

Concours blanc : Physique Agro
Mardi 10 mars 2026 – Durée : 3h
Calculatrices autorisées en mode examen
Problème I – Autour de la pluie

Dans tout le problème, les gaz et les vapeurs, même saturantes, sont supposés parfaits. L'air humide sera considéré comme un mélange d'air sec de masse molaire $M_a = 29 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ et de vapeur d'eau de masse molaire $M_e = 18 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$. On donne : $R = 8,3 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$

Données :

Intensité de la pesanteur : $g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$;

Viscosité dynamique de l'air : $\eta_a = 2 \cdot 10^{-5} \text{ Pa} \cdot \text{s}$;

Viscosité dynamique de l'eau : $\eta_e = 1 \cdot 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}$;

Masse volumique de l'air : $\rho_a = 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$;

Masse volumique de l'eau : $\rho_e = 1 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$;

Les résultats des applications numériques sont attendus avec 1 chiffre significatif.

I.1 – Formation des nuages

On modélise les transformations thermodynamiques dues à une ascension verticale d'une bulle d'air humide. Au cours de cette ascension, la bulle d'air reste constamment en équilibre mécanique avec l'air de l'atmosphère.

On donne au niveau du sol : $T_0 = 300 \text{ K}$, $P_0 = 1 \text{ bar}$ et $e = 1,3\%$ le taux d'humidité dans l'air.

On supposera que cette valeur est constante tant qu'il n'y a pas liquéfaction.

On considère dans un premier temps le cas d'une atmosphère isotherme au repos. On note $P(z)$ la pression qui règne à l'altitude z .

1. Faire un bilan des forces s'exerçant sur une tranche de fluide, comprise entre les altitudes z et $z + dz$ (figure 1). En déduire l'équation fondamentale de la statique des fluides.

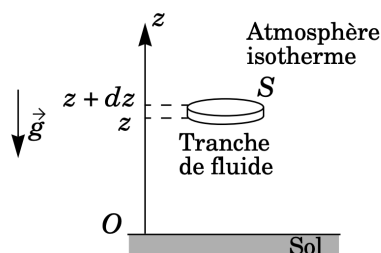


Figure 1 : tranche de fluide dans le modèle de l'atmosphère isotherme

2. Montrer que la pression partielle de l'air sec isotherme varie avec l'altitude z (origine au niveau du sol) selon la loi :

$$P(z) = P^0 \exp\left(-\frac{z}{H_a}\right)$$

avec $H_a = \frac{RT_0}{M_a g}$ et P^0 la pression partielle au niveau du sol.

Les données transmises par un ballon-sonde au cours de la traversée de la troposphère et de la basse stratosphère permettent de tracer les profils réels de température et de pression régnant à la verticale d'une station météo. Les résultats expérimentaux sont rassemblés sur la figure 2 ci-après.

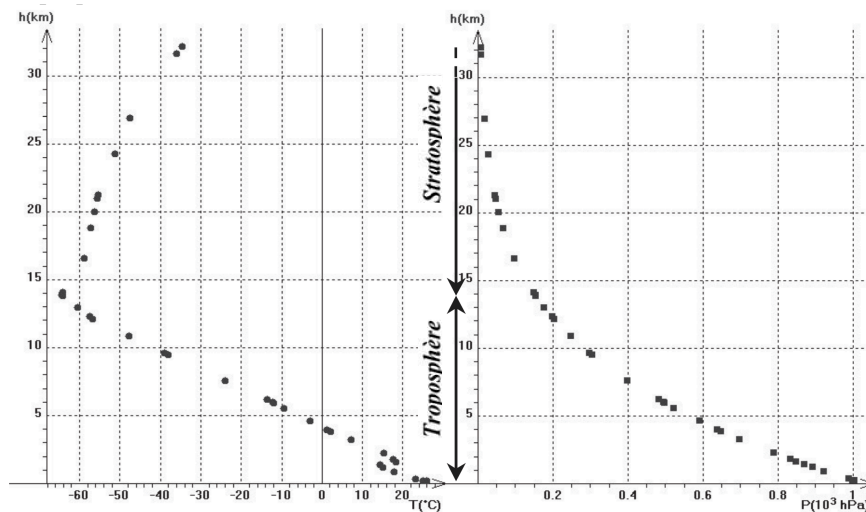


Figure 2 : relevés de température et de pression dans la troposphère et la stratosphère

3. Indiquez ce que vous pensez du modèle vu précédemment de l'atmosphère isotherme pour décrire la troposphère. On comparera le profil réel de température et de pression avec les résultats du modèle.

On cherche à affiner le modèle précédent en considérant cette fois dans la troposphère un profil de température de la forme : $T(z) = T_0 - az$ avec T_0 et a des paramètres constants.

4. Commenter le choix de ce profil de température et évaluer numériquement T_0 et a .
5. Établir l'équation vérifiée par $P(z)$.
6. En déduire l'expression de $P(z)$ puis de la pression partielle en vapeur d'eau $P_e(z)$.

On admet de plus que, selon la loi de Rankine, $\ln(P_S) = A - \frac{B}{T}$, P_S étant la pression de vapeur saturante exprimée en bars et T la température en K . On donne $A = 13,28$ et $B = 4925 K$.

7. En déduire l'expression de $P_S(z)$.

Les courbes relatives à $P_S(z)$ et $P_e(z)$ ont été tracées à l'aide d'un programme Python ® et sont présentées dans la figure 3 ci-dessous :

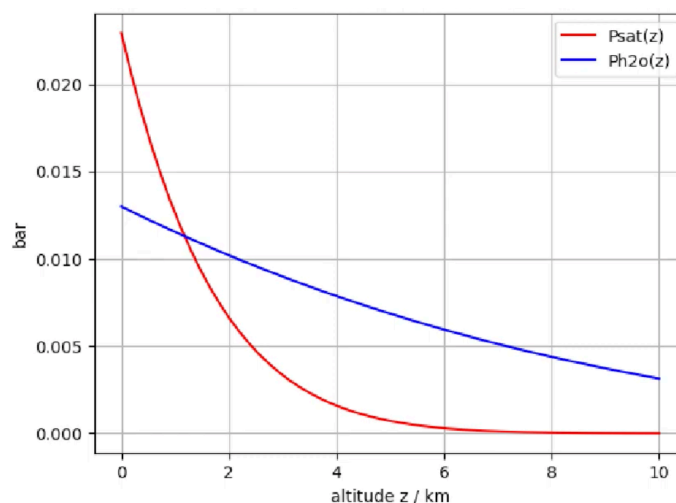


Figure 3 : Tracé de $P_S(z)$ (en rouge) et de $P_e(z)$ (en bleu)

8. Déterminer, en justifiant, l'altitude à laquelle il y aura formation d'eau liquide dans la bulle et donc de nuages.

I.2 – Chute d'une gouttelette d'eau dans l'air

Les gouttelettes d'un nuage en suspension grossissent en se réunissant sous l'effet des courants atmosphériques jusqu'à atteindre une taille critique, au-delà de laquelle elles tombent sous forme de pluie.

On étudie la chute d'une gouttelette d'eau sphérique de masse volumique ρ_e et de rayon constant $R = 0,1 \text{ mm}$ dans une atmosphère sèche, constituée d'air de masse volumique ρ_a et de viscosité dynamique η_a . Lors de sa chute dans l'air, la goutte animée d'un mouvement à la vitesse v subit une force de frottement appelée force de traînée dont l'expression est :

$$\vec{F}_t = -\frac{1}{2} C_D \rho_{air} \pi R^2 ||\vec{v}|| \vec{v}$$

où C_D est le coefficient de traînée qui dépend du nombre de Reynolds Re .

On rappelle que si $Re < 1$, alors $C_D = \frac{24}{Re}$

On néglige tout phénomène d'évaporation au cours de cette chute. À l'instant $t = 0$, la gouttelette quitte le nuage d'où elle provient sans vitesse initiale. On définit l'axe (Oz) vertical descendant, comme représenté sur la figure 4.

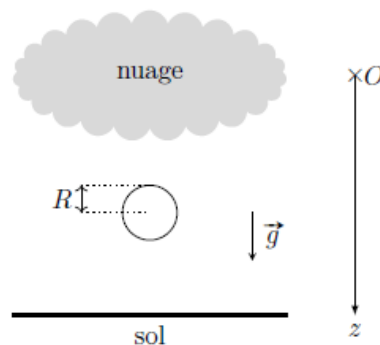


Figure 4 : Chute d'une gouttelette d'eau de rayon constant R dans une atmosphère sèche.

9. Établir l'expression de la force de traînée avec l'hypothèse $Re < 1$.
10. Établir l'équation différentielle vérifiée par la vitesse. En déduire que la gouttelette atteint une vitesse limite v_L que l'on exprimera en fonction de ρ_{eau} , η_{air} , R et g .
11. Pour une gouttelette de rayon $R = 0,1 \text{ mm}$, calculer v_L . En supposant que cette vitesse limite est atteinte très rapidement, évaluer la durée de chute d'une gouttelette de rayon $R = 0,1 \text{ mm}$ depuis la base du nuage à $H = 500 \text{ m}$ jusqu'au sol.
12. Calculer numériquement le nombre de Reynolds de l'air qui s'écoule autour de la gouttelette au cours de sa chute puis conclure.

On considère maintenant le mélange {air + pluie} comme un milieu continu de masse volumique $\rho_{pluie} = 1,205 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ tombant verticalement avec une vitesse verticale $U(z)$ mesurée par rapport au sol. On considère ce fluide comme un fluide parfait incompressible s'écoulant de façon stationnaire dans un cylindre de section S depuis la base du nuage.

Pour les questions suivantes, la vitesse de chute de ce fluide sera prise égale à $3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ au niveau du sol.

13. Calculer le débit de volume D_v des précipitations tombant sur une surface $S = 10 \text{ km}^2$.
14. Sachant que la masse volumique de l'air sec vaut $\rho_{air} = 1,2 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, déterminer la masse d'eau liquide contenue dans 1 m^3 du mélange {air + pluie}. En déduire le débit de masse d'eau $D_{m,eau}$.
15. En déduire la durée de l'averse en supposant que le nuage contient 300 000 tonnes d'eau.

I.3 – Hygromètre à condensation

Un hygromètre à condensation est un appareil qui sert à mesurer l'humidité (vapeur sèche) dans un mélange gazeux. Il est fondé sur la mesure de la température du point de rosée, laquelle dépend de façon univoque du taux d'humidité, comme le décrit la théorie des diagrammes binaires. On injecte le gaz contenant de la vapeur d'eau sèche sous un débit contrôlé, il entre ensuite en contact avec un miroir placé dans l'appareil.

Un faisceau lumineux est réfléchi sur le miroir sous un angle d'incidence i et il est envoyé à un récepteur (Figure 5). Par la suite, on refroidit le miroir jusqu'à ce que de la condensation se forme sur ce dernier ; l'intensité du faisceau lumineux est alors atténuée, et on peut mesurer la température de rosée.

On rappelle que le point de rosée ou température de rosée est la température la plus basse qu'une masse d'air peut atteindre, à pression et humidité données, sans qu'il ne se forme d'eau liquide par saturation.

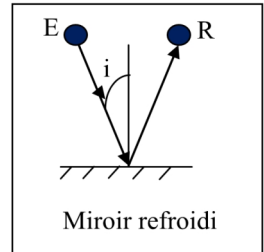


Figure 5 : Rayon lumineux réfléchi par le miroir

En présence de la couche d'eau (d'épaisseur e et d'indice optique n) qui s'est condensée sur le miroir, le rayon lumineux incident se partage entre un rayon lumineux R_1 qui se réfléchit sur la face supérieure de la couche d'eau et un rayon R_2 qui s'y réfracte (angle r) puis se réfléchit sur le miroir puis se réfracte à nouveau, cette fois-ci dans le sens eau vers air (Fig 6).

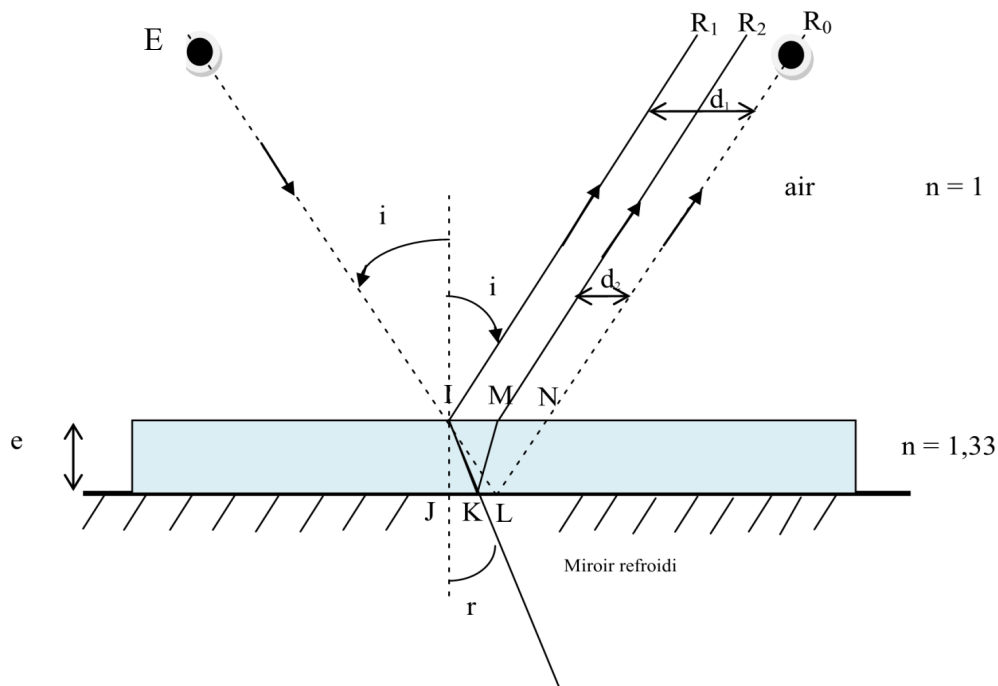


Figure 6 : Trajets des rayons lumineux en présence d'une fine couche d'eau sur le miroir

16. Rappeler les lois de Snell-Descartes pour la réflexion et la réfraction.
17. Reproduire sur un schéma le trajet EIKMR₂ en faisant apparaître les différents angles.
18. Indiquer en justifiant la réponse s'il est possible d'observer une réflexion totale au point I. Même question au point M.
19. Expliquer pourquoi les rayons R₁ et R₂ sont atténués par rapport au rayon R₀ qui se réfléchit sur le miroir lorsque l'air est sec.
20. Exprimer, en fonction de e , i et r les distances d_1 et d_2 mesurées horizontalement dont sont décalés les rayons R₁ et R₂ par rapport au rayon R₀. En déduire l'expression de d_2 en fonction de e , i et n . Conclure sur l'intérêt d'un tel dispositif.

Problème II – Dynamique des fluides parfaits et visqueux

Données : Masse volumique de l'eau : $\rho_{eau} = 1 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$

Masse volumique de la glace : $\rho_{glace} = 0,917 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$

Norme de l'accélération de la pesanteur : $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

II.1 – Écoulement dans une conduite forcée

Une centrale hydroélectrique centrale est alimentée par une conduite d'eau cylindrique de diamètre D dite conduite principale qui se scinde ensuite en trois conduites cylindriques d'eau parallèles dites conduites forcées de même diamètre d . On suppose que l'eau sortant d'une des conduites forcées est à la pression atmosphérique $P_0 = 1 \text{ bar}$. L'axe (Oz) est pris ici vertical ascendant avec le niveau $z = 0$ correspondant au niveau de la sortie S de la conduite forcée. On se placera dans les conditions d'application de la relation de Bernoulli. La vitesse dans la conduite principale vaut $v_P = 7,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ tandis que la vitesse v_F dans une conduite forcée est $v_F = 18 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. On donne $D = 7,1 \text{ m}$.

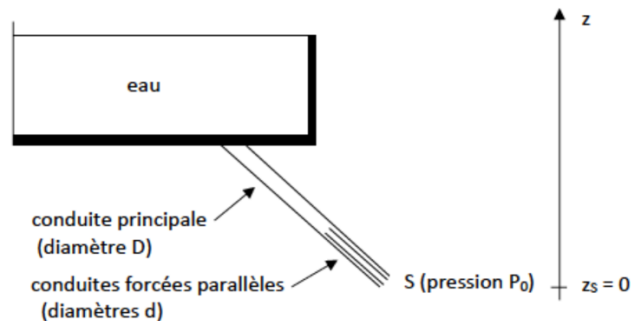


Figure 7 : Schématisation du réservoir d'eau et des conduites

1. Dédurre des données précédentes, le diamètre d des conduites forcées et faire l'application numérique.
2. Rappeler la relation de Bernoulli ainsi que ses hypothèses d'application.
3. Montrer que la pression à l'intérieur de la conduite forcée peut s'écrire :

$$P(z) = P_0 \left(1 - \frac{z}{z_0} \right)$$

On donnera l'expression de z_0 et on calculera sa valeur numérique.

4. La pression de vapeur saturante de l'eau à la température ambiante est $P_{sat} = 3 \cdot 10^3 \text{ Pa}$. Montrer qu'au-dessus d'une certaine hauteur notée z_{cav} dans la conduite forcée, apparaissent des bulles de gaz. Ce phénomène, appelé cavitation, crée de nombreux problèmes (corrosion, ondes sonores) qui nuisent au bon fonctionnement de l'installation et doit être limité. Faire l'application numérique pour z_{cav} .

II.2 – Écoulement d'un glacier

Du fait de leur plasticité, les glaciers s'écoulent lentement sous l'effet de la gravité avec une vitesse d'écoulement très variable selon la pente, la topographie du lit rocheux ou l'épaisseur de la glace. La vitesse moyenne est de l'ordre de quelques centimètres à quelques dizaines de centimètres par jour, le record revenant au glacier Kangerdlugssuaq dans le Groënland où la vitesse moyenne atteinte est de 14 kilomètres par an. Par ailleurs, les glaciers ne sont pas des masses compactes de glace. Ils sont traversés par un réseau hydrographique de canaux qui collectent et véhiculent l'eau liquide formée en surface.

Cette partie propose d'étudier, sur la base du modèle de Poiseuille, l'écoulement d'un glacier sous l'effet de la gravité.

On considère l'écoulement stationnaire d'un fluide visqueux newtonien de viscosité dynamique η , incompressible de masse volumique ρ , dans une conduite cylindrique horizontale de rayon R et d'axe de symétrie de révolution (Ox) . Il règne dans la conduite un gradient horizontal de pression noté $\frac{dp}{dx}$ (avec $\frac{dp}{dx} < 0$), supposé indépendant de x .

En un point M de l'écoulement, la vitesse de l'écoulement s'écrit $\vec{v}(M) = v(r) \cdot \vec{e}_x$, où r est la distance entre le point M et l'axe (Ox) et $\vec{e}_x$ un vecteur unitaire orientant l'axe (Ox) (voir figure 8 ci-dessous).

On admet que le fluide adhère aux parois de la conduite, ce qui se traduit par $v(R) = 0$.

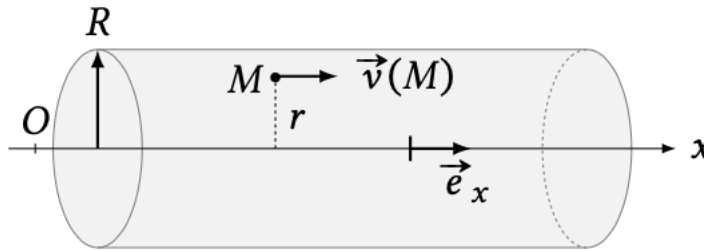


Figure 8 : Conduite cylindrique de rayon R et d'axe (Ox) .

5. À l'aide d'un bilan de quantité de mouvement appliqué à un système fermé à définir, établir l'expression suivante de la vitesse d'écoulement, en prenant soin d'explicitier chaque étape du raisonnement :

$$\vec{v}(M) = \frac{r^2 - R^2}{4\eta} \frac{dp}{dx} \vec{e}_x \quad (1)$$

La force de viscosité $\vec{f}_v$ que le fluide situé à l'extérieur du cylindre de rayon r , de longueur L et d'axe (Ox) exerce sur le fluide contenu dans ce cylindre s'écrit :

$$\vec{f}_v = 2\pi r L \eta \frac{dv}{dr} \vec{e}_x$$

6. En déduire l'expression du débit de volume Q en fonction de R , η et $\frac{dp}{dx}$.
7. En déduire la dimension de la viscosité dynamique η en fonction des dimensions fondamentales suivantes : longueur, masse et temps.

On choisit de modéliser l'écoulement de la Mer de glace par l'écoulement de Poiseuille stationnaire d'un fluide visqueux newtonien incompressible s'écoulant dans la moitié inférieure d'une conduite cylindrique sous le seul effet de la gravité, ce qui impose de remplacer dans l'expression (1) de la vitesse d'écoulement $\frac{dp}{dx}$ par $-\rho_g g \sin \alpha$ où ρ_g est la masse volumique de la glace, g l'accélération de la pesanteur et α l'angle qui mesure la pente moyenne de la Mer de glace.

8. À partir d'une analyse de la figure 9, proposer au moins un argument en faveur et au moins un argument en défaveur de ce choix de modélisation de l'écoulement du glacier par un écoulement de Poiseuille.
9. Établir dans ce modèle l'expression de la vitesse maximale d'écoulement.

La question suivante n'est pas guidée et demande une prise d'initiative de la part du candidat. Les pistes de recherche doivent être consignées par le candidat sur sa copie. L'évaluation de la réponse à cette question tient autant compte de la démarche entreprise que des résultats obtenus.

10. En utilisant les données quantitatives disponibles dans le document 2 et en particulier sur la figure 9, proposer une estimation de l'ordre de grandeur de la viscosité dynamique de la glace. Comparer l'ordre de grandeur obtenu avec la valeur estimée usuelle de la viscosité de la glace de l'ordre de $10^{13} \text{ Pa} \cdot \text{s}$. Commenter.

Document 2 – L'écoulement de la Mer de glace

Source : (http://www.geoglaciaire.net/images/documents/Reynaud_Louis_Mer_de_glace.pdf) et WIKIPÉDIA

Les glaciers du massif du Mont Blanc s'étendent en France, Suisse et Italie; ils couvrent quelque 150 km^2 (dont 110 km^2 en France). Le plus grand glacier des Alpes françaises est la Mer de glace : 12 km de longueur et 40 km^2 de superficie. La Mer de glace naît sur le plateau du Géant (de 3600 m à 2800 m d'altitude) et descend jusqu'à une altitude de 1500 m. Sa pente moyenne est voisine de 11° .

Document 2 (suite) – L'écoulement de la Mer de glace

La répartition des vitesses en surface et dans une section transversale du Glacier du Tacul (tronçon de la Mer de glace à l'aplomb du refuge de l'Envers des Aiguilles) est représentée sur la figure suivante.

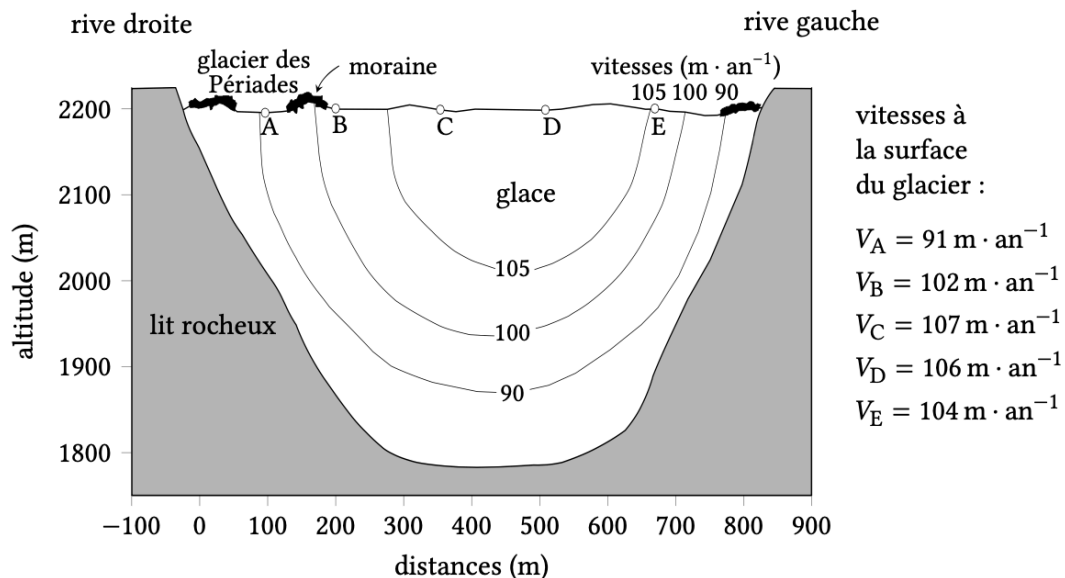


FIGURE 9 – Répartition des vitesses dans une section transversale du Glacier du Tacul.

La figure montre que la vitesse est pratiquement constante en surface au centre, par contre, elle varie très rapidement dans la centaine de mètres près des rives, pour tomber à quelques mètres par an de glissement sur les bords. En profondeur, les courbes d'égales vitesses peuvent être schématisées par des cercles concentriques.