partie réelle. Comparer au mouvement classique de l'électron dans cette situation. Qu'en penser ?

3.3. Commenter un tel état par rapport à l'inégalité de Heisenberg.

4 Spectroscopie des atomes de Rydberg

Les atomes de Rydberg sont des atomes dont un électron de valence est excité dans un état de nombre quantique $n \gg 1$.

Ces atomes ressemblent fortement à l'atome d'hydrogène car l'électron excité, situé à très grande distance, voit le noyau et les autres électrons comme une seule charge $+e$.

4.1. Calculer la fréquence de la raie correspondant à la transition $n = 110 \rightarrow n = 109$ de l'atome d'hydrogène observée dans la nébuleuse d'Orion. Dans quel domaine du spectre électromagnétique se trouve-t-elle ? Estimer la taille de ces atomes d'hydrogène.

4.2. Au laboratoire, des atomes de Rydberg sont créés en excitant l'électron de valence d'un atome alcalin comme le lithium du niveau $n = 3$ au niveau $n = 30$. Estimer la longueur d'onde du laser permettant de réaliser cette transition. On suppose que le modèle de Bohr permet de calculer l'énergie du niveau $n = 3$ du lithium.