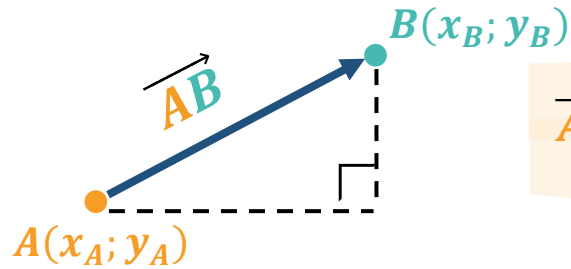


Calculer les coordonnées d'un vecteur :

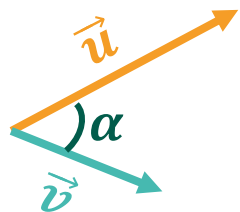


$$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$$

Norme du vecteur $\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$:

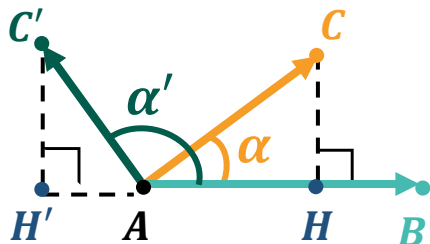
$$\|\vec{u}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

Produit scalaire avec norme et angle :



$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\| \times \cos \alpha$$

Produit scalaire avec projeté orthogonal :



si $0 < \alpha < 90^\circ$:

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AB \times AH$$

si $90^\circ < \alpha' < 180^\circ$:

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC'} = -AB \times AH'$$

Produit scalaire dans une base orthonormée :

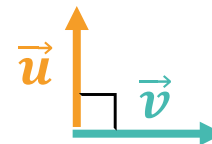
$$\vec{u} \cdot \vec{v} = xx' + yy' \quad \text{Avec } \vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \text{ et } \vec{v} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$$

Produit scalaire avec les normes :

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \frac{1}{2} (\|\vec{u} + \vec{v}\|^2 - \|\vec{u}\|^2 - \|\vec{v}\|^2)$$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \frac{1}{2} (\|\vec{u}\|^2 + \|\vec{v}\|^2 - \|\vec{u} - \vec{v}\|^2)$$

Les vecteurs \vec{u} et \vec{v} sont orthogonaux si :



$$\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$$

Les règles du calcul littéral s'appliquent :

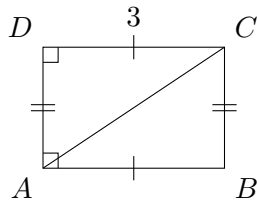
Ex : $\vec{u} \cdot (\vec{v} - \vec{w}) = \vec{u} \cdot \vec{v} - \vec{u} \cdot \vec{w}$

$$\vec{u} \cdot \vec{u} = \vec{u}^2 = \|\vec{u}\|^2$$

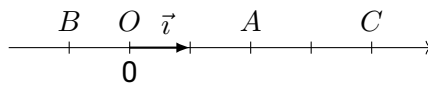
...

Exercice 1 (7 points)

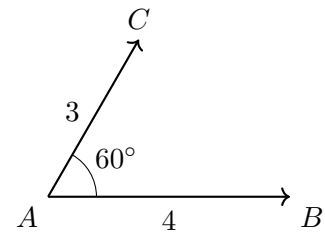
Dans chaque cas, calculer le produit scalaire $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$.



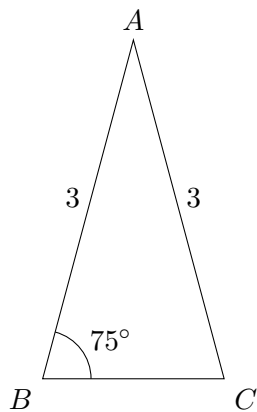
(a)



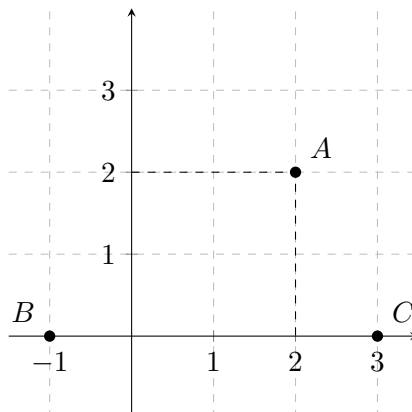
(b)



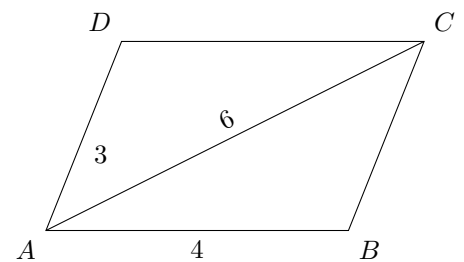
(c)



(d)



(e)



(f)

Exercice 2 (4 points)

Dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$, on donne les points $A(1; 4)$, $B(-3; -2)$ et $C(2; -5)$. On veut déterminer une valeur approchée de l'angle \widehat{BAC} .

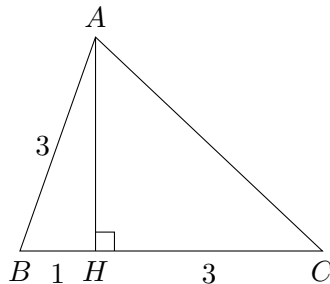
- 1° a) Calculer les coordonnées des vecteurs \vec{AB} et \vec{AC} .
- b) En déduire $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$.
- 2° a) Exprimer le produit scalaire $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$ en fonction de $\cos(\widehat{BAC})$.
- b) En déduire une mesure de l'angle \widehat{BAC} en degré au degré près.

Exercice 3 (2,5 points)

Dans un triangle TOC on donne $TO = 12$, $TC = 8$ et $\widehat{CTO} = 76^\circ$. À l'aide du théorème d'Al Kashi, déterminer une valeur approchée au dixième de la longueur CO .

Exercice 4 (3,5 points)

ABC est un triangle, H est le pied de la hauteur issue de A . On donne $AB = HC = 3$ et $BH = 1$. Calcule $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$ (indication : on pourra faire intervenir la relation de Chasles).



Exercice 5 (4 points)

(la figure doit être réalisée)

Soit $ABCD$ un parallélogramme, G et H définis par : $\vec{GA} = \frac{3}{5}\vec{GB}$ et $\vec{AH} = 3\vec{AC}$.

1. Montrer que le vecteur $\vec{GA} = \frac{3}{2}\vec{AB}$.
2. Exprimer les vecteurs \vec{GD} et \vec{GH} en fonction des vecteurs \vec{AB} et \vec{AC} .
3. Montrer que les vecteurs \vec{GD} et \vec{GH} sont colinéaires.

En déduire que les points G , D et H sont alignés.

Exercice 1 (5 points)

ABC est un triangle tel que $AB = 6$, $AC = 7$ et $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 21$.

1. Calculer une mesure de l'angle \widehat{BAC} . On arrondira cette mesure à l'unité de degré.
2.
 - a) Calculer $\|\vec{BA} + \vec{AC}\|^2$.
 - b) En déduire BC .
3.
 - a) Vérifier que pour tous vecteurs \vec{u} et \vec{v} : $\|\vec{u} - \vec{v}\|^2 = \|\vec{u}\|^2 + \|\vec{v}\|^2 - 2\vec{u} \cdot \vec{v}$.
 - b) Utiliser cette relation pour calculer les produits scalaires $\vec{CA} \cdot \vec{CB}$ et $\vec{BA} \cdot \vec{BC}$.

Exercice 2 (4 points)

$ABCD$ est un parallélogramme tel que : $AB = 5$, $AD = 3$ et $\widehat{DAB} = 60^\circ$.

1. Calculer le produit scalaire $\vec{AB} \cdot \vec{AD}$.
2. Calculer la longueur BD .
3. Calculer la longueur AC .

Exercice 3 (4 points)

Soient A et B deux points tels que $AB = 6$.

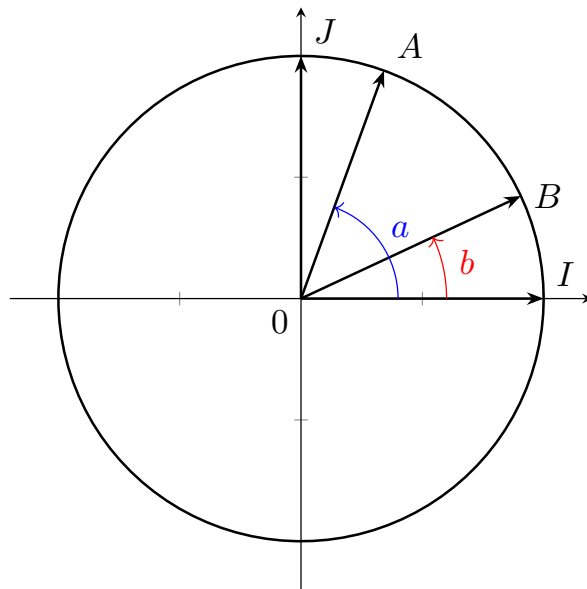
1. Donner et tracer l'ensemble des points M vérifiant $\vec{MA} \cdot \vec{MB} = k$ lorsque :
 - a) $k = 0$
 - b) $k = -2$
 - c) $k = 4$

**** On pourra utiliser le milieu O de $[AB]$ pour prouver que $\vec{MA} \cdot \vec{MB} = MO^2 - OA^2$ ****

2. Que peut-on dire de l'ensemble des points M tels que $\vec{MA} \cdot \vec{MB} = -12$?
3. Soit Δ , une droite qui coupe (AB) en A .
 - a) Placer sur Δ , en justifiant, le point C tel que $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 3$.
 - b) Où sont situés les points M tels que $\vec{AB} \cdot \vec{AM} = 3$?

Exercice 4 (7 points)

Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$, on considère le cercle de centre O et de rayon 1. A et B sont deux points de ce cercle.



1. Écrire les coordonnées des vecteurs \vec{OA} et \vec{OB} en fonction des angles a et b .
2. Calculer le produit scalaire $\vec{OA} \cdot \vec{OB}$ à l'aide des coordonnées obtenues à la question précédente.
3. Exprimer l'angle \widehat{BOA} en fonction de a et b puis calculer le produit scalaire $\vec{OA} \cdot \vec{OB}$ en utilisant la première formule définissant le produit scalaire.
4. Dédire des questions précédentes une expression de $\cos(a - b)$, puis celle de $\cos(a + b)$.
5. À partir des valeurs exactes des angles $\frac{\pi}{6}$ et $\frac{\pi}{4}$, déterminer les valeurs exactes de $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$ et $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$.