

Je vais apprendre à :

- Représenter une situation aléatoire par un **arbre de probabilités pondéré**
- Exploiter un arbre de probabilités pour **calculer des probabilités**
- Utiliser la **formule des probabilités totales**
- Calculer une **probabilité conditionnelle** $P_B(A)$
- Reconnaître l'**indépendance** de deux événements et appliquer

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

Introduction — Pourquoi les probabilités ?

Dans la vie professionnelle, on rencontre souvent des situations dont on ne peut pas prévoir le résultat à l'avance : une pièce peut être conforme ou défectueuse, une machine peut tomber en panne ou fonctionner normalement, un test de sécurité peut réussir ou échouer.

Ce type de situation s'appelle une **situation aléatoire**. Les probabilités permettent de **mesurer les chances** que chaque résultat se produise. Elles sont indispensables dans les métiers du bâtiment, de la maintenance, de l'électricité et de l'agencement pour prendre de bonnes décisions.

EXEMPLE PROFESSIONNEL

Un technicien en maintenance contrôle des vannes thermostatiques sur des installations de chauffage. Il sait que certaines vannes peuvent présenter un défaut de réglage. En calculant la probabilité d'avoir une vanne défectueuse, il peut décider si une révision générale de l'installation est nécessaire.

Situation professionnelle

Contrôle qualité d'équipements de chauffage et de menuiserie

ICCER **Maintenance** : On contrôle des chauffe-eaux produits par deux ateliers. On sait que chaque atelier n'a pas le même taux de défaut. On cherche à calculer la probabilité qu'un appareil pris au hasard soit défectueux.

ERA-MA **Menuiserie / Agencement** : Dans un entrepôt, on stocke des panneaux de bois venant de deux fournisseurs différents. Les fournisseurs ne proposent pas la même qualité. On cherche à estimer le risque de tomber sur un panneau non conforme.

Ces deux situations font appel aux mêmes outils mathématiques : les **tableaux croisés** et les **arbres de probabilités**.

1. Rappels de probabilités

DÉFINITIONS

- Une **expérience aléatoire** est une expérience dont on ne peut pas connaître le résultat à l'avance.
Exemple : contrôler une pièce et noter si elle est conforme ou non.
- Un **événement** est un résultat possible (ou un ensemble de résultats).
Exemple : l'événement « la pièce est défectueuse ».
- La **probabilité** $P(A)$ d'un événement A est un nombre entre 0 et 1 qui mesure ses chances de se réaliser.
 $P(A) = 0$: impossible | $P(A) = 1$: certain | $P(A) = 0,5$: une chance sur deux

APPLICATION

Dans un lot de 200 lames de parquet, 12 sont défectueuses. Un métreur en prend une au hasard. Quelle est la probabilité qu'elle soit défectueuse ? Qu'elle soit conforme ?

ÉVÉNEMENT CONTRAIRE

L'événement contraire de A , noté $\bar{A}$, se réalise lorsque A ne se réalise pas.

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

Exemple : si la probabilité d'avoir une pièce défectueuse est 0,08, alors la probabilité qu'elle soit conforme est $1 - 0,08 = 0,92$.

2. Lecture d'un tableau croisé

Un **tableau à double entrée** (ou tableau croisé) permet de résumer les résultats d'un contrôle portant sur **deux caractéristiques** à la fois. En lisant les effectifs, on peut calculer des probabilités.

EXEMPLE — ICCER (GROUPEMENT B) CONTRÔLE DE CHAUFFE-EAUX

On contrôle 200 chauffe-eaux produits par deux ateliers (A et B). Voici les résultats :

	Défectueux (D)	Conforme (C)	Total
Atelier A	6	114	120
Atelier B	10	70	80
Total	16	184	200

Comment lire ce tableau ?

- 120 chauffe-eaux viennent de l'atelier A, dont 6 sont défectueux et 114 sont conformes.
- 80 chauffe-eaux viennent de l'atelier B, dont 10 sont défectueux et 70 sont conformes.
- Au total, 16 chauffe-eaux sont défectueux sur 200 contrôlés.

Calcul de probabilités : On prend un chauffe-eau au hasard parmi les 200.

- Probabilité qu'il vienne de l'atelier A : $P(A) = \frac{120}{200} = 0,60$
- Probabilité qu'il soit défectueux : $P(D) = \frac{16}{200} = 0,08$
- Probabilité qu'il vienne de A *et* soit défectueux : $P(A \cap D) = \frac{6}{200} = 0,03$

MÉTHODE — CALCULER UNE PROBABILITÉ DEPUIS UN TABLEAU

$$\text{Probabilité} = \frac{\text{effectif de la case (ou de la ligne/colonne)}}{\text{effectif total}}$$

La ligne ou colonne « Total » donne toujours la référence pour le calcul.

3. Arbre de probabilités pondéré

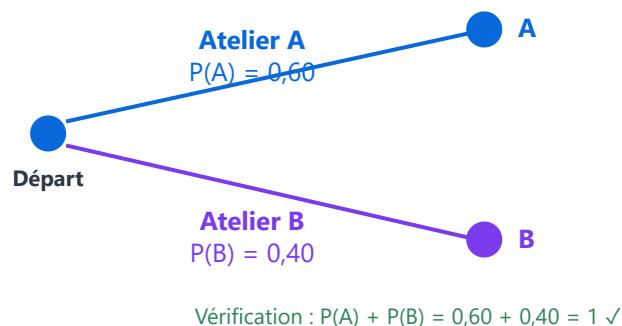
Un **arbre de probabilités pondéré** est un schéma qui représente, étape par étape, toutes les issues possibles d'une expérience aléatoire. Il est très utile pour organiser les calculs.

VOCABULAIRE DE L'ARBRE

- Un **nœud** représente une étape de l'expérience (un état possible).
- Une **branche** relie deux nœuds. Elle est annotée par une probabilité.
- Un **chemin** va de la racine (départ) jusqu'à une feuille (résultat final). Il correspond à une issue complète de l'expérience.

Arbre à un niveau — Exemple simple

On reprend les données du tableau précédent. On prend un chauffe-eau au hasard. On note A : « vient de l'atelier A » et B : « vient de l'atelier B ».



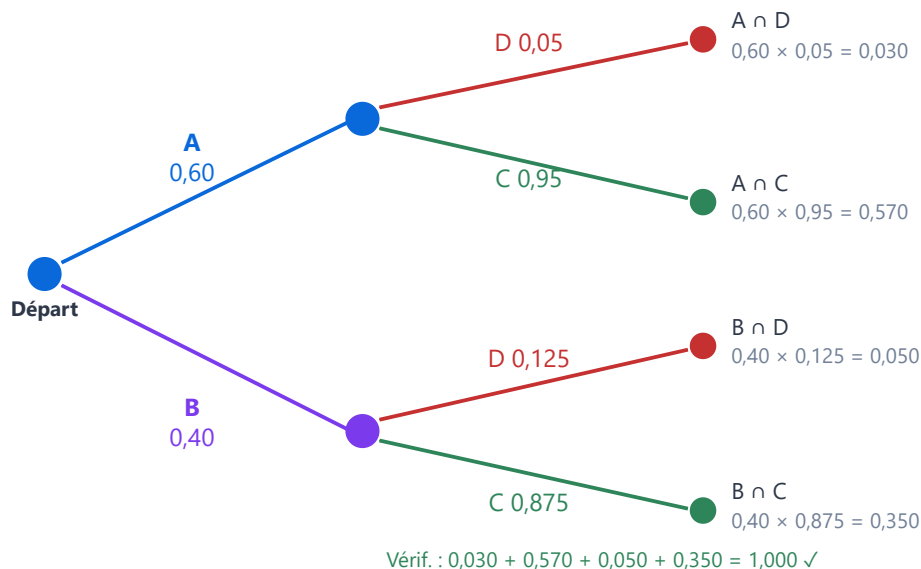
RÈGLES FONDAMENTALES DE L'ARBRE

- **Règle 1** : Sur chaque nœud, la somme des probabilités des branches qui en partent est toujours égale à **1**.
- **Règle 2** : La probabilité d'un chemin = **produit** des probabilités des branches de ce chemin.
- **Règle 3** : Si un événement correspond à plusieurs chemins, on **additionne** leurs probabilités.
- **Règle 4** : La somme des probabilités de toutes les feuilles vaut **1**.

Arbre à deux niveaux — Avec le tableau croisé

On ajoute maintenant une deuxième information : pour chaque atelier, on sait si le chauffe-eau est défectueux (D) ou conforme (C).

D'après le tableau : parmi les appareils de A, 6 sur 120 sont défectueux, donc $P_A(D) = \frac{6}{120} = 0,05$. Parmi les appareils de B, 10 sur 80 sont défectueux, donc $P_B(D) = \frac{10}{80} = 0,125$.



Arbre à 2 niveaux : atelier (A ou B) puis qualité (D : défectueux, C : conforme).

4. Probabilité conditionnelle

Parfois, on veut calculer la probabilité d'un événement **en sachant que** un autre événement s'est déjà réalisé.

DÉFINITION — PROBABILITÉ CONDITIONNELLE

La **probabilité de A sachant B**, notée $P_B(A)$, est la probabilité que l'événement A se réalise, *sachant que* l'événement B s'est déjà réalisé.

$$P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \quad \text{avec } P(B) > 0$$

On dit aussi : « probabilité de A *conditionnellement à B* ».

EXEMPLE — D'APRÈS LE TABLEAU CROISÉ

On prend un chauffe-eau au hasard. On sait qu'il vient de l'atelier A. Quelle est la probabilité qu'il soit défectueux ?

On cherche $P_A(D)$ = probabilité d'être défectueux, sachant qu'il vient de A.

$$\text{On a : } P(A \cap D) = \frac{6}{200} = 0,03 \text{ et } P(A) = \frac{120}{200} = 0,60$$

$$P_A(D) = \frac{P(A \cap D)}{P(A)} = \frac{0,03}{0,60} = \mathbf{0,05}$$

Interprétation : parmi les appareils de l'atelier A, 5 % sont défectueux. On retrouve bien $\frac{6}{120} = 0,05$.

FORMULE DES PROBABILITÉS COMPOSÉES

On déduit de la définition la formule suivante, très utile pour l'arbre :

$$P(A \cap B) = P(B) \times P_B(A)$$

La probabilité d'un chemin = produit des probabilités des branches.

APPLICATION

Un artisan menuisier sait que 70 % de ses commandes viennent de particuliers (P) et 30 % d'entreprises (E). Parmi les commandes de particuliers, 20 % portent sur des armoires. Calcule $P(P \cap \text{armoire})$.

ATTENTION

$P_B(A)$ est différent de $P_A(B)$. La probabilité de A sachant B n'est pas la même que la probabilité de B sachant A.

Exemple : la probabilité d'être malade sachant qu'on a de la fièvre $\neq$ probabilité d'avoir de la fièvre sachant qu'on est malade.

5. Calcul des probabilités avec un arbre

MÉTHODE — UTILISER UN ARBRE À DEUX NIVEAUX

1. **On multiplie** les probabilités le long d'un chemin pour obtenir la probabilité de l'issue correspondante.
2. **On additionne** les probabilités des chemins qui correspondent au même événement.

EXEMPLE — CALCULS À PARTIR DE L'ARBRE PRÉCÉDENT

1. Probabilité que l'appareil vienne de A et soit défectueux :

$$\text{Chemin } A \rightarrow D : P(A \cap D) = P(A) \times P_A(D) = 0,60 \times 0,05 = \mathbf{0,030}$$

2. Probabilité que l'appareil soit défectueux (quelle que soit son origine) :

Deux chemins aboutissent à D : le chemin $A \rightarrow D$ et le chemin $B \rightarrow D$.

$$P(D) = P(A \cap D) + P(B \cap D) = 0,030 + 0,050 = \mathbf{0,080}$$

8 % des appareils sont défectueux, toutes origines confondues. On retrouve bien $\frac{16}{200} = 0,08$.

3. Probabilité que l'appareil soit conforme :

$$P(C) = 1 - P(D) = 1 - 0,080 = \mathbf{0,920}$$

6. Formule des probabilités totales

Lorsqu'un événement A peut se réaliser par **deux scénarios différents** (via B ou via son contraire $\bar{B}$), on utilise la formule des probabilités totales pour calculer $P(A)$ directement.

FORMULE DES PROBABILITÉS TOTALES

Si B et $\bar{B}$ sont deux événements contraires (ils couvrent tous les cas possibles) :

$$P(A) = P(B) \times P_B(A) + P(\bar{B}) \times P_{\bar{B}}(A)$$

On peut aussi écrire : $P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap \bar{B})$

Sur l'arbre : on identifie tous les chemins qui aboutissent à A , on calcule chaque produit, puis on additionne.

$$P(A) = P(B) \times P_B(A) + P(\bar{B}) \times P_{\bar{B}}(A)$$

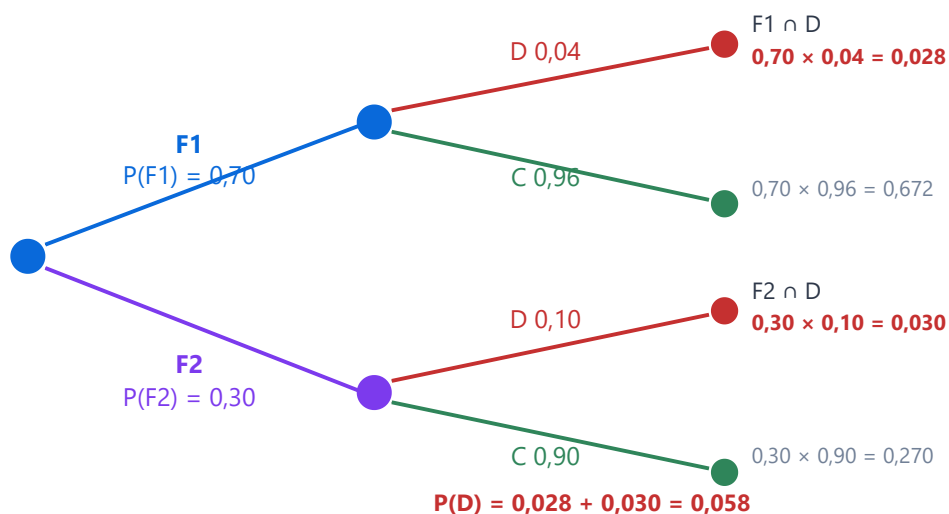
Multiplier sur chaque chemin → Additionner tous les chemins qui arrivent à A

EXEMPLE — ERA-MA (GROUPEMENT B) CONTRÔLE DE PANNEAUX DE BOIS

Dans un entrepôt, 70 % des panneaux viennent du fournisseur F1 et 30 % du fournisseur F2.

Chez F1, le taux de défaut est de 4 %. Chez F2, le taux de défaut est de 10 %.

On prend un panneau au hasard. Quelle est la probabilité qu'il soit défectueux ?



APPLICATION DE LA FORMULE DES PROBABILITÉS TOTALES

$$P(D) = P(F1) \times P_{F1}(D) + P(F2) \times P_{F2}(D)$$

$$= 0,70 \times 0,04 + 0,30 \times 0,10$$

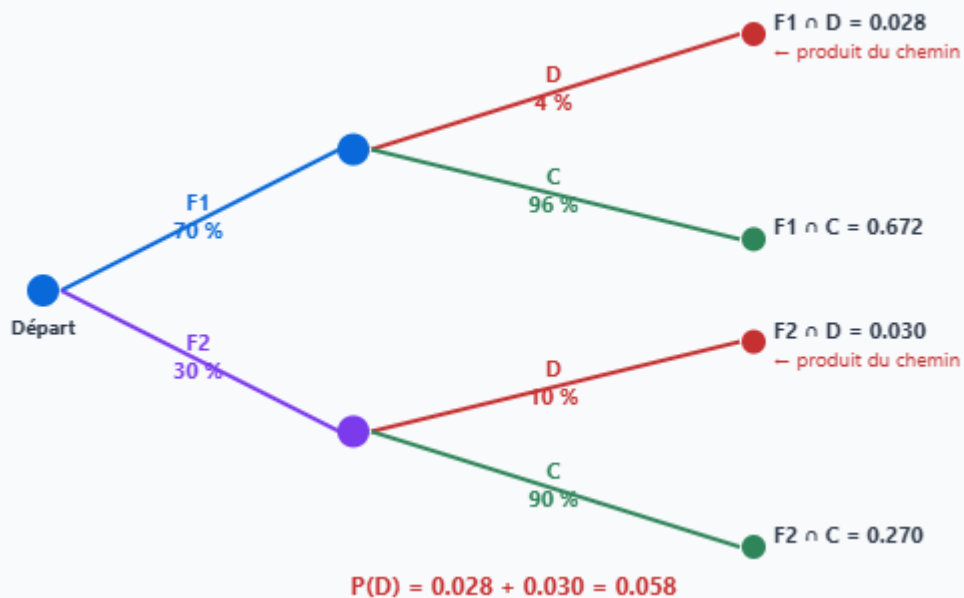
$$= 0,028 + 0,030 = \mathbf{0,058}$$

5,8 % des panneaux sont défectueux, tous fournisseurs confondus.

7. Simulation interactive — Arbre de probabilités

Modifiez les taux de défaut des deux fournisseurs et observez les probabilités se mettre à jour automatiquement sur l'arbre.

Arbre — Contrôle qualité avec deux fournisseurs



0.0580

P(Défectueux)

0.9420

P(Conforme)

1.000

Somme (doit = 1)

8. Indépendance de deux événements

Deux événements sont **indépendants** quand la réalisation de l'un n'a aucune influence sur la probabilité de l'autre.

DÉFINITION — ÉVÉNEMENTS INDÉPENDANTS

Deux événements A et B sont **indépendants** si et seulement si :

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

Conséquence : si A et B sont indépendants, alors $P_B(A) = P(A)$ — la connaissance de B ne change rien pour A .

APPLICATION

Un fabricant de mobilier produit des tables et des chaises de manière indépendante. La probabilité qu'une table soit non conforme est 0,04 et qu'une chaise soit non conforme est 0,06. Quelle est la probabilité que les deux pièces d'un lot soient non conformes ?

EXEMPLE — ICCER (GROUPEMENT B) DEUX APPAREILS INDÉPENDANTS

Un technicien contrôle deux appareils distincts : une pompe à chaleur et un ballon thermodynamique. Ces deux appareils fonctionnent de manière indépendante.

- Probabilité que la pompe à chaleur tombe en panne : $P(\text{PAC}) = 0,05$
- Probabilité que le ballon tombe en panne : $P(\text{BAL}) = 0,03$

Comme les pannes sont indépendantes :

$$P(\text{PAC} \cap \text{BAL}) = P(\text{PAC}) \times P(\text{BAL}) = 0,05 \times 0,03 = \mathbf{0,0015}$$

Il y a 0,15 % de chances que les deux appareils tombent en panne en même temps.

Probabilité qu'aucun ne soit en panne :

$$P(\overline{\text{PAC}} \cap \overline{\text{BAL}}) = (1 - 0,05) \times (1 - 0,03) = 0,95 \times 0,97 = \mathbf{0,9215}$$

EXEMPLE — ERA-MA (GROUPEMENT B) TIRAGE AVEC REMISE

On contrôle des vis dans une boîte. La probabilité qu'une vis soit défectueuse est 0,06. On tire deux vis successivement avec remise (on repose la première avant de tirer la seconde). Les deux tirages sont indépendants.

Probabilité que les deux vis soient défectueuses :

$$P(D_1 \cap D_2) = P(D_1) \times P(D_2) = 0,06 \times 0,06 = \mathbf{0,0036}$$

NE PAS CONFONDRE !

- **Événements incompatibles** : ils ne peuvent pas se produire en même temps ($P(A \cap B) = 0$).
- **Événements indépendants** : l'un n'influence pas l'autre ($P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$).

Ces deux notions sont différentes et ne doivent pas être confondues.

9. Exemple complet

Contrôle d'installations électriques — ICCER

Un électricien effectue des contrôles de conformité sur des tableaux électriques dans des logements neufs. On sait que :

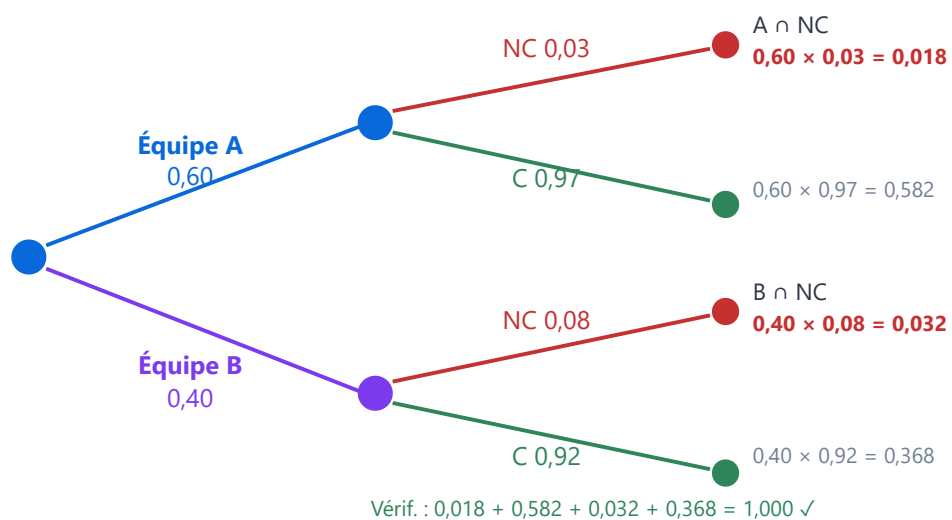
- 60 % des logements ont été câblés par l'équipe A, 40 % par l'équipe B.
- Parmi les logements de l'équipe A, 3 % ont un tableau non conforme.
- Parmi les logements de l'équipe B, 8 % ont un tableau non conforme.

On contrôle un logement au hasard. On note NC : « tableau non conforme » et C : « tableau conforme ».

Étape 1 — Tableau croisé (sur 1 000 logements)

	Non conforme (NC)	Conforme (C)	Total
Équipe A	18	582	600
Équipe B	32	368	400
Total	50	950	1 000

Étape 2 — Arbre de probabilités



QUESTIONS ET RÉPONSES

1. Probabilité qu'un logement ait un tableau non conforme :

$$\begin{aligned}P(\text{NC}) &= P(A) \times P_A(\text{NC}) + P(B) \times P_B(\text{NC}) \\&= 0,60 \times 0,03 + 0,40 \times 0,08 = 0,018 + 0,032 = \mathbf{0,050}\end{aligned}$$

5 % des logements ont un tableau non conforme.

2. Probabilité que le logement soit conforme :

$$P(C) = 1 - P(\text{NC}) = 1 - 0,050 = \mathbf{0,950}$$

3. Probabilité que le logement ait un tableau NC *et* provienne de l'équipe A :

$$P(A \cap \text{NC}) = 0,60 \times 0,03 = \mathbf{0,018}$$

4. **Interprétation** : Si on contrôle 1 000 logements, on s'attend à trouver environ $0,050 \times 1000 = \mathbf{50}$ tableaux non conformes. Parmi ceux-ci, $0,018 \times 1000 = 18$ viendraient de l'équipe A et $0,032 \times 1000 = 32$ de l'équipe B.

À retenir — L'essentiel du chapitre

Formules et règles essentielles

- **Événement contraire** : $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$
- **Probabilité conditionnelle** : $P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$
- **Probabilités composées (arbre)** : $P(A \cap B) = P(B) \times P_B(A)$
- **Formule des probabilités totales** : $P(A) = P(B) \times P_B(A) + P(\bar{B}) \times P_{\bar{B}}(A)$
- **Indépendance** : $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$
- **Sur l'arbre** : on *multiplie* le long d'un chemin, on *additionne* les chemins qui arrivent au même événement.

ERREURS FRÉQUENTES À ÉVITER

- Confondre $P_B(A)$ et $P_A(B)$: ce sont deux probabilités différentes.
- Oublier que la somme des probabilités sur chaque nœud doit être égale à 1.
- Additionner là où il faudrait multiplier (ou l'inverse).
- Confondre événements *incompatibles* et événements *indépendants*.
- Appliquer la formule d'indépendance sans vérifier que les événements le sont réellement.

Mini exercices

Exercice 1 — Lecture d'un tableau croisé ERA-MA

On contrôle 500 panneaux de bois. Voici les résultats :

	Défectueux	Conforme	Total
Fournisseur F1	15	285	300
Fournisseur F2	25	175	200
Total	40	460	500

On prend un panneau au hasard.

1. Calculer $P(F1)$, $P(D)$ et $P(F1 \cap D)$.
2. Calculer $P_{F1}(D)$ et interpréter.
3. Construire un arbre de probabilités à deux niveaux.

► Voir la correction

Exercice 2 — Formule des probabilités totales ICCER

Dans une entreprise de climatisation, 80 % des installations utilisent des unités de marque M1 et 20 % des unités de marque M2. Le taux de panne annuel est de 2 % pour M1 et de 6 % pour M2.

1. Construire un arbre de probabilités (noter P : panne, NP : pas de panne).
2. Calculer la probabilité qu'une installation prise au hasard tombe en panne dans l'année.
3. Calculer la probabilité qu'elle ne tombe pas en panne.

► [Voir la correction](#)

Exercice 3 — Probabilité conditionnelle ERA-MA

D'après l'exercice 1, on sait que $P(F2 \cap D) = 0,05$ et $P(D) = 0,08$.

On prend un panneau défectueux au hasard. Quelle est la probabilité qu'il provienne du fournisseur F2 ?

► [Voir la correction](#)

Exercice 4 — Indépendance ICCER

Un technicien intervient sur deux circuits électriques indépendants dans un bâtiment.

La probabilité qu'un disjoncteur du circuit 1 soit défaillant est 0,04.

La probabilité qu'un disjoncteur du circuit 2 soit défaillant est 0,07.

1. Calculer la probabilité que les deux disjoncteurs soient défaillants en même temps.
2. Calculer la probabilité qu'aucun des deux ne soit défaillant.
3. Calculer la probabilité qu'au moins l'un des deux soit défaillant.

► [Voir la correction](#)

Pour aller plus loin (hors programme)

POUR ALLER PLUS LOIN (HORS PROGRAMME)

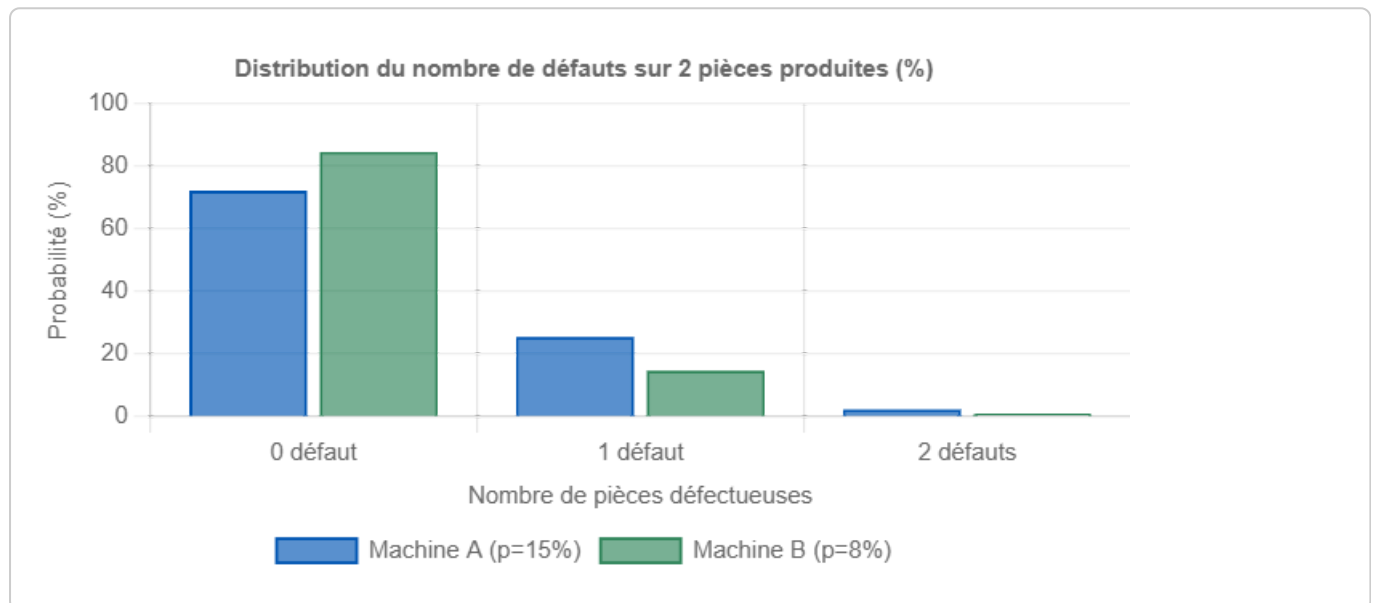
Les notions suivantes prolongent ce chapitre, mais **ne font pas partie du programme** de Terminale Bac Professionnel. Elles sont mentionnées ici uniquement à titre d'information, pour les élèves curieux ou ceux qui envisagent de poursuivre leurs études en BTS ou au-delà.

- **Variable aléatoire discrète** : une variable qui prend des valeurs numériques avec certaines probabilités (par exemple, le nombre de pièces défectueuses dans un lot).
- **Espérance mathématique** : la valeur moyenne attendue d'une variable aléatoire sur un grand nombre d'expériences.
- **Loi binomiale** $\mathcal{B}(n, p)$: modélise le nombre de succès lors de n répétitions indépendantes d'une même expérience à deux issues (succès/échec). Très utilisée en contrôle qualité au niveau BTS.
- **Intervalle de fluctuation** : intervalle dans lequel une valeur observée a une forte probabilité de se trouver, utilisé pour détecter des anomalies dans un processus de fabrication.

Ces notions apparaissent dans les programmes de mathématiques du Bac Professionnel dans d'autres filières, ainsi qu'en BTS. Si vous vous orientez vers un BTS du bâtiment ou de l'industrie, vous les rencontrerez rapidement.

Graphique — Comparaison de probabilités

Dans une chaîne de production, une machine A est défectueuse 15 % du temps, une machine B 8 %. Les probabilités d'obtenir 0, 1 ou 2 pièces défectueuses sur 2 tirages sont comparées ci-dessous.



Erreurs fréquentes

✗ Confondre $P_B(A)$ et $P_A(B)$

Ces deux probabilités sont en général différentes.

Conseil : bien identifier qui est la condition (après « sachant que ») et qui est l'événement cherché.

✗ Additionner au lieu de multiplier sur l'arbre

Sur un chemin de l'arbre, on multiplie les probabilités des branches.

Conseil : on additionne seulement quand on réunit plusieurs chemins qui aboutissent au même événement.

✗ Oublier que la somme vaut 1 sur chaque nœud

À chaque nœud de l'arbre, la somme des probabilités des branches doit être 1.

Conseil : vérifier systématiquement la somme à chaque étape de l'arbre.

✗ Confondre événements incompatibles et indépendants

Deux événements incompatibles ne peuvent pas se réaliser ensemble. Deux événements indépendants n'ont aucune influence l'un sur l'autre — ils peuvent se réaliser ensemble.

Conseil : incompatibles $\rightarrow P(A \cap B) = 0$; indépendants $\rightarrow P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$.

Socle

Standard

Approfondissement

Tout voir

Compétences travaillées :

- Lire et exploiter un tableau à double entrée (tableau croisé)
- Calculer des probabilités simples, composées et conditionnelles
- Construire et lire un arbre de probabilités pondéré
- Appliquer la formule des probabilités totales
- Reconnaître et utiliser l'indépendance de deux événements

EXERCICE 1 Lecture d'un tableau croisé **SOCLE**

Un technicien chauffagiste contrôle **200 interrupteurs bipolaires** issus de deux usines (U1 et U2).
Le tableau suivant résume les résultats :

	Défectueux (D)	Conforme (C)	Total
Usine U1	6	114	120
Usine U2	10	70	80
Total	16	184	200

1. Combien d'interrupteurs de l'usine U1 sont défectueux ?
2. Combien d'interrupteurs conformes viennent de l'usine U2 ?
3. Combien d'interrupteurs sont défectueux au total ?
4. On prend un interrupteur au hasard. Calculer $P(U1)$, $P(D)$ et $P(C)$.

Réponses :

Mes calculs :

EXERCICE 2 Probabilités simples et événement contraire

SOCLE

Dans un entrepôt de menuiserie, 240 panneaux de bois sont stockés. On tire un panneau au hasard. On sait que :

- 90 panneaux sont de chêne, 150 sont de mélaminé.
- Parmi les panneaux de chêne, 9 sont abîmés.
- Parmi les panneaux de mélaminé, 6 sont abîmés.

1. Compléter le tableau croisé suivant :

	Abîmé (A)	En bon état (B)	Total
Chêne	...	...	90
Mélaminé	...	...	150
Total	...	...	240

2. Calculer la probabilité que le panneau tiré soit abîmé.
3. Calculer la probabilité que le panneau tiré soit en bon état. Utiliser l'événement contraire.
4. Calculer la probabilité qu'il soit de chêne *et* abîmé.

Réponses :

Mes calculs :

EXERCICE 3 Compléter un tableau croisé **SOCLE**

Un électricien contrôle des tableaux électriques dans des logements neufs construits par deux entreprises (E1 et E2). Voici un tableau partiellement rempli :

	Non conforme (NC)	Conforme (C)	Total
Entreprise E1	...	117	...
Entreprise E2	14	...	100
Total	...	...	250

On sait de plus que E1 a construit **150 logements** sur les 250 contrôlés.

1. Compléter entièrement le tableau.
2. Calculer $P(E1)$, $P(NC)$ et $P(E2 \cap NC)$.
3. Calculer $P(\overline{NC})$ et interpréter.

Réponses :

Mes calculs :

EXERCICE 4 Calculer des probabilités simples — méthode guidée

SOCLE

Méthode :La probabilité d'un événement A , c'est :

$$P(A) = \frac{\text{nombre de cas favorables}}{\text{nombre total de cas}}$$

Dans un stock de **100 raccords** de plomberie, il y a **60 raccords en cuivre** et **40 raccords en PER**.
On tire un raccord au hasard.

1. Calculer $P(\text{cuivre})$. Compléter :

$$P(\text{cuivre}) = \frac{\boxed{}}{\boxed{}} = \boxed{}$$

2. Calculer $P(\text{PER})$ de la même façon :

$$P(\text{PER}) = \frac{}{} = \dots\dots\dots$$

3. Vérifier que $P(\text{cuivre}) + P(\text{PER}) = 1$. Pourquoi ?

4. Parmi les 60 raccords en cuivre, 3 sont défectueux. Calculer la probabilité qu'un raccord pris au hasard soit *en cuivre ET défectueux* :

$$P(\text{cuivre et défectueux}) = \frac{\boxed{}}{\boxed{}} = \boxed{}$$

Mes calculs :

EXERCICE 5 Compléter un tableau croisé — pas à pas

SOCLE

Méthode :

Dans un tableau croisé, chaque ligne et chaque colonne se termine par un **total**.

Règle : *Total d'une ligne = somme des cases de cette ligne.*

Un menuisier contrôle **80 panneaux** (chêne ou mélaminé, conforme ou abîmé). On sait que :

- Il y a **50 panneaux de chêne** et **30 de mélaminé**.
- Parmi les panneaux de chêne, **5 sont abîmés**.
- Au total, **8 panneaux sont abîmés**.

1. Compléter le tableau case par case. Commencer par les cases fléchées :

	Abîmé (A)	Conforme (C)	Total
Chêne	5 ✓	← 50 - 5 = ?	50
Mélaminé	← 8 - 5 = ?	?	30
Total	8	← 80 - 8 = ?	80

2. On tire un panneau au hasard. Calculer $P(\text{Abîmé})$:

$$P(A) = \frac{\boxed{}}{\boxed{}} = \boxed{}$$

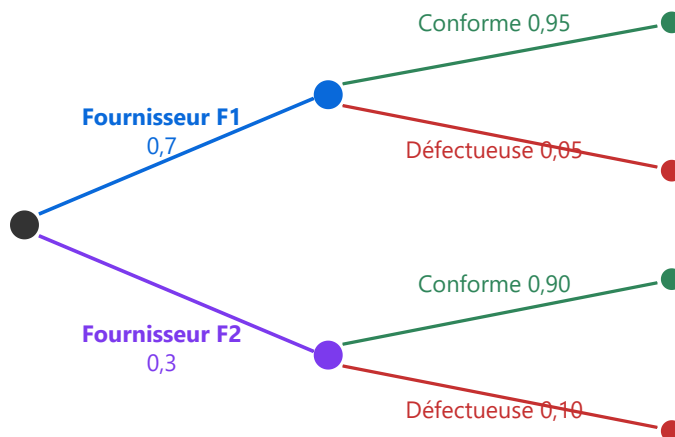
3. Calculer $P(\text{Chêne et Conforme})$:

$P(\text{Chêne} \cap C) = \text{---} = \text{.....}$

Mes calculs :

EXERCICE 6 Lire un arbre de probabilités — questions guidées**SOCLE**

Une entreprise de chauffage achète des vannes chez deux fournisseurs. Voici l'arbre :



1. Quelle proportion des vannes vient du fournisseur F1 ?

$P(F1) = \dots\dots\dots$ (lire la 1^{ère} branche)

2. Parmi les vannes de F1, quel pourcentage est défectueux ?

$P_{F1}(D) = \dots\dots\dots$ (lire la sous-branche « Défectueuse »)

3. Calculer $P(F1 \cap D)$ = probabilité d'avoir une vanne de F1 *et* défectueuse. Compléter :

$$P(F1 \cap D) = P(F1) \times P_{F1}(D) = \boxed{} \times \boxed{} = \boxed{}$$

4. Calculer de même $P(F2 \cap D)$:

$P(F2 \cap D) = \dots\dots\dots \times \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

5. En déduire $P(D)$ = probabilité totale qu'une vanne soit défectueuse :

$$P(D) = P(F1 \cap D) + P(F2 \cap D) = \boxed{} + \boxed{} = \boxed{}$$

Mes calculs :

EXERCICE 18 Utiliser la formule de probabilité conditionnelle — guidé

SOCLE

Méthode :

La probabilité conditionnelle de A sachant B vaut :

$$P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Dans un stock de 150 tuyaux, 90 sont en cuivre et 60 en PVC. Parmi les tuyaux en cuivre, 6 sont fissurés. Parmi les tuyaux en PVC, 4 sont fissurés.

1. Calculer $P(\text{cuivre})$:

$$P(\text{cuivre}) = \frac{\boxed{}}{\boxed{}} = \boxed{}$$

2. Calculer $P(\text{cuivre} \cap \text{fissuré})$:

$$P(\text{cuivre} \cap \text{fissuré}) = \frac{\boxed{}}{\boxed{}} = \boxed{}$$

3. Calculer $P_{\text{cuivre}}(\text{fissuré})$ = probabilité qu'un tuyau soit fissuré, sachant qu'il est en cuivre :

$$P_{\text{cuivre}}(\text{fissuré}) = \frac{P(\text{cuivre} \cap \text{fissuré})}{P(\text{cuivre})} = \frac{\boxed{}}{\boxed{}} = \boxed{}$$

Mes calculs :

EXERCICE 19 Vérifier l'indépendance de deux événements — pas à pas

SOCLE

Méthode :

A et B sont

indépendantssi $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$.

On compare les deux membres : s'ils sont égaux, A et B sont indépendants.

On contrôle des robinets. On sait que :

- 40 % viennent du fournisseur F1 ($P(F1) = 0,4$)
- 15 % de tous les robinets sont défectueux ($P(D) = 0,15$)
- 6 % viennent de F1 et sont défectueux ($P(F1 \cap D) = 0,06$)

1. Calculer $P(F1) \times P(D)$:

$$P(F1) \times P(D) = \square \times \square = \square$$

2. Comparer avec $P(F1 \cap D) = 0,06$. Conclure :

- ☐ Les deux valeurs sont égales $\rightarrow$ F1 et D **sont indépendants**
- ☐ Les deux valeurs sont différentes $\rightarrow$ F1 et D **ne sont pas indépendants**

Mes calculs :

EXERCICE 20 Formule des probabilités totales — guidé

SOCLE

Méthode — Probabilités totales :

$$P(D) = P(F_1) \times P_{F_1}(D) + P(F_2) \times P_{F_2}(D)$$

On additionne les probabilités de tous les *chemins* qui mènent à D.

Un installateur de pompes à chaleur reçoit des filtres de deux fournisseurs. Fournisseur A : 60 % des filtres, taux de défaut = 4 %. Fournisseur B : 40 % des filtres, taux de défaut = 9 %.

1. Calculer $P(A \cap D)$ (chemin A $\rightarrow$ Défectueux) :

$$P(A \cap D) = \boxed{} \times \boxed{} = \boxed{}$$

2. Calculer $P(B \cap D)$ (chemin B $\rightarrow$ Défectueux) :

$$P(B \cap D) = \dots \times \dots = \dots$$

3. Appliquer la formule des probabilités totales :

$$P(D) = \boxed{} + \boxed{} = \boxed{}$$

Mes calculs :

EXERCICE 21 Événements indépendants — deux appareils

SOCLE

Dans une installation de chauffage, un thermostat et une vanne motorisée fonctionnent de façon **indépendante**. La probabilité annuelle de panne du thermostat est 0,05 ; celle de la vanne est 0,08.

1. Calculer la probabilité que les deux tombent en panne la même année :

$$P(\text{thermostat} \cap \text{vanne}) = \boxed{} \times \boxed{} = \boxed{}$$

2. Calculer la probabilité qu'aucun ne tombe en panne :

$$P(\overline{\text{thermostat}} \cap \overline{\text{vanne}}) = (1 - \boxed{}) \times (1 - \boxed{}) = \boxed{} \times \boxed{} = \boxed{}$$

3. Calculer la probabilité qu'au moins l'un tombe en panne :

$$P(\text{au moins un}) = 1 - \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

Mes calculs :

EXERCICE 7 Probabilité conditionnelle depuis un tableau **STANDARD**

On reprend le tableau de l'exercice 1 (contrôle de 200 interrupteurs) :

	Défectueux (D)	Conforme (C)	Total
Usine U1	6	114	120
Usine U2	10	70	80
Total	16	184	200

1. On prend un interrupteur de l'usine U1. Quelle est la probabilité qu'il soit défectueux ? Calculer $P_{U1}(D)$.
2. On prend un interrupteur de l'usine U2. Quelle est la probabilité qu'il soit défectueux ? Calculer $P_{U2}(D)$.
3. Quelle usine produit le plus de pièces défectueuses *proportionnellement* ? Justifier avec les calculs.

Rappel : $P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$ ou plus directement depuis le tableau :

$$P_{U1}(D) = \frac{\text{nb de pièces U1 défectueuses}}{\text{nb total de pièces U1}}$$

Réponses :

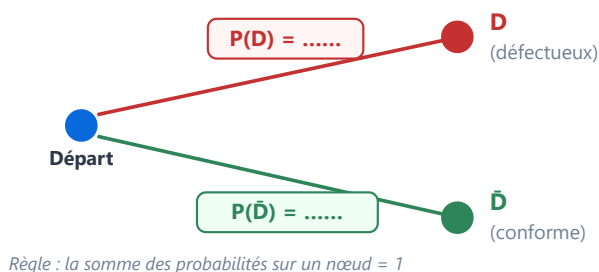
Mes calculs :

EXERCICE 8 Construire et compléter un arbre simple**STANDARD**

Dans un atelier d'agencement, on sait que 7 % des **panneaux produits** présentent un défaut de surface.

On prend un panneau au hasard. On note D : « panneau défectueux » et $\bar{D}$: « panneau conforme ».

1. Écrire la valeur de $P(D)$.
2. En déduire $P(\bar{D})$.
3. Compléter l'arbre de probabilités ci-dessous en plaçant les probabilités sur chaque branche.
4. Vérifier que la somme des probabilités des deux branches est bien égale à 1.

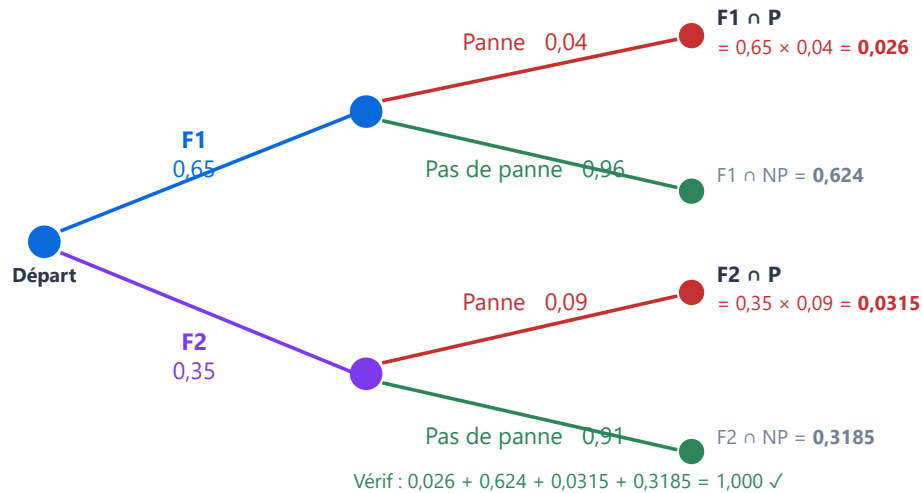


Réponses :

Mes calculs :

EXERCICE 9 Lire un arbre de probabilités pondéré**STANDARD**

Un installateur de pompes à chaleur travaille pour deux fournisseurs : F1 (65 % des appareils) et F2 (35 % des appareils). Le taux de panne annuel est de 4 % chez F1 et de 9 % chez F2. L'arbre ci-dessous représente cette situation :



1. Vérifier que la somme des probabilités des deux branches issues du noeud F1 vaut bien 1.
2. Vérifier de même pour le noeud F2.
3. Calculer la probabilité qu'un appareil pris au hasard tombe en panne. *Deux chemins aboutissent à « Panne ».*
4. Calculer la probabilité qu'un appareil ne tombe *pas* en panne.

Réponses :

Mes calculs :

EXERCICE 22 Compléter un tableau croisé et calculer des probabilités

STANDARD

Contexte : Un conducteur de travaux contrôle la conformité de 300 fixations murales issues de deux fournisseurs (F1 : 180 fixations, F2 : 120 fixations). On note NC : « fixation non conforme ».

On sait que 9 fixations de F1 sont non conformes, et 12 fixations de F2 sont non conformes.

1. Construire et compléter le tableau croisé.
2. On tire une fixation au hasard. Calculer $P(F1)$, $P(NC)$ et $P(F1 \cap NC)$.
3. Calculer $P_{F1}(NC)$ et $P_{F2}(NC)$. Quel fournisseur est le moins fiable ?
4. Calculer $P(\overline{NC})$. Interpréter.

Tableau + réponses :

Mes calculs :

EXERCICE 23 Construire un arbre et appliquer les probabilités totales

STANDARD

Contexte : Un plombier chauffagiste reçoit des joints en caoutchouc de deux usines.

L'usine U1 fournit 55 % des joints avec un taux de défaut de 3 %. L'usine U2 fournit 45 % des joints avec un taux de défaut de 7 %.

On note D : « joint défectueux ».

1. Construire l'arbre de probabilités à deux niveaux (usine puis qualité).
2. Calculer $P(U1 \cap D)$ et $P(U2 \cap D)$.
3. Calculer $P(D)$ par la formule des probabilités totales.
4. Un lot de 1 000 joints est livré. Combien de joints défectueux peut-on s'attendre à trouver ?

Arbre et réponses :

Mes calculs :

EXERCICE 24 Probabilité conditionnelle et interprétation

STANDARD

Contexte : Un atelier fabrique des têtes de robinet sur deux postes de travail. Poste P1 : 70 % de la production, taux de rebut 4 %. Poste P2 : 30 % de la production, taux de rebut 10 %.

On prend une pièce au hasard. On note R : « pièce rebutée ».

1. Calculer $P(R)$ à l'aide de la formule des probabilités totales.
2. On sait qu'une pièce est rebutée. Calculer $P_R(P2)$.
3. Interpréter ce résultat pour le chef d'atelier.

Réponses :

Mes calculs :

EXERCICE 25 Tester l'indépendance de deux événements

STANDARD

Contexte : Une entreprise de pose de parquets contrôle 400 chantiers. On relève si le chantier est en appartement (A) ou en maison (M), et si des malfaçons ont été signalées (Ma).

	Malfaçons (Ma)	Sans malfaçon	Total
Appartement (A)	18	162	180
Maison (M)	22	198	220
Total	40	360	400

1. Calculer $P(A)$, $P(\text{Ma})$ et $P(A \cap \text{Ma})$.
2. Calculer $P(A) \times P(\text{Ma})$.
3. A et Ma sont-ils indépendants ? Que peut-on conclure sur le lien entre le type de chantier et les malfaçons ?

Réponses :

Mes calculs :

EXERCICE 26 Deux épreuves successives indépendantes

STANDARD

Contexte : Un technicien de maintenance effectue deux tests successifs et indépendants sur une installation : un test de pression et un test d'étanchéité. La probabilité de réussite du test de pression est 0,92, celle du test d'étanchéité est 0,88.

On note P : « test de pression réussi » et E : « test d'étanchéité réussi ».

1. Calculer la probabilité que les deux tests soient réussis.
2. Calculer la probabilité que le test de pression échoue ET que le test d'étanchéité réussisse.
3. Calculer la probabilité qu'au moins un test échoue.

Réponses :

Mes calculs :

EXERCICE 27 Analyser un contrôle qualité avec tableau et arbre

STANDARD

Contexte : Un responsable qualité d'une usine de robinetterie analyse 500 vannes à boisseau issues de deux ateliers (A1 : 320 pièces, A2 : 180 pièces). Parmi les pièces d'A1, 16 sont défectueuses. Parmi les pièces d'A2, 27 sont défectueuses.

1. Construire le tableau croisé.
2. Calculer $P_{A1}(D)$ et $P_{A2}(D)$.
3. En prenant un objet au hasard, calculer $P(D)$ par la formule des probabilités totales. Vérifier avec le tableau.
4. On constate un défaut sur une vanne. Calculer la probabilité qu'elle vienne de l'atelier A2 : $P_D(A2)$.

Tableau + réponses :

Mes calculs :

EXERCICE 28 Fiabilité d'un système en série**STANDARD**

Contexte : Un système de régulation thermique comporte trois composants en série : un capteur (C), un régulateur (R) et un actionneur (A). Le système ne fonctionne que si les trois composants fonctionnent. Les défaillances annuelles sont indépendantes :

$$P(\text{panne C}) = 0,03 ; P(\text{panne R}) = 0,05 ; P(\text{panne A}) = 0,04.$$

1. Calculer la probabilité que le système fonctionne pendant toute l'année (aucune panne).
2. Calculer la probabilité qu'au moins un composant tombe en panne.
3. En utilisant le modèle, quel composant est-il prioritaire à remplacer ou améliorer ?

Réponses :

Mes calculs :

EXERCICE 10 Construire un arbre et appliquer la formule des probabilités totales

APPROFONDISSEMENT

Un atelier de menuiserie produit des meubles sur deux lignes de fabrication :

- **Ligne L1** : fabrique 60 % des meubles, avec un taux de défaut de 3 %.
- **Ligne L2** : fabrique 40 % des meubles, avec un taux de défaut de 8 %.

On choisit un meuble au hasard. On note D : « meuble défectueux ».

1. Construire l'arbre de probabilités à deux niveaux.
2. Calculer $P(L1 \cap D)$ et $P(L2 \cap D)$.
3. Appliquer la formule des probabilités totales pour calculer $P(D)$.
4. Calculer $P(\bar{D})$. Interpréter ce résultat dans le contexte.

Construction de l'arbre + réponses :

Mes calculs :

EXERCICE 11 Probabilité conditionnelle — Interpréter un résultat**APPROFONDISSEMENT**

Dans une centrale de traitement d'air, on contrôle les filtres. Les filtres peuvent être de type G4 ou F7. On sait que :

- 70 % des filtres sont de type G4, 30 % sont de type F7.
- Parmi les G4, 5 % sont encrassés (E). Parmi les F7, 12 % sont encrassés.

1. Calculer $P(G4 \cap E)$ et $P(F7 \cap E)$.
2. Calculer $P(E)$ (probabilité qu'un filtre pris au hasard soit encrassé).
3. On sait qu'un filtre est encrassé. Calculer la probabilité qu'il soit de type F7 : $P_E(F7)$.
4. Interpréter ce résultat pour le technicien.

$$\text{Rappel : } P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Réponses :

Mes calculs :

EXERCICE 12 Indépendance de deux événements

APPROFONDISSEMENT

Un technicien contrôle deux équipements indépendants dans une installation de chauffage :

- Un **thermostat** (T) : probabilité de défaillance dans l'année = 0,06
- Une **sonde de température** (S) : probabilité de défaillance dans l'année = 0,04

Les deux appareils fonctionnent de façon **indépendante**.

1. Calculer la probabilité que les deux appareils tombent en panne la même année.
2. Calculer la probabilité qu'aucun des deux ne tombe en panne.
3. Calculer la probabilité qu'au moins l'un des deux tombe en panne. (*Utiliser l'événement contraire.*)

Rappel — Événements indépendants : $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$

Réponses :

Mes calculs :

EXERCICE 13 Contrôle qualité d'une installation de chauffage**APPROFONDISSEMENT**

Contexte professionnel : Un installateur thermique réceptionne des chauffe-eaux thermodynamiques livrés par deux grossistes (G1 et G2). Avant installation, il effectue un contrôle qualité complet sur un lot de 500 appareils.

Le contrôle donne les résultats suivants :

- 300 appareils viennent du grossiste G1, 200 du grossiste G2.
- Parmi les appareils de G1 : 12 sont défectueux.
- Parmi les appareils de G2 : 20 sont défectueux.

1. Construire et compléter un tableau croisé résumant ces données.
2. On prend un appareil au hasard. Calculer $P(G1)$, $P(D)$ et $P(G1 \cap D)$.
3. Calculer $P_{G1}(D)$ et $P_{G2}(D)$. Quel grossiste est le moins fiable ?
4. Construire l'arbre de probabilités à deux niveaux (grossiste puis qualité).
5. Vérifier la valeur de $P(D)$ à l'aide de la formule des probabilités totales.
6. L'installateur décide de ne plus travailler avec un grossiste dont le taux de défaut dépasse 8 %. Que doit-il faire ?

Tableau, arbre et réponses :

Mes calculs :

EXERCICE 14 Diagnostic de panneaux de bois**APPROFONDISSEMENT**

Contexte professionnel : Un responsable de chantier d'agencement reçoit des panneaux mélaminés de deux fournisseurs (F1 et F2). Il constate que certains panneaux présentent un défaut de film (surface non adhérente). Il veut évaluer le risque de recevoir un panneau défectueux.

D'après les livraisons de l'année passée :

- F1 fournit 55 % des panneaux, avec un taux de défaut de film de 6 %.
- F2 fournit 45 % des panneaux, avec un taux de défaut de film de 10 %.

On note D : « panneau avec défaut de film ».

1. Construire l'arbre de probabilités complet.
2. Calculer $P(D)$ à l'aide de la formule des probabilités totales.
3. On sait qu'un panneau est défectueux. Calculer $P_D(F1)$.
4. Calculer $P_D(F2)$. Vérifier que $P_D(F1) + P_D(F2) = 1$.
5. Sur une commande de 1 000 panneaux, combien peut-on s'attendre à trouver de panneaux défectueux ? Combien viendraient de F2 ?

Arbre et réponses :

Mes calculs :

EXERCICE 15 Panne d'un système de chauffage — Problème complet

APPROFONDISSEMENT

Contexte professionnel : Un technicien chauffagiste assure la maintenance préventive d'une installation de chauffage comprenant trois équipements : une chaudière (Ch), une pompe de circulation (Po) et un vase d'expansion (Va). Ces trois appareils fonctionnent de façon **indépendante**.

D'après les données constructeur, les probabilités annuelles de panne sont :

- Chaudière : $P(\text{Ch}) = 0,05$
- Pompe : $P(\text{Po}) = 0,08$
- Vase d'expansion : $P(\text{Va}) = 0,03$

1. Calculer la probabilité que la chaudière *et* la pompe tombent en panne la même année.
2. Calculer la probabilité qu'aucun des trois appareils ne tombe en panne dans l'année.
3. Calculer la probabilité qu'au moins un appareil tombe en panne dans l'année.
4. Le technicien peut réaliser une révision complète pour 150 € par installation. Une panne coûte en moyenne 600 €. Sur 1 000 installations, la révision systématique est-elle rentable ?

Réponses :

Mes calculs :

EXERCICE 16 Efficacité d'un vaccin contre la grippe**APPROFONDISSEMENT**

Contexte professionnel : Un médecin du travail suit une entreprise de 500 salariés du bâtiment. À l'automne, il propose une campagne de vaccination contre la grippe. Au printemps suivant, il dresse le bilan.

Sur les 500 salariés :

- 300 ont été vaccinés, 200 ne l'ont pas été.
- Parmi les vaccinés, 18 ont contracté la grippe.
- Parmi les non-vaccinés, 50 ont contracté la grippe.

On note V : « salarié vacciné » et G : « salarié ayant contracté la grippe ».

1. Construire et compléter le tableau croisé.
2. On choisit un salarié au hasard. Calculer $P(V)$, $P(G)$ et $P(V \cap G)$.
3. Calculer $P_V(G)$ et $P_{\bar{V}}(G)$. Interpréter chacun dans le contexte.
4. Construire l'arbre de probabilités à deux niveaux (vaccination puis grippe).
5. Vérifier la valeur de $P(G)$ à l'aide de la formule des probabilités totales.
6. Vérifier si V et G sont indépendants. Conclure sur l'effet du vaccin.
7. La grippe entraîne en moyenne 5 jours d'arrêt à 200 €/jour. La vaccination coûte 15 € par salarié. La campagne était-elle économiquement justifiée ?

Tableau, arbre et réponses :

Mes calculs :

EXERCICE 17 Exposition à l'amiante et cancer en milieu professionnel

APPROFONDISSEMENT

Contexte professionnel : Un médecin du travail suit 800 salariés du bâtiment dans le cadre d'une surveillance médicale réglementaire liée au risque amiante. Certains salariés ont été exposés à l'amiante avant l'interdiction de 1997 (rénovation de bâtiments anciens, démolition). Il recueille les données suivantes sur 25 ans de suivi :

- 300 salariés ont été exposés à l'amiante, 500 ne l'ont pas été.
- Parmi les exposés, 45 ont développé un cancer lié à l'amiante (mésothéliome ou cancer broncho-pulmonaire).
- Parmi les non-exposés, 5 ont développé ce type de cancer.

On note E : « salarié exposé à l'amiante » et C : « salarié ayant développé un cancer lié à l'amiante ».

1. Compléter le tableau croisé suivant :

	Cancer (C)	Pas de cancer ($\bar{C}$)	Total
Exposé (E)	45 ✓	← $300 - 45 = ?$	300
Non-exposé ($\bar{E}$)	5 ✓	?	500
Total	← $45 + 5 = ?$	?	800

2. On choisit un salarié au hasard. Calculer :

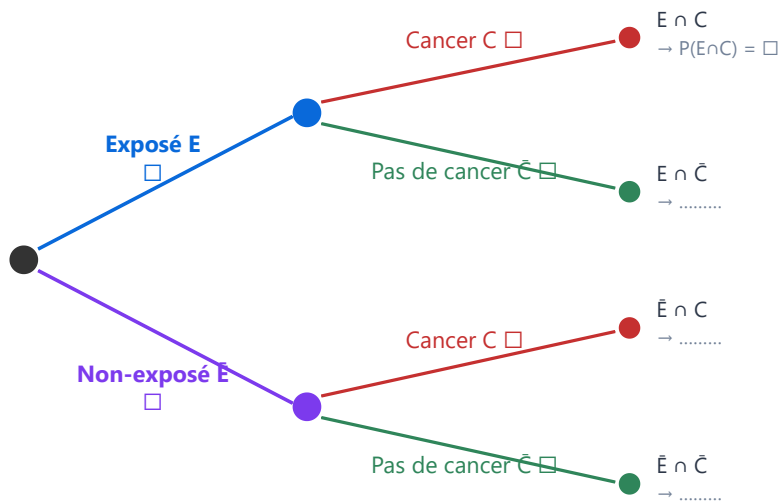
$$P(E) = \frac{\boxed{}}{\boxed{}} = \boxed{} \quad P(C) = \frac{\boxed{}}{\boxed{}} = \boxed{} \quad P(E \cap C) = \frac{\boxed{}}{\boxed{}} = \boxed{}$$

3. Calculer les probabilités conditionnelles et interpréter :

$$P_E(C) = \frac{}{} = \dots \rightarrow \text{Interprétation : } \dots$$

$$P_{\bar{E}}(C) = \frac{}{} = \dots \rightarrow \text{Interprétation : } \dots$$

4. Compléter l'arbre de probabilités à deux niveaux :



5. Vérifier $P(C)$ à l'aide de la formule des probabilités totales :

$$P(C) = P(E \cap C) + P(\bar{E} \cap C) = \boxed{} + \boxed{} = \boxed{}$$

6. Tester l'indépendance de E et C. Comparer $P(E) \times P(C)$ et $P(E \cap C)$:

$P(E) \times P(C) = \dots\dots\dots$ $P(E \cap C) = \dots\dots\dots$ Conclusion : $\dots\dots\dots$

7. La prise en charge d'un cancer lié à l'amiante entraîne en moyenne 400 jours d'arrêt de travail à 200 €/jour. Une formation obligatoire « Risque amiante » coûte 300 € par salarié exposé et permet, selon les études, de réduire le taux de cancer des exposés au niveau des non-exposés. Sur les 300 salariés exposés, cette formation était-elle économiquement justifiée ?

Calculs et conclusion : $\dots\dots\dots$

Mes calculs :

EXERCICE 29 Analyse de fiabilité d'un réseau de chauffage urbain**APPROFONDISSEMENT**

Contexte professionnel : Un technicien en génie climatique surveille un réseau de chauffage urbain alimenté par deux centrales (C1 et C2). C1 fournit 65 % de l'énergie, C2 fournit 35 %. La probabilité annuelle d'une coupure de C1 est 0,03 ; celle de C2 est 0,08. Une coupure se produit indépendamment pour chaque centrale.

1. Calculer la probabilité que C1 ET C2 soient en coupure simultanément la même année.
2. Calculer la probabilité qu'au moins une centrale soit en coupure.
3. On sait qu'une coupure se produit. Calculer la probabilité qu'elle concerne C2 ($P_{\text{coupure}}(C2)$).

Rappel :

$P(\text{coupure}) = P(C1 \text{ coupe}) \times P(\overline{C2 \text{ coupe}}) + P(\overline{C1 \text{ coupe}}) \times P(C2 \text{ coupe}) + P(C1 \text{ coupe}) \times P(C2 \text{ coupe})$
= probabilité que **au moins une** centrale coupe.

On peut aussi écrire : $P(\text{au moins une coupe}) = 1 - P(C1 \text{ fonc.}) \times P(C2 \text{ fonc.})$.

4. Le gestionnaire du réseau doit remplacer en priorité la centrale dont la probabilité de coupure est la plus élevée. Quelle décision prendre ?

Réponses :

Mes calculs :

Contexte professionnel : Un médecin du travail utilise un test de dépistage de l'exposition au plomb pour les salariés d'une entreprise de rénovation. Dans la population suivie : 10 % des salariés sont réellement exposés. Le test a une sensibilité de 95 % (probabilité d'être positif si exposé) et une spécificité de 90 % (probabilité d'être négatif si non exposé).

On note E : « salarié exposé » et T+ : « test positif ».

1. Énoncer les données sous forme de probabilités : $P(E)$, $P_E(T+)$, $P_E(T-)$.
2. Construire l'arbre de probabilités complet.
3. Calculer $P(T+)$ par la formule des probabilités totales.
4. Calculer $P_{T+}(E)$ = probabilité d'être réellement exposé, sachant que le test est positif. Ce résultat vous surprend-il ?
5. Sur 1 000 salariés contrôlés, combien de tests positifs sont de faux positifs (non exposé mais test positif) ?

Arbre et réponses :

Mes calculs :

Socle

Standard

Approfondissement

Tout voir



Objectifs du chapitre

[cliquer pour développer](#)

Durée : 1 heure



Calculatrice : autorisée



Barème : 20 points



Documents : non autorisés

SOCLE

Exercice 1 – Tableau croisé (guidé)

10 points

Un technicien chauffagiste contrôle **100 vannes thermostatiques** provenant de deux fournisseurs (F1 et F2). Voici les résultats :

- F1 a livré **60 vannes**, dont **3 sont défectueuses**.
- F2 a livré **40 vannes**, dont **6 sont défectueuses**.

1. (2 pts) Compléter le tableau croisé :

	Défectueuse (D)	Conforme (C)	Total
F1			60
F2			40
Total			100

2. (2 pts) On tire une vanne au hasard. Calculer $P(D)$ (vanne défectueuse). Compléter :

$$P(D) = \frac{\boxed{}}{\boxed{}} = \boxed{}$$

3. (2 pts) Calculer $P(F1)$ et $P(F1 \cap D)$:

$$P(F1) = \text{---} = \text{.....} \quad P(F1 \cap D) = \text{---} = \text{.....}$$

4. (2 pts) Sachant que la vanne vient de F1, quelle est la probabilité qu'elle soit défectueuse ?

$$\text{Rappel : } P_{F1}(D) = \frac{P(F1 \cap D)}{P(F1)}$$

$$P_{F1}(D) = \frac{\boxed{}}{\boxed{}} = \boxed{}$$

5. (2 pts) Quel fournisseur a le plus fort taux de défaut ? Justifier par un calcul.

Exercice 2 – Arbre de probabilités (guidé)

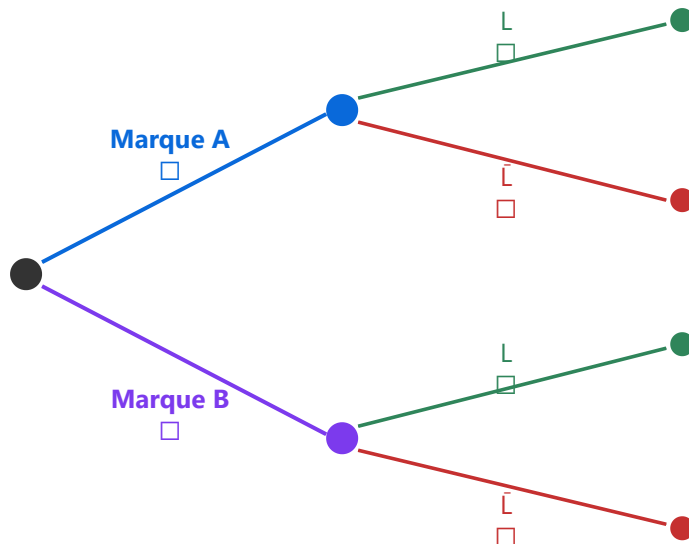
10 points

Un magasin de bricolage vend des ampoules LED. On sait que :

- 70 % des clients achètent la marque A, le reste achète la marque B ;
- parmi la marque A, 95 % durent plus de 3 ans ;
- parmi la marque B, 80 % durent plus de 3 ans.

On note L : « l'ampoule dure plus de 3 ans ».

1. (2 pts) Compléter les probabilités sur l'arbre :



2. (2 pts) Calculer $P(A \cap L)$ en multipliant le long du chemin :

$$P(A \cap L) = P(A) \times P_A(L) = \boxed{} \times \boxed{} = \boxed{}$$

3. (2 pts) Calculer $P(B \cap L)$ de la même façon :

4. (2 pts) Calculer $P(L)$ (probabilité totale) :

$$P(L) = P(A \cap L) + P(B \cap L) = \dots\dots\dots + \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

5. (2 pts) Le magasin garantit les ampoules 3 ans. Sur 1 000 ampoules vendues, combien seront retournées en moyenne ?

STANDARD

Exercice 1 – Contrôle qualité

10 points

Une entreprise fabrique des pièces métalliques pour des systèmes de chauffage. Le contrôle qualité révèle que 4 % des pièces produites présentent un défaut.

On note D l'événement « la pièce présente un défaut ».

1. (1 pt) Donner la probabilité $P(D)$.

2. (2 pts) Définir l'événement contraire $\overline{D}$ par une phrase, puis calculer $P(\overline{D})$.

3. (3 pts) On prélève au hasard 3 pièces successivement (avec remise). On suppose les tirages indépendants. Calculer la probabilité que les 3 pièces soient sans défaut. Arrondir au millième.

4. (2 pts) En déduire la probabilité qu'au moins une pièce sur les 3 présente un défaut. Arrondir au millième.

5. (2 pts) L'entreprise considère qu'un lot est acceptable si la probabilité d'avoir au moins une pièce défectueuse sur 3 est inférieure à 15 %. Le lot est-il acceptable ? Justifier.

Exercice 2 – Enquête de satisfaction

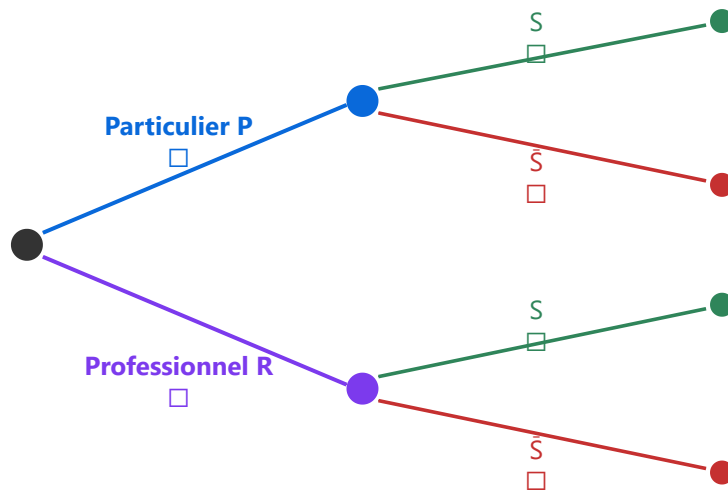
10 points

Une entreprise de menuiserie réalise une enquête de satisfaction auprès de ses clients. Elle distingue deux catégories : les clients « particuliers » (P) et les clients « professionnels » (R). On sait que :

- 60 % des clients sont des particuliers ;
- parmi les particuliers, 85 % se déclarent satisfaits ;
- parmi les professionnels, 72 % se déclarent satisfaits.

On note S l'événement « le client est satisfait ».

1. (2 pts) Compléter l'arbre pondéré suivant :



2. (2 pts) Calculer $P(P \cap S)$, la probabilité qu'un client choisi au hasard soit un particulier satisfait.

3. (2 pts) Calculer $P(R \cap S)$, la probabilité qu'un client choisi au hasard soit un professionnel satisfait.

4. (2 pts) En déduire la probabilité totale $P(S)$ qu'un client choisi au hasard soit satisfait.

5. (2 pts) L'entreprise souhaite atteindre un taux de satisfaction global de 82 %. L'objectif est-il atteint ? Justifier. Proposer une piste d'amélioration.

Note : cette version mobilise l'espérance mathématique (hors programme Bac Pro — anticipation BTS) pour les questions de coût moyen.

Exercice 1 – Fiabilité d'un système de chauffage

10 points

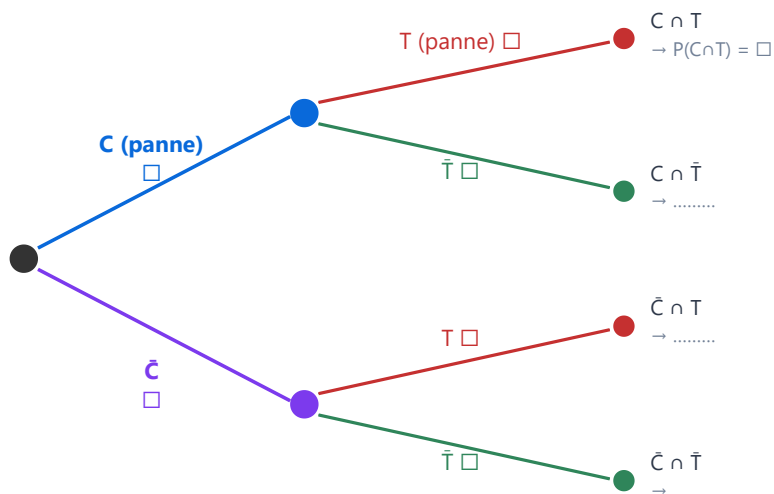
Un système de chauffage comporte deux composants indépendants : une chaudière (C) et un thermostat (T). On sait que :

- La chaudière tombe en panne dans l'année avec une probabilité de 0,08.
- Le thermostat tombe en panne dans l'année avec une probabilité de 0,12.

1. (2 pts) Les pannes étant indépendantes, calculer la probabilité que les deux composants tombent en panne la même année.

2. (2 pts) Calculer la probabilité qu'aucun des deux ne tombe en panne.

3. (3 pts) En déduire la probabilité qu'au moins un composant tombe en panne. Compléter l'arbre pondéré :



$$P(\text{au moins 1 panne}) = 1 - P(\overline{C} \cap \overline{T}) = \dots\dots\dots$$

4. (3 pts) Un contrat de maintenance coûte 200 € par an. Une réparation coûte 1 500 € en moyenne. À l'aide du calcul de probabilité, le contrat est-il rentable pour le client ? Justifier par le calcul de l'espérance du coût sans contrat.

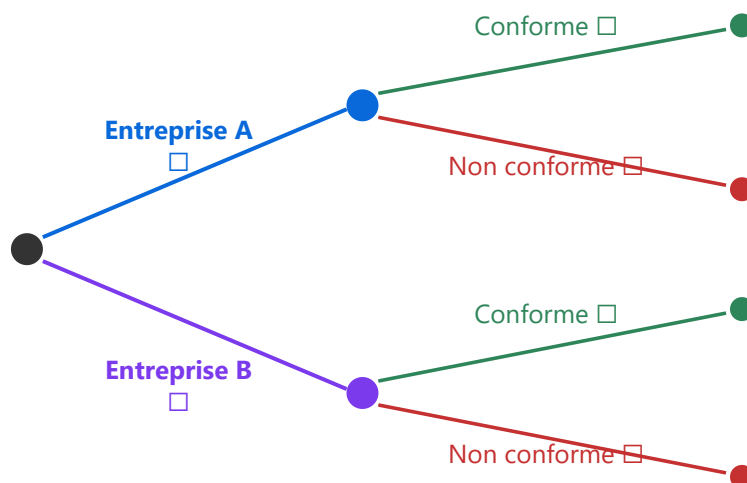
Exercice 2 – Diagnostic et probabilités conditionnelles

10 points

Un bureau de contrôle vérifie les installations électriques de logements neufs. Les installations sont réalisées par deux entreprises :

- L'entreprise A réalise 65 % des installations, dont 92 % conformes.
- L'entreprise B réalise le reste, dont 78 % conformes.

1. (2 pts) Compléter l'arbre pondéré :



2. (2 pts) Calculer la probabilité qu'une installation choisie au hasard soit conforme (formule des probabilités totales).

3. (3 pts) Une installation est déclarée non conforme. Quelle est la probabilité qu'elle ait été réalisée par l'entreprise B ? (Utiliser la définition de la probabilité conditionnelle ou le tableau.)

4. (3 pts) Le bureau de contrôle souhaite que le taux global de conformité atteigne 90 %. Si l'entreprise A maintient son taux à 92 %, quel taux minimum l'entreprise B doit-elle atteindre ? Poser et résoudre l'équation.
