

1

LA FORME DE LA TERRE DANS L'ANTIQUITÉ

OBJECTIF

Calculer la longueur du méridien terrestre pour en déduire le rayon de la Terre

Dès l'Antiquité, les penseurs s'interrogent sur la forme de la planète sur laquelle ils vivent. Les courants de pensée, philosophiques puis scientifiques, les amènent à adopter différentes représentations de la Terre.

Comment les savants grecs sont-ils parvenus à estimer que la Terre était une sphère d'un rayon d'environ 6 400 km ?

1 Expliquer l'Univers

C'est à la fin du VII^e siècle avant notre ère que naît la philosophie grecque. Les premiers philosophes, également mathématiciens, cherchent à expliquer la création de l'Univers de manière rationnelle, rompant ainsi avec une vision liée à l'intervention des dieux dans sa genèse. En Ionie (actuelle Turquie), le philosophe et savant grec Thalès de Milet (625-547 av. J.-C.) fonde son école après avoir été formé à l'astronomie en Égypte. On lui attribue l'idée d'une Terre en forme de disque flottant sur un océan infini.



Sur les côtes méridionales de la Grande-Grèce, le philosophe grec Pythagore (580-495 av. J.-C.) et les pythagoriciens interprètent l'Univers à l'aune des mathématiques, sciences des proportions et de l'harmonie.

3 Du Ciel

Dans le traité *Du ciel* (350 av. J.-C.), Aristote explique les raisons pour lesquelles la Terre est de forme sphérique. « Dans les éclipses de Lune, la ligne qui limite l'ombre est toujours une ligne incurvée. Puisque l'éclipse est due à l'interposition de la Terre entre la Lune et le Soleil, c'est la forme de la surface de la Terre, sphérique, qui produit cette ligne courbe. De plus, la manière dont les astres nous apparaissent ne prouve pas seulement que la Terre est ronde, mais aussi que son étendue est assez petite. En effectuant un déplacement minime vers le Sud ou vers le Nord, nous voyons se modifier le cercle d'horizon ; les astres au-dessus de nous changent considérablement, et ce ne sont pas les mêmes qui brillent dans le ciel quand on va vers le Nord et quand on va vers le Sud. Certains astres visibles en Égypte ou vers Chypre sont invisibles dans les régions septentrionales*. Par ailleurs, les astres qui, dans les régions septentrionales sont visibles à tout instant, connaissent un coucher dans les pays cités plus haut. Tout cela ne montre pas seulement que la Terre est ronde, mais encore qu'elle a la forme d'une sphère de modeste dimension. »

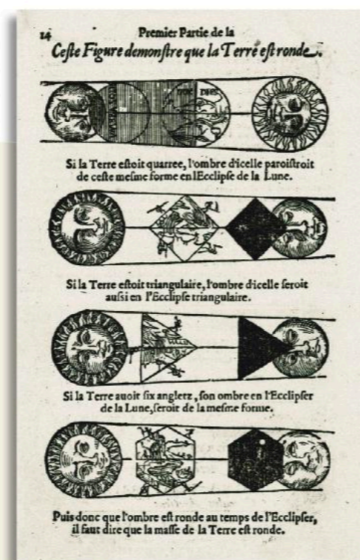
2 L'évolution des représentations de la Terre

Pythagore et ses disciples imaginent la Terre sous la forme d'une sphère afin de répondre à une exigence de symétrie parfaite. En effet, ils observent la course des étoiles se déplaçant sur une demi-sphère cosmique ; et si le ciel est une sphère, la Terre doit l'être aussi. Les représentations de la Terre ressemblent encore à une construction mystique* plutôt qu'au modèle d'une théorie scientifique. Mais l'Univers demeure expliqué en se fondant sur une base unique : l'eau pour l'école ionienne, les nombres pour l'école de Pythagore, et même l'idée du Bien pour l'Académie, l'école athénienne du philosophe grec Platon (428-348 av. J.-C.). Il faudra attendre son disciple Aristote (384-322 av. J.-C.) qui, tout en conservant l'idée de rigueur insufflée par son maître, rompt avec cette vision purement philosophique, et place l'observation et la démonstration au cœur de sa réflexion.

* VOCABULAIRE

Mystique : adjectif qui qualifie des pratiques liées aux divinités, aux croyances.
Septentrional : qui appartient aux régions du Nord.

Illustration de la démonstration d'Aristote, par Petrus Apianus dans *Cosmographie* (1581).

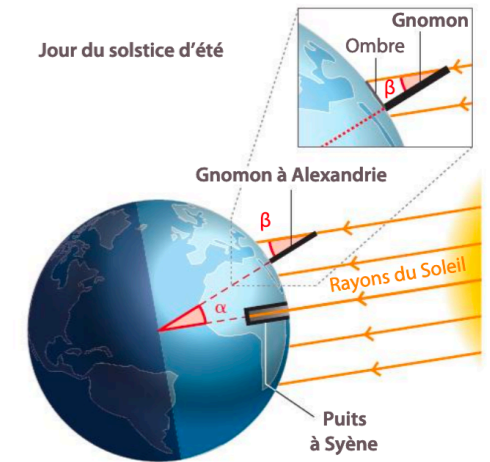


4 La mesure de la circonférence de la Terre

À la fin du III^e siècle avant J.-C., le modèle d'une Terre sphérique est accepté dans les milieux intellectuels grecs et la question de ses dimensions se pose. L'astronome et géographe grec Ératosthène (276-194 av. J.-C.) dirige alors la grande bibliothèque d'Alexandrie en Égypte. Il y lit que le jour du solstice d'été, à midi à Syène, actuelle ville d'Assouan en Égypte, le Soleil éclaire le fond d'un puits ; les rayons lumineux arrivent donc en ce lieu à la verticale du sol : une personne debout à Syène en ce jour précis ne verra pas son ombre au sol. Ératosthène sait alors comment déterminer la circonférence de la Terre car il connaît la proportionnalité liant la longueur de l'arc de cercle (Alexandrie-Syène) à l'angle au centre de la Terre qui l'intercepte. Avec la formule de la longueur d'un cercle, il peut en déduire le rayon de la Terre.

L'expérience d'Ératosthène

Ératosthène considère que le Soleil est très éloigné de la Terre et que, de fait, ses rayons peuvent être considérés comme parallèles entre eux. Il plante verticalement un gnomon* dans le sol afin d'en observer l'ombre et ainsi calculer l'angle formé entre le gnomon et son ombre. L'ensemble formant un triangle rectangle, il applique les règles de trigonométrie classique pour calculer la valeur de l'angle : $\beta = 7,2^\circ$.



5 La distance Alexandrie-Syène

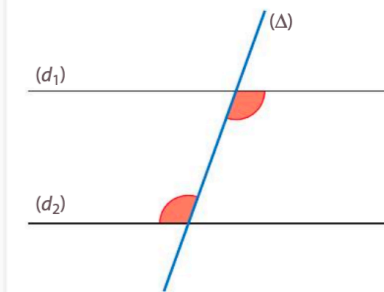
Nous ne disposons aujourd'hui d'aucun écrit d'Ératosthène. Aussi, plusieurs idées circulent sur la manière dont il a mesuré la distance Alexandrie-Syène. La plus courante indique qu'il se serait basé sur le fait qu'un chameau met environ 50 jours pour aller d'Alexandrie à Syène et, qu'en un jour, le chameau parcourt une distance de 100 stades* : la distance entre les deux villes est donc d'environ 5 000 stades.

* VOCABULAIRE

Gnomon : tige verticale plantée dans le sol, utilisée dans l'Antiquité, et dont l'ombre permet de déterminer l'orientation des rayons du Soleil.
Stade : unité de longueur de référence dans l'Antiquité, équivalant à 157,7 m.

MATHS

• Si les droites (d_1) et (d_2) sont parallèles, les angles alternes-internes sont égaux.



• La longueur du pourtour P d'un cercle de rayon r est définie par la relation :
 $P = 2 \times \pi \times r$

QUESTIONS

- 1 Quel mathématicien commence à imaginer que la Terre est de forme sphérique ? Comment l'explique-t-il ?
- 2 Pourquoi parle-t-on de « rupture » dans la démarche d'Aristote ?
- 3 Pourquoi Ératosthène considère-t-il les rayons du Soleil comme parallèles entre eux ? Que peut-on en déduire quant aux angles α et β ?
- 4 Calculer la distance d'Alexandrie à Syène en mètres.
- 5 Retrouver le raisonnement géométrique qu'Ératosthène a mené pour estimer que la circonférence de la Terre est proche de 40 000 km. En déduire le rayon de la Terre.

➔ Pour approfondir : ex. 12 p. 148

Penser la science

Comprendre les méthodes d'élaboration du savoir scientifique

Le « raisonnement par l'absurde » permet de démontrer qu'une affirmation est vraie en prouvant que son contraire est faux. ■ En quoi Aristote démontra-t-il par l'absurde que la Terre est sphérique ?

➔ Comprendre ce qu'est la science, p. 12

2 La mesure de la longueur du méridien

Avant la Révolution française, de très nombreuses unités étaient employées pour exprimer des distances. En effet, chaque pays, chaque région de France, possédait jusqu'alors ses propres usages (comme par exemple la perche, la toise, le doigt, la palme etc.), rendant parfois les échanges commerciaux compliqués.

→ Quelle est la définition historique du mètre ? En quoi consiste la méthode de triangulation utilisée par Delambre et Méchain ?

Ce que j'ai déjà vu

- La somme des angles dans un triangle

Doc. 1 Une première définition du mètre



Portrait de Méchain.

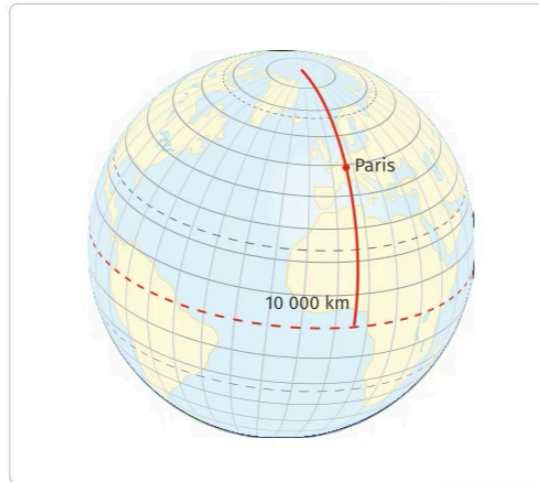


Portrait de Delambre.

En 1790, l'Assemblée nationale française décide d'établir un système de mesure unique. Il faut une mesure « pour tous les temps et pour tous les peuples ». De nombreux savants sont associés à ce projet et décident de prendre la Terre comme référence.

Il est ainsi décidé que le mètre devrait correspondre au dix millionième du quadrant du méridien terrestre. L'Académie des sciences charge donc Pierre Méchain (1744-1804) et Jean-Baptiste Delambre (1749-1822), tous deux astronomes et mathématiciens, de réaliser la mesure la plus précise possible du méridien terrestre. Les premières mesures débutent en 1792.

Doc. 2 La moitié nord du méridien de Paris

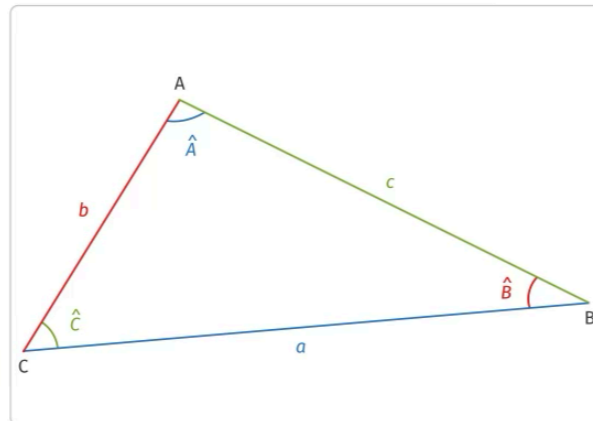


Le quadrant du méridien, ou quart du méridien terrestre, évoqué dans la définition du mètre pendant la Révolution correspond à l'arc de cercle représenté en rouge.

Doc. 3 La mesure de la distance Dunkerque-Barcelone par Delambre et Méchain

Delambre et Méchain mesurent avec précision la longueur d'une portion du méridien terrestre passant par Dunkerque, Paris et Barcelone, en **toise**, unité de l'époque. Ils partent chacun de Paris dans des directions opposées. C'est par une succession de mesures d'angles qu'ils parviennent à évaluer la distance Dunkerque-Barcelone puis ensuite l'arc du méridien entre ces deux villes. Leurs résultats donnent alors une valeur du mètre correspondant à 0,513 074 toise.

Ils rencontrent de nombreuses difficultés, car cette période de l'Histoire (la Terreur) n'est pas propice aux déplacements avec un appareil de mesure inhabituel, un cercle répétiteur (un pied pour des mesures à hauteur d'homme, un cercle gradué et deux lunettes de visée). Delambre rencontre des problèmes avec les gardes nationaux locaux, peu coopératifs. Pendant une année, il ne peut pas travailler. Méchain a plus de chance au début mais, en 1793, l'Espagne déclare la guerre à la France et ses mesures deviennent plus compliquées à réaliser. Il constate au final une anomalie de quelques secondes d'arc qui le poussera à cacher ses mesures.



Instant maths

Loi des sinus

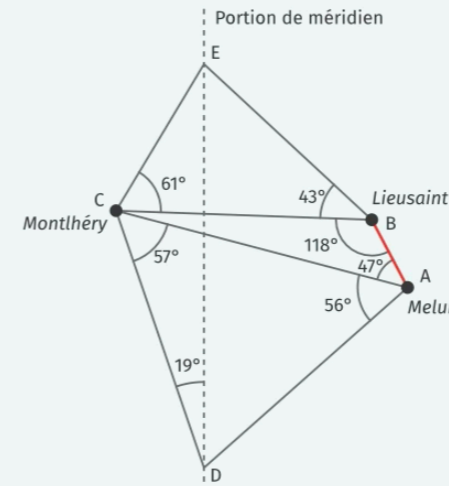
Dans un triangle ABC tel que dans la figure ci-contre, on a : $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$

Doc. 4 La méthode de mesure par triangulation

La méthode consiste à mesurer précisément une base AB. La base est alors l'origine d'une opération de triangulation. À partir des extrémités A et B de cette base, Delambre et Méchain visent un point C éloigné et mesurent les angles \widehat{CAB} et \widehat{CBA} . Ils peuvent alors en déduire la distance BC en utilisant la loi des sinus du **Doc. 3**. Celle-ci constitue la base d'un nouveau triangle dont le sommet est D.

TP

Travaux pratiques : mesure d'une portion de méridien



Vocabulaire

Toise : ancienne unité de longueur française, du latin *tendere* soit « tendre » en français, qui signifie « l'étendue des bras ». Elle a pour base la distance entre les bouts des doigts bras tendus.

Questions ?

- Doc. 1** Précisez pour quelle raison il était nécessaire de fixer des unités de mesure communes à tous les pays en donnant naissance à un « Système International ».
- Doc. 1** Identifiez dans quel contexte historique se trouvaient Delambre et Méchain.
- Doc. 3 et 4** Citez la méthode expérimentale qu'ont utilisée Delambre et Méchain pour évaluer la distance entre Dunkerque et Barcelone.
- Doc. 3 et 4** Énoncez et commentez les problèmes qu'ils ont pu rencontrer.
- Depuis 1983, le mètre n'est plus défini à partir du méridien terrestre mais à partir de la valeur de la vitesse de propagation de la lumière c dans le vide. Proposez une explication à ce changement de définition. En quoi cette nouvelle définition prolonge-t-elle les idéaux de la Révolution ?



- 6. Aller plus loin Doc. 4** On souhaite illustrer la méthode employée par Delambre et Méchain pour évaluer la longueur de la portion de méridien entre Dunkerque et Barcelone. Les angles indiqués sur le schéma sont des angles mesurés par triangulation tandis que la seule distance mesurée avec une règle correspond à la distance AB égale à 11 km.
 - Dans le triangle ABC, déterminez par calcul la valeur de l'angle \widehat{BCA} .
 - En utilisant la valeur mesurée de la distance AB et la loi des sinus du **doc. 3**, calculez la longueur des segments AC et BC.
 - En procédant par étapes, évaluez la distance DE correspondant à une portion du méridien. On pourra s'aider d'un tableau pour recenser toutes les grandeurs calculées.

16 Calcul du rayon de la Terre

Voici les coordonnées géographiques de deux villes :

- Rome (Italie) : $41,90^\circ$ N ; $12,50^\circ$ E
- Yola (Nigeria) : $9,20^\circ$ N ; $12,50^\circ$ E

1. Ces deux villes présentent une coordonnée angulaire similaire. Sont-elles situées sur le même méridien ou sur le même parallèle ? Justifier.

2. a. Déterminer la longueur du méridien terrestre en utilisant les coordonnées des deux villes.

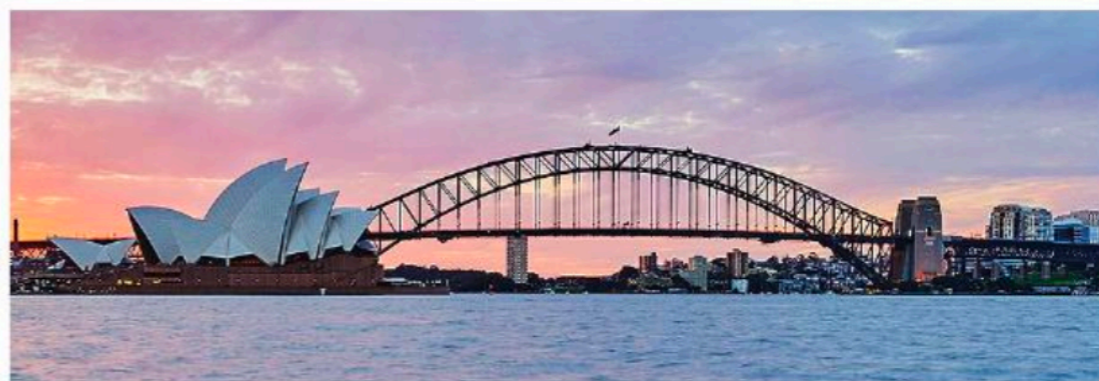
b. En déduire le rayon terrestre.

DONNÉE

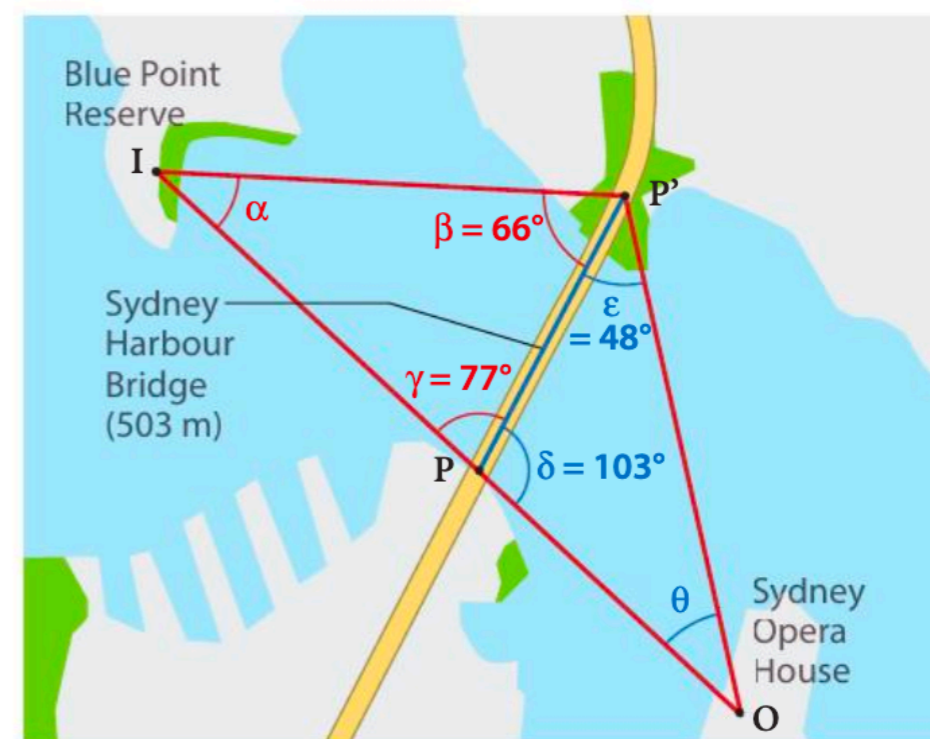
- Distance Rome-Yola : 3687 km.

15 Mesure à partir du Harbour Bridge

L'Opéra de Sydney, véritable emblème de la ville australienne, proche du pont *Harbour Bridge*, est l'un des plus célèbres monuments du xx^e siècle.



On souhaite calculer la distance séparant l'opéra d'un immeuble situé dans la *Blue Point Reserve*.



► Calculer la distance IO séparant l'opéra d'un immeuble voisin à partir des relevés ci-dessus.

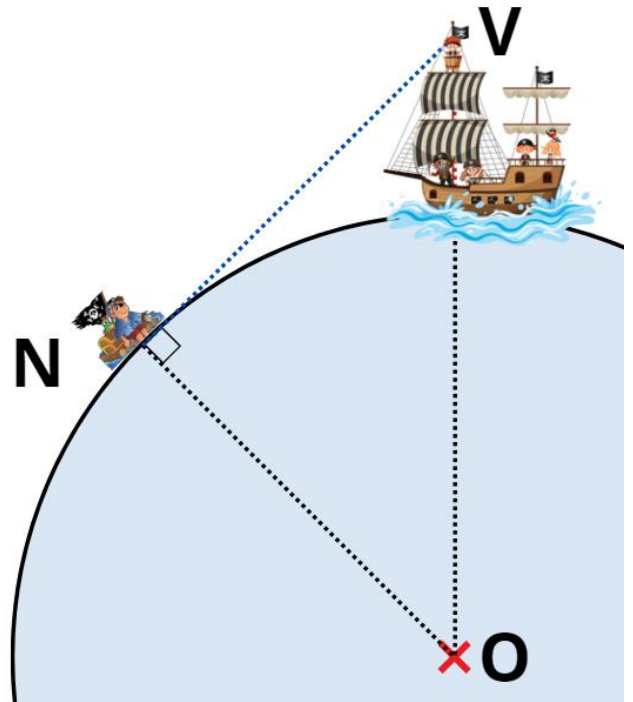
1ère Enseignement Scientifique - Chapitre 4 - Distance à l'horizon

A quelle distance se trouve le naufragé aperçu à l'horizon par la vigie ?

La vigie, perchée au sommet du bateau, aperçoit enfin à l'horizon le pirate naufragé qu'elle recherche depuis longtemps. À l'aide de sa lunette, elle distingue le radeau sur lequel se trouve le trésor tant convoité. Mais une question demeure : à quelle distance se trouve-t-il exactement ?

Données :

- Rayon terrestre : $R_T = 6371$ km
 - Hauteur de la vigie : $h = 30,0$ m
1. Établir une relation mathématique entre les distances OV , ON et NV (en fournissant une démonstration complète).



2. Ajouter R_T et h sur le schéma.
3. Exprimer OV et ON en fonction de R_T et h
4. En déduire une expression de la distance à l'horizon (NV) en fonction de R_T et h .
5. Application numérique : répondre à la problématique.

Fiche de révision chapitre 4 - La forme de la Terre

- ⊗ Dès l'antiquité, un scientifique grec Ératosthène détermine la circonférence de la Terre (40000 km) ainsi que son rayon R_T (6400 km). Il utilise les relations de proportionnalité entre l'angle au centre de la Terre et l'arc de cercle qu'il intercepte.
- ⊗ Juste après la Révolution française, il est décidé de définir le **mètre** en tant qu'unité officielle de longueur (faciliter les échanges)
- ⊗ Le mètre est alors défini à partir de la **longueur du méridien terrestre**.
- ⊗ Delambre et Méchain sont envoyés pour mesurer avec précision ce méridien. Ils utilisent la méthode de **triangulation**.
- ⊗ Cette méthode permet de déterminer des distances en mesurant des angles dans un triangle (loi des sinus)
- ⊗ Aujourd'hui le mètre est défini par rapport à la vitesse la lumière (plus universel)
- ⊗ Pour repérer un point sur Terre on utilise sa latitude et sa longitude (angle en °)
 - Parallèle : ensemble des points situés à la même latitude.
 - Méridien : ensemble des points situés à la même longitude.
- ⊗ Distance à l'horizon : Savoir refaire l'exercice fait en classe.
- ⊗ Comprendre les exercices 15 et 16