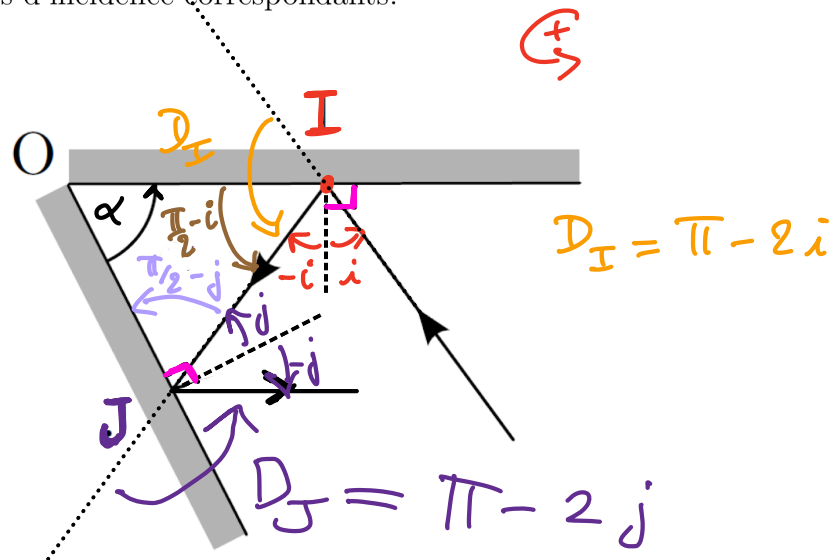


2 Déviation d'un rayon lumineux par deux miroirs

Deux miroirs plans d'arête commune passant par O forment entre eux un angle α . Un rayon incident frappe l'un des miroirs puis se réfléchit sur l'autre. On note I et J les points d'incidence successifs, i et j les angles d'incidence correspondants.



2.1 Exprimer en fonction de l'angle i la déviation angulaire D_I du rayon lors de la réflexion au point I. De même, exprimer D_J en fonction de j .

cf schéma : $D_I = \pi - 2i$ et $D_J = \pi - 2j$

2.2 En considérant le triangle (OIJ), établir la relation entre les angles i , j et α .

la somme des angles de ce triangle donne :

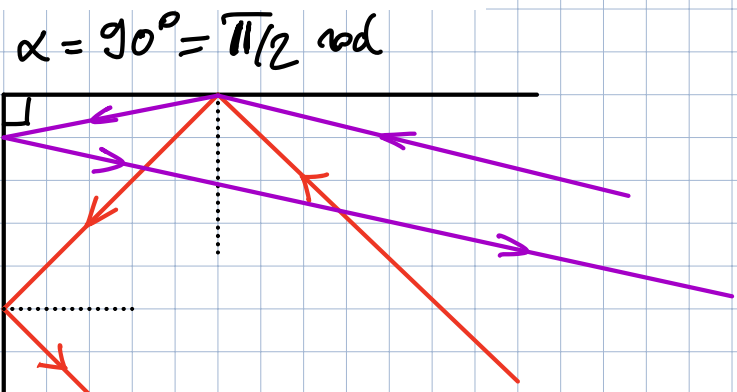
$$\alpha + \cancel{\frac{\pi}{2} - i} + \cancel{\frac{\pi}{2} - j} = \cancel{\pi} \Rightarrow \boxed{\alpha = i + j}$$

2.3 En déduire la déviation totale D du rayon lumineux lors des deux réflexions, en fonction de l'angle α uniquement.

$$\text{On } D = D_I + D_J = 2\pi - 2(i + j) = 2\pi - 2\alpha$$

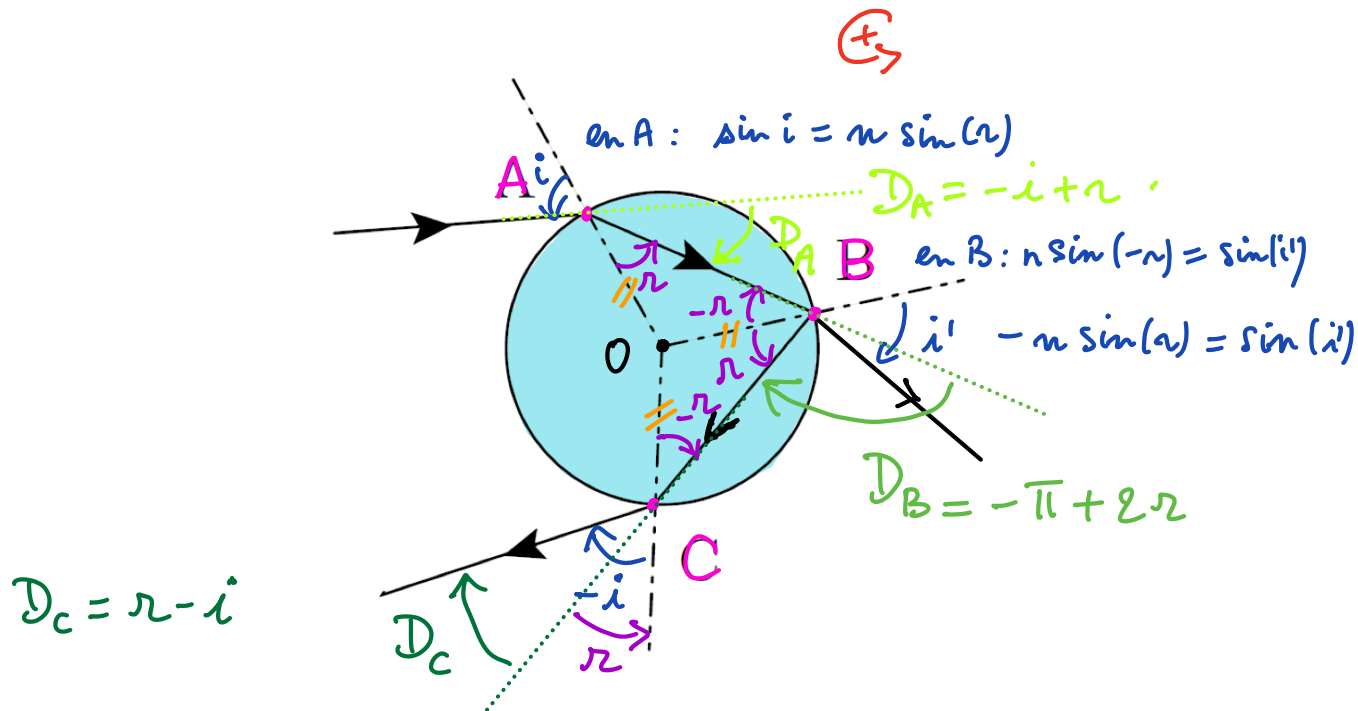
2.4 Que se passe-t-il si les miroirs forment un angle droit ?

Si $\alpha = \frac{\pi}{2}$ alors $D = \pi$



4 La goutte d'eau qui...

Le phénomène de l'arc-en-ciel² est dû au caractère dispersif des gouttes d'eau en suspension dans l'air, qui ne dévient pas toutes les différentes couleurs de la même manière.



On considère une goutte d'eau, supposée sphérique, d'indice de réfraction $n = 1,33$, l'indice de l'air étant pris égal à 1,00. Un rayon arrive sur la goutte, subit une première réfraction en A, puis une réflexion en B, avant de sortir de la goutte en subissant une dernière réfraction en C. On note i et r les angles respectivement d'incidence et de réfraction au point A.

4.1 Expliquer pourquoi la réflexion en B ne peut pas être totale.

Notons i' l'angle de réfraction en B et montrons qu'il existe.
 le rayon qui arrive en B est forcément passé par A, donc
 l'angle d'incidence en B vaut $-r$ (OAB isocèle).

$$\text{En A : } \sin(i) = n \sin(r) \quad (1)$$

$$\text{En B : } n \sin(-r) = \sin(i') \quad (\Rightarrow) \quad -n \sin(r) = \sin(i') \quad (2)$$

$$(1) \text{ et } (2) \Rightarrow \sin(i) = -\sin(i') \Rightarrow i' = -i$$

On voit donc que l'angle i' existe forcément, il y aura bien réfraction en B.

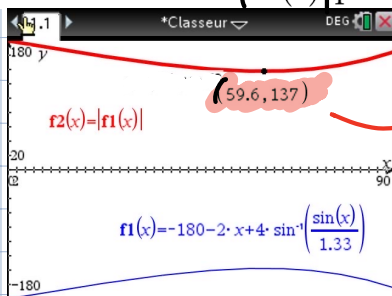
4.2 En additionnant les déviations angulaires subies, déterminer l'expression de la déviation totale D du rayon en fonction de i et de r .

cf schéma :
$$\begin{aligned} D &= D_A + D_B + D_C \\ &= r - i - \pi + 2r + r - i \\ &= 4r - 2i - \pi \end{aligned}$$

Or d'après (1) : $r = \arcsin\left(\frac{\sin(i)}{n}\right)$

d'où $D = -2i - \pi + 4 \arcsin\left(\frac{\sin(i)}{n}\right) < 0$

4.3 En déduire l'expression de la fonction mathématique $|D(i)|$. À l'aide de la calculatrice, tracer l'allure de la courbe $|D(i)|$ pour $0^\circ < i < 90^\circ$.



$|D(i)| > 0$

on relève $D_m = 137^\circ$ pour $i = i_m = 59,6^\circ$.

$D(i) < 0$

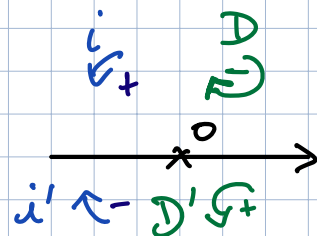
4.4 Pour quelle valeur d'angle d'incidence i_m la déviation $|D|$ est-elle minimale? Que vaut, le minimum de déviation D_m ?

$|D|$ est minimale pour $i_m = 59,6^\circ$ et vaut alors $D_m = 137^\circ$.

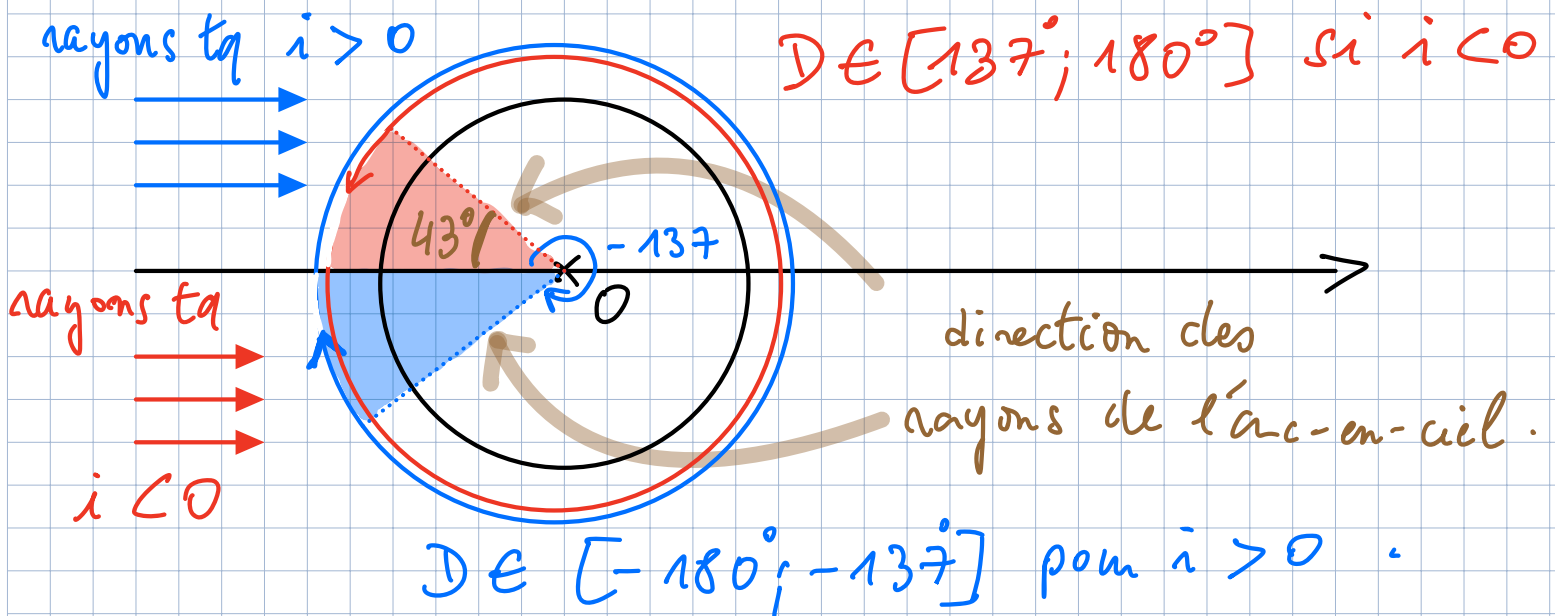
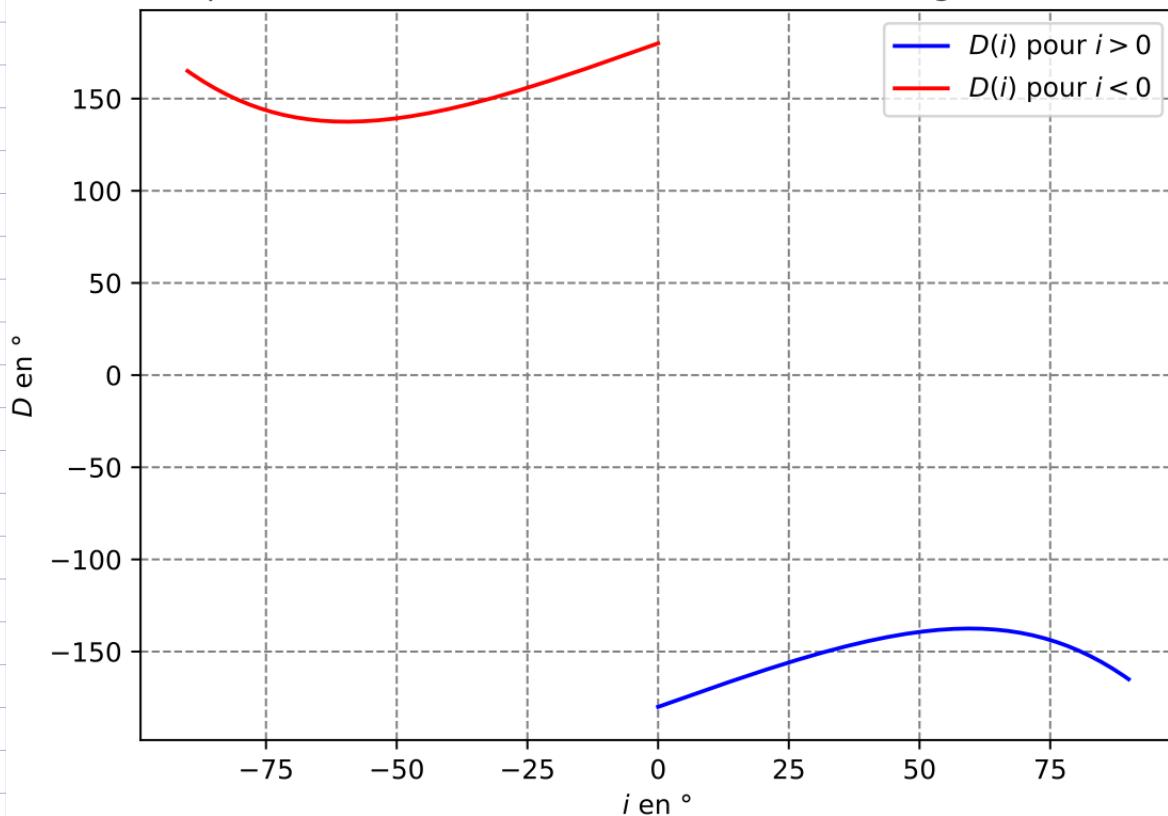
• Pour l'étude complète du phénomène d'arc-en-ciel, il faut distinguer les cas $i > 0$ et $i < 0$.

Nous avons vu sur le schéma que pour $i > 0$ alors $D(i) < 0$.

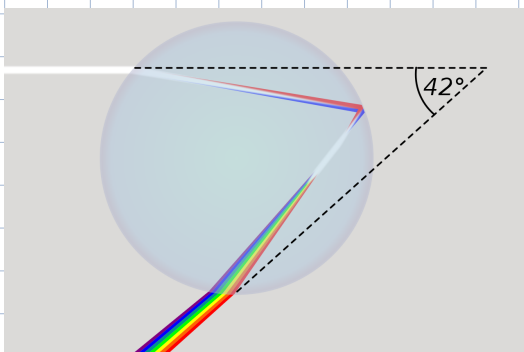
Si on trace le symétrique de ce schéma par rapport à un axe horizontal passant par O , alors on remarque qu'un angle $i' = -i < 0$ donne une déviation $D(i') = -D(i) > 0$



Arc primaire : Déviation totale en fonction de l'angle d'incidence

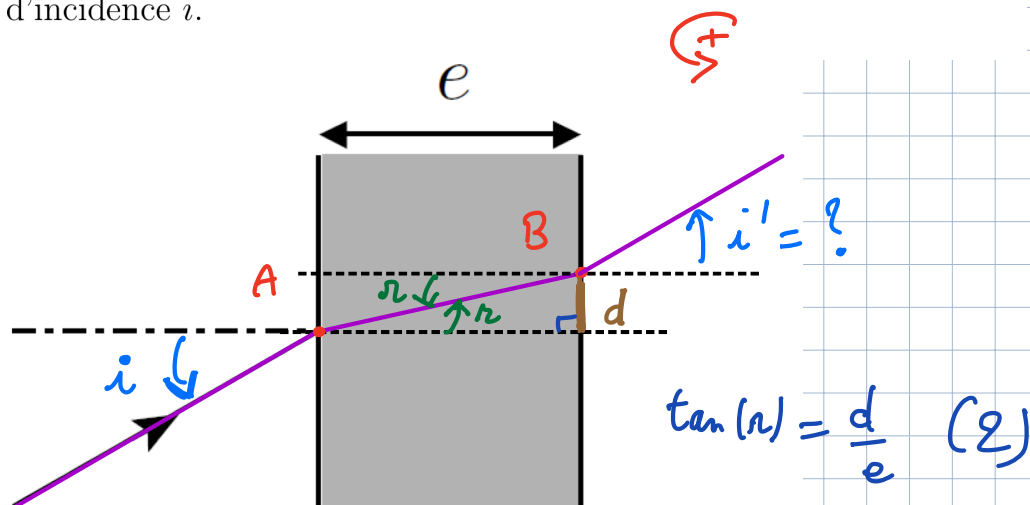


Comme D_m dépend de n et donc de λ , on observe l'arc en ciel dans un cône d'angle au sommet $\approx 43^\circ$



5 Rayon traversant une vitre

Un rayon lumineux traverse une vitre d'épaisseur e et d'indice n (l'indice de l'air est pris égal à 1,00), avec un angle d'incidence i .



5.1 Montrer que le rayon ressort de la vitre en conservant la même direction.

$$\left. \begin{array}{l} \text{en A: } \sin(i) = n \sin(r) \\ \text{en B: } n \sin(r) = \sin(i') \end{array} \right\} \sin(i) = \sin(i')$$

$\Rightarrow$ on en déduit que $i = i'$, le rayon émergent de la vitre a donc bien la même direction que le rayon incident (celui qui arrive sur la face d'entrée).

5.2 Pour un angle d'incidence i petit, exprimer en fonction de n , e et i la déviation latérale d subie par le rayon incident lors de la traversée de la vitre.

Rappel : Si $\epsilon \ll 1$ et exprimé en rad alors $\cos(\epsilon) \approx 1$; $\sin(\epsilon) \approx \epsilon$ et $\tan(\epsilon) \approx \epsilon$.

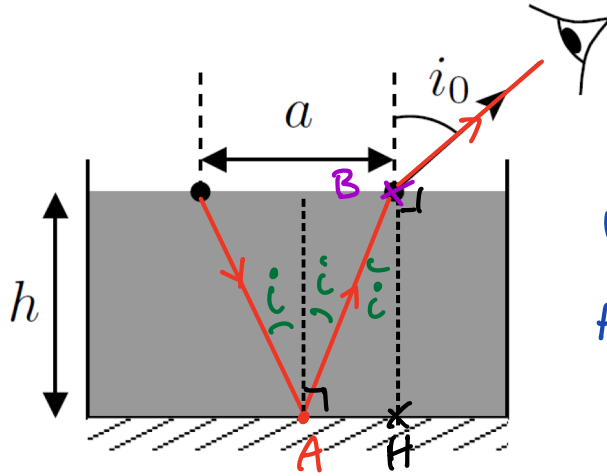
Alors $\sin(i) = n \sin(r) \Rightarrow i = nr$ $\triangle$ i et r en rad.

et $d = \tan(r) \times e \Rightarrow d = r \times e$.

Au final : $d = \frac{i \times e}{n}$

6 Mesure de l'indice d'un liquide

Deux fils parallèles, distants de a , sont maintenus à la surface d'un liquide d'indice n . Le liquide est placé dans une cuve dont le fond est argenté, sur une hauteur h . On observe l'un des fils sous une incidence i_0 donnée, et on règle h de manière à ce que l'image de l'autre fil, après réflexion sur le miroir puis réfraction au niveau du dioptre eau $\rightarrow$ air, coïncide avec le fil observé.



Pythagore:

$$\begin{aligned} AB^2 &= AH^2 + HB^2 \\ &= \left(\frac{a}{2}\right)^2 + h^2 \\ &= \frac{a^2}{4} + h^2 \end{aligned}$$

6.1 Représenter le trajet du rayon lumineux observé issu de l'autre fil.

6.2 En déduire l'expression de n en fonction de i_0 , a et h .

En B : $\sin(i_0) = n \sin(i)$ (1)

Dans le triangle ABH : $\sin(i) = \frac{AH}{AB} = \frac{a/2}{\sqrt{a^2/4 + h^2}}$

$$\Rightarrow \sin(i) = \frac{a}{2\sqrt{\frac{a^2}{4} + h^2}} = \frac{a}{\sqrt{4\left(\frac{a^2}{4} + h^2\right)}} = \frac{a}{\sqrt{a^2 + 4h^2}}$$

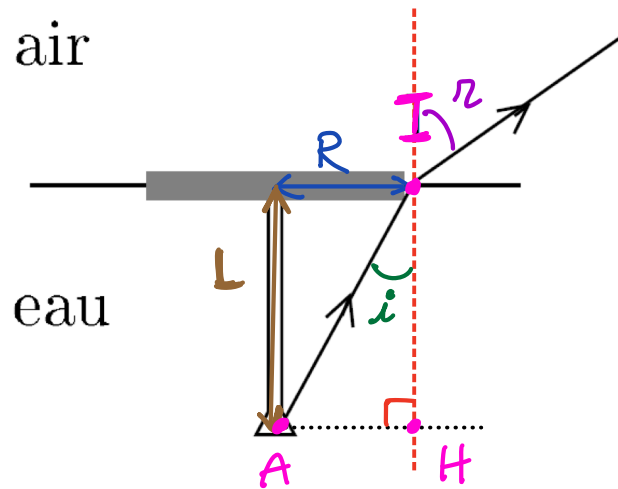
Au final (1) $\Rightarrow$ $n = \frac{\sin(i_0)}{\sin(i)} = \frac{\sin(i_0)\sqrt{a^2 + 4h^2}}{a}$

7 Prisme à réflexion totale

On souhaite que le trajet des rayons lumineux soit le suivant dans un prisme à 45° . Le milieu environnant est l'air d'indice 1,00.

8 Clou planté dans un bouchon

On dispose sur un plan d'eau une rondelle de liège de rayon R et d'épaisseur négligeable au centre de laquelle on a planté un clou de longueur L , perpendiculairement à la rondelle. On note n_1 indice de refraction de l'eau, celui de l'air étant pris égal à 1,00.



8.1 Déterminer à partir de quelle longueur limite L_{lim} du clou le rayon passant par l'extrémité I de la rondelle est totalement réfléchi.

Il y aura réflexion totale en I pour le rayon du dessin si :

$$n \sin(i) > 1 \quad (1)$$

* Exprimons $\sin(i)$ en fonction de L et R dans le triangle IAH.

$$\sin(i) = \frac{AH}{AI} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + L^2}}$$

$$\text{alors } (1) \Leftrightarrow \frac{R \times n}{\sqrt{R^2 + L^2}} > 1 \Leftrightarrow nR > \sqrt{R^2 + L^2}$$

$$\Leftrightarrow n^2 R^2 > R^2 + L^2 \Leftrightarrow n^2 R^2 - R^2 > L^2$$

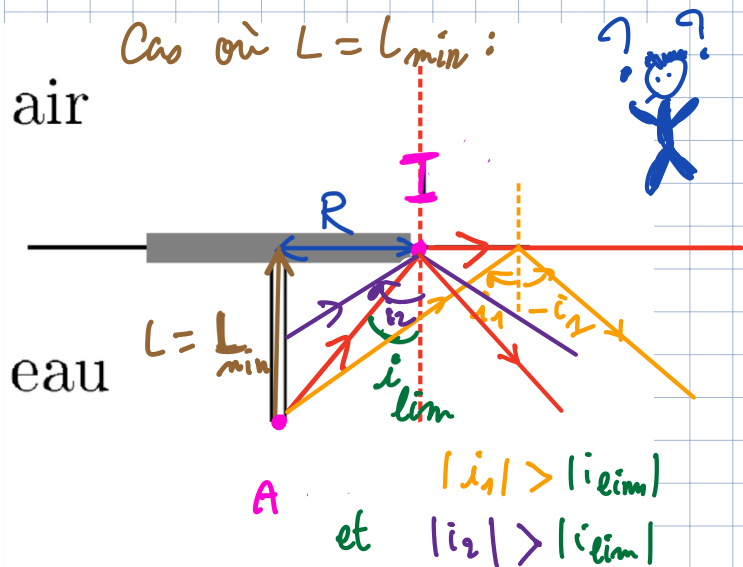
$$\Leftrightarrow L^2 < R^2 (n^2 - 1) \Leftrightarrow \sqrt{L^2} < \sqrt{R^2 (n^2 - 1)}$$

$$\Leftrightarrow L < \underbrace{R \sqrt{n^2 - 1}}_{L_{lim.}}$$

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \sqrt{b}.$$

$$(xy)^x = x^x y^x$$

8.2 Dans le cas où $L = L_{min}$, que peut-on alors dire des autres rayons qui arrivent sur le dioptre eau $\rightarrow$ air ? Que voit un observateur qui regarde depuis l'air en dessous de la rondelle ?

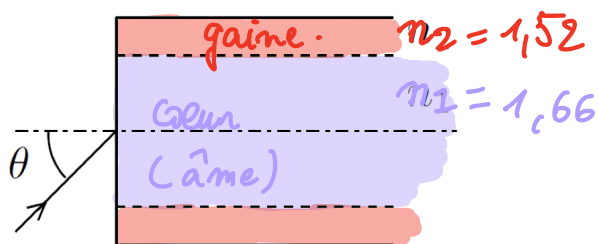
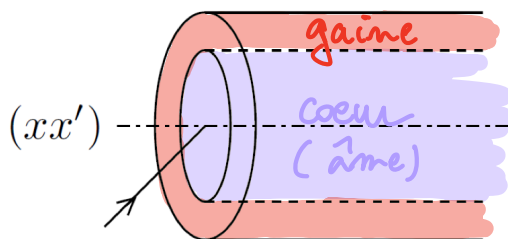


Si $L = L_{min}$ alors $i = i_{lim}$
(angle d'incidence limite cf. schéma)
On remarque que tout autre rayon partant du clou, arrive sur le dioptre avec un angle d'incidence supérieur à i_{lim} , il est donc totalement réfléchi.

$\leadsto$ l'observateur ne voit pas le clou

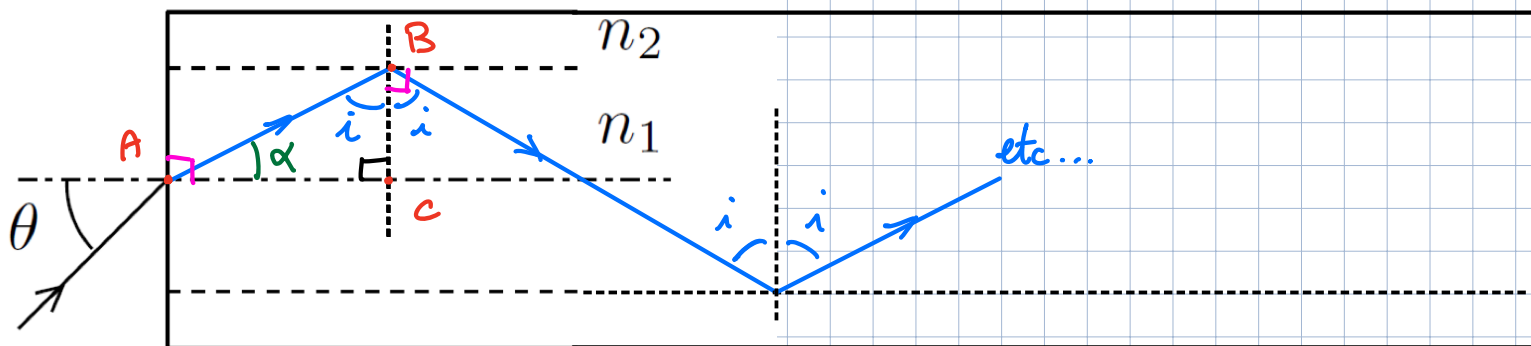
9 Fibre optique à saut d'indice

Une fibre optique est formée d'un cœur cylindrique transparent, d'indice de réfraction $n_1 = 1,66$, entouré d'une gaine transparente d'indice $n_2 = 1,52$. On note (xx') l'axe de révolution de la fibre, supposée rectiligne. Un rayon lumineux issu de l'air (d'indice égal à 1,00) arrive sur le cœur au niveau de l'axe de révolution, avec un angle d'incidence θ .



Vue en coupe

9.1 Tracer l'allure du trajet du rayon lumineux dans la fibre, en supposant que le rayon reste confiné à l'intérieur du cœur.



9.2 Établir la condition que doit vérifier l'angle d'incidence i au niveau du dioptré formé par le cœur et la gaine pour que le rayon reste confiné dans le cœur.

- Si le rayon réfracté existe en B, notons r l'angle de réfraction.
Loi de Descartes en B : $n_1 \sin(i) = n_2 \sin(r)$ (1)
- Quand $r = \frac{\pi}{2}$, on est à la limite de la réflexion totale et (1) devient $n_1 \sin(i_{lim}) = n_2 \sin(\frac{\pi}{2}) \Leftrightarrow n_1 \sin(i_{lim}) = n_2$ (2)

Il y aura réflexion totale en B si : $i > i_{lim} = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$

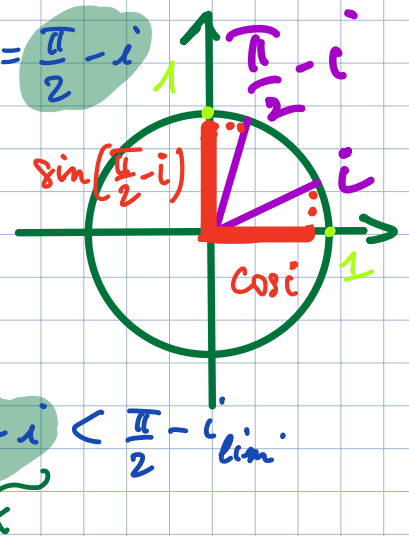
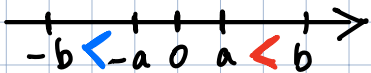
- * Rq : On aurait pu écrire directement qu'il y a réflexion totale si $n_1 \sin(i) > n_2$ (ce qui revient à écrire $\sin(r) > 1$ dans (1))
 $\Leftrightarrow i > \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right) = i_{lim}$

(car n n'existe pas)

9.3 Calculer l'angle limite θ_{lim} pour lequel le confinement est assuré.

- Dans le triangle ABC : $\alpha + i + \frac{\pi}{2} = \pi \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{2} - i$
- Loi de Descartes en A : $\sin(\theta) = n_1 \sin(\alpha)$
 $\Leftrightarrow \sin(\theta) = n_1 \sin\left(\frac{\pi}{2} - i\right)$

$\cos(i)$



Il y aura réflexion totale si $i > i_{lim} \Leftrightarrow \frac{\pi}{2} - i < \frac{\pi}{2} - i_{lim}$

$$\Leftrightarrow \underbrace{n_1 \times \sin(\alpha)}_{\sin(\theta)} < \underbrace{\sin\left(\frac{\pi}{2} - i_{lim}\right)}_{\cos(i_{lim})} \times n_2 \quad (4)$$

$$\text{Or } n_1 \cos(i_{lim}) = n_1 \sqrt{1 - \sin^2(i_{lim})} = n_1 \sqrt{1 - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2} = \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$$

$$(4) \Leftrightarrow \theta < \arcsin\left(\sqrt{n_1^2 - n_2^2}\right) = \theta_{lim}$$

Rappel : $\cos^2 x + \sin^2 x = 1 \Rightarrow \cos x = \sqrt{1 - \sin^2 x}$

$$\sin^2(i_{\text{lim}}) = \left(\sin(i_{\text{lim}}) \right)^2 = \left(\sin\left(\arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right)\right) \right)^2$$

$$= \left(\frac{n_2}{n_1} \right)^2.$$

