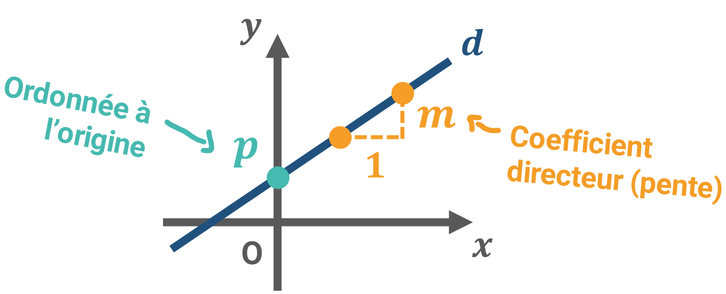
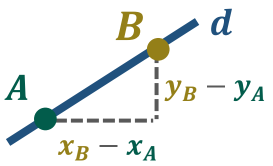
Droites du plan

Équation réduite : $y = mx + p$



Si $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ sont deux points $\in d$ alors on peut calculer son coefficient directeur :

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$



(2 droites parallèles ont le même « m »)

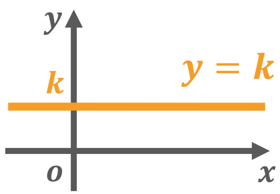
Pour trouver ensuite « p » on utilise un point de d connu, dans notre cas A ou B, dans l'équation réduite :

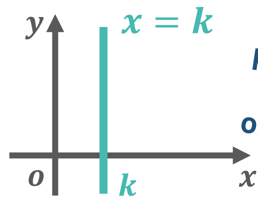
$$y_A = mx_A + p \iff p = y_A - mx_A$$

On se retrouve avec 1 équation à 1 inconnue

Cas particuliers :

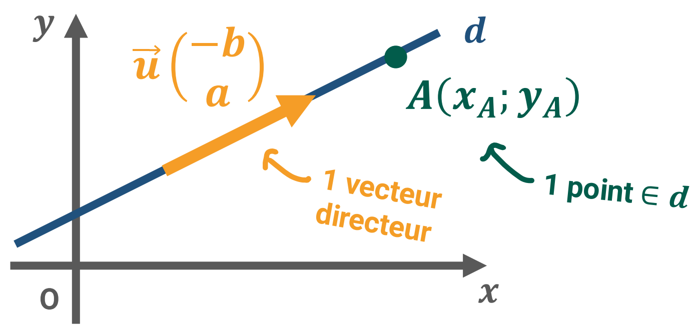
droite parallèle à l'axe des abscisses





droite parallèle à l'axe des ordonnées

Équation cartésienne : $ax + by + c = 0$

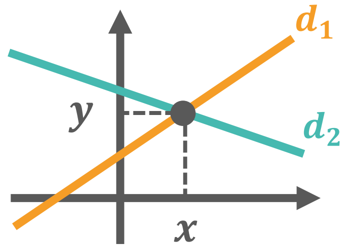


Comment trouver la constante « c » ?

Si $A \in d$ alors : $ax_A + by_A + c = 0 \iff c = -ax_A - by_A$

Système d'équations :

$$\begin{cases} ax + by + c = 0 & (d_1) \\ a'x + b'y + c' = 0 & (d_2) \end{cases}$$



résoudre ce système revient à trouver les coordonnées de l'intersection des 2 droites

2 Méthodes pour résoudre ce système :

La substitution ou la combinaison linéaire !

Exercice 1 **(4 points)**

1. Résoudre le système suivant à l'aide de la méthode par substitution.

$$\begin{cases} 2x - y = 7 \\ x + y = 5 \end{cases}$$

2. Résoudre le système suivant à l'aide de la méthode par combinaison.

$$\begin{cases} 7x + 4y = 10 \\ 3x + 5y = 1 \end{cases}$$

Exercice 2 **(6 points)**

Les questions suivantes sont indépendantes.

1. Déterminer une équation cartésienne de la droite d passant par le point $A(2\,;\,5)$ et ayant comme vecteur directeur $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}$.
2. Déterminer une équation cartésienne de la droite d passant par les points $A(2\,;\,1)$ et $B(5\,;\,-6)$.
3. Casimir part à la chasse au trésor à l'aide d'une carte munie d'un repère retrouvée dans des archives. Avec un détecteur de métaux, il parcourt le segment $[DA]$ avec $D(20\,;\,25)$ et $A(32\,;\,50)$. Sachant que le trésor se trouve au point $T(24\,;\,40)$, Casimir va-t-il trouver le trésor ?

Exercice 3 **(6 points)**

Dans un repère orthonormé, (d) est une droite d'équation cartésienne :

$$2x + my + 5 = 0 \quad (m \in \mathbb{R}).$$

Est-il possible de trouver m tel que :

a) $\vec{u}\begin{pmatrix}10\\5\end{pmatrix}$ soit un vecteur directeur de (d) ?

b) $E(4\,;\,-1)$ appartienne a la droite (d) ?

c) La pente de la droite (d) soit égale à 7 ?

Exercice 4 (4 points)

Aline dispose d'un forfait de téléphonie « à la carte » : elle paie uniquement ce qu'elle consomme.

En consommant 1,5 Go d'internet mobile et 5h de conversation, elle paie 9,45€.

En consommant 8 Go d'internet mobile et 4h de conversation, elle paie 23,20€.

Déterminer le coût de 1 Go consommé et le prix d'une heure de conversation.

Exercice 1 (3 points)

Retrouver, parmi les équations ci-dessous, celles qui correspondent aux droites D_1, D_2 et D_3 du dessin (lorsque cela est possible !).

$\boxed{1}$ $y = \frac{2}{3}x + \frac{8}{3}$

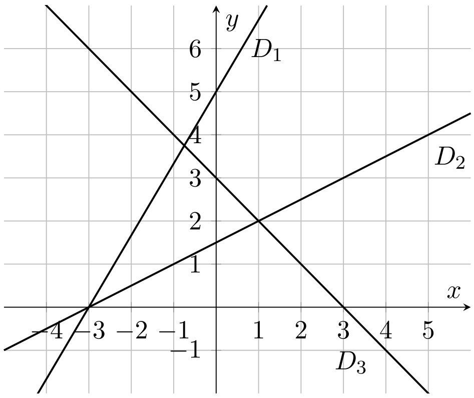
$\boxed{2}$ $y = \frac{1}{2}x - 2$

$\boxed{3}$ $y = -\frac{2}{3}x + \frac{8}{3}$

$\boxed{4}$ $y = 3x - 3$

$\boxed{5}$ $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$

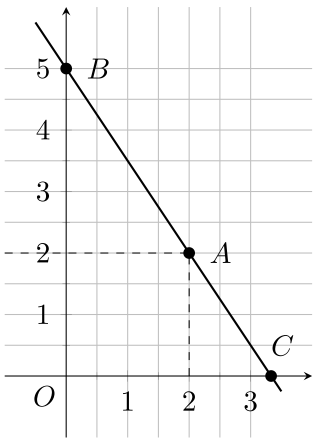
$\boxed{6}$ $y = \frac{5}{3}x + 5$



Exercice 2 (6 points)

La droite (AB) coupe l'axe des abscisses en C et celui des ordonnées en B. On considère également la droite Δ d'équation $y = 2x + 2$.

1. Déterminer l'équation de la droite (AB) par lecture graphique (ou calcul).
2. En déduire les coordonnées du point C.
3. Le point A est-il sur la droite Δ ? Justifier par un calcul.
4. Tracer la droite Δ dans le repère ci-contre.
5. Justifier que les droites (AB) et Δ sont sécantes.
6. Déterminer par le calcul l'ordonnée du point de la droite Δ ayant pour abscisse $\sqrt{3}$.
7. Déterminer par le calcul l'abscisse du point de la droite Δ ayant pour ordonnée $\frac{1}{2}$.



Exercice 3 (6 points)

Soit la droite d d'équation $y = -3x + 5$.

1. Tracer la droite d dans le repère de votre choix.
2. Les points $A(-1\,;\,2)$ et $B(4\,;\,-7)$ appartiennent-ils à d ?

3. Tracer la droite d' passant par A et ayant comme coefficient directeur $\frac{1}{3}$.
4. Donner alors l'équation réduite de la droite d'.

Exercice 4 (5 points)

Le problème du marché

Un fermier et son épouse vont au marché échanger leurs poulets pour du bétail au taux de 85 poulets pour un cheval et une vache, 5 chevaux valant exactement autant que 12 vaches.

> *« John, dit la femme, prenons encore une fois autant de chevaux que nous en avons déjà pris. Nous n'aurons ainsi que 17 chevaux et vaches à nourrir cet hiver. »*
>
> *« Je crois que nous devrions avoir plus de vaches que cela, dit John. D'ailleurs, si nous avions 2 fois plus de vaches que jusqu'à maintenant, cela nous ferait 19 vaches et chevaux en tout et nous aurions juste assez de poulets à donner en échange. »*

Combien les paysans ont-ils apporté de poulets au marché ?