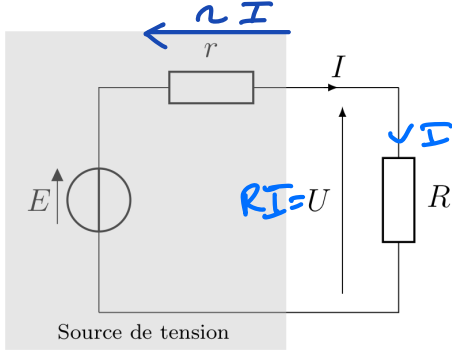


3 Adaptation d'impédance



On prendra $E = 2V$ et $r = 1\Omega$.

On considère le circuit ci-contre en régime continu. E représente la f.é.m. d'un générateur réel de tension et r sa résistance interne (ou résistance de sortie). R représente un conducteur ohmique utilisé comme dipôle de charge.

3.1 Donner l'expression de I l'intensité circulant dans le circuit en fonction de E , r et R .
d'après la loi des mailles :

$$E = U + rI$$

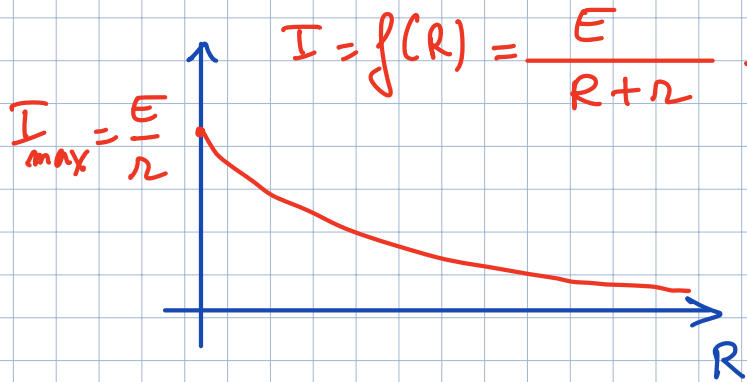
$$E = RI + rI$$

$$E = I(R + r)$$

$$\boxed{\frac{E}{R + r} = I}$$

$$\text{ou } U = RI$$

$$I = \frac{U}{R}$$



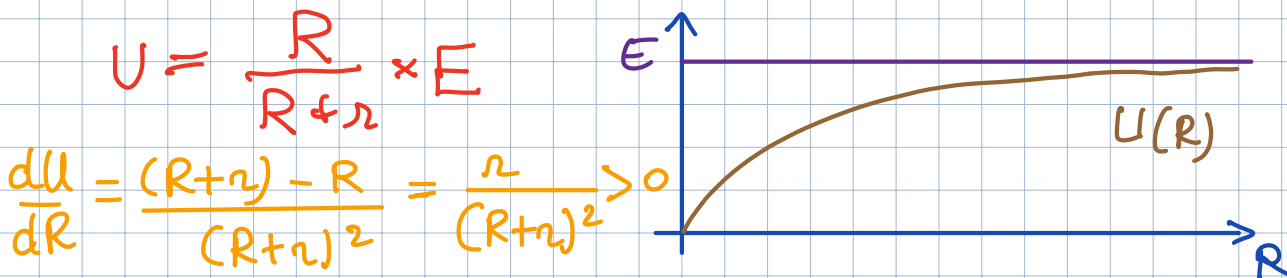
3.2 Pour quelle valeur de R , I est-elle maximale (adaptation en courant) ?

I est maximale pour $R = 0$ et alors $I_{\max} = \frac{E}{r}$.

3.3 A l'aide d'un diviseur de tension, donner l'expression de U en fonction de E , r et R .

On reconnaît un pont diviseur de tension :

$$U = \frac{R}{R + r} \times E$$



3.4 Comment évolue U pour R variant de 0 à l'infini ?

Si R est un rhéostat variant de 0 à 100Ω , pour quelle valeur de R , U est-elle maximale (adaptation en tension) ?

$U(R)$ est strictement croissante et varie de 0 (pour $R = 0\Omega$) à E (pour $R \rightarrow \infty$). Avec le rhéostat, on prendra $R = 100\Omega$.

pour maximiser P .

3.5 Montrer que la puissance dissipée dans R est :

$$P = \frac{RE^2}{(R+r)^2} = E^2 \times \frac{f(R)}{g(R)} \quad \begin{array}{l} f: R \rightarrow R \\ g: R \rightarrow (R+r)^2 \end{array}$$

Sachant

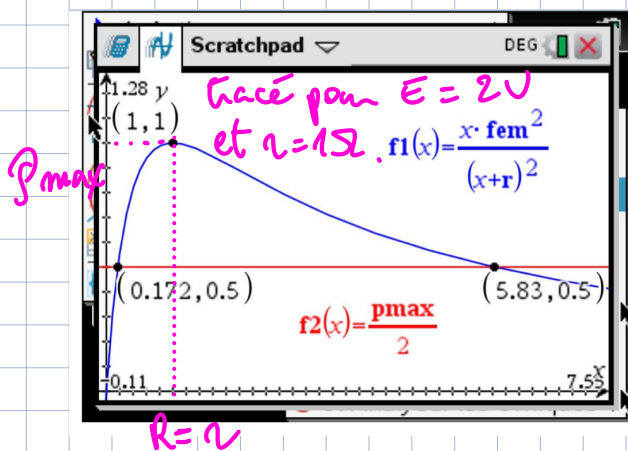
$$P = U \times I$$

$$= \left(\frac{R}{R+r} \times E \right) \times \frac{E}{R+r} = \frac{E^2 R}{(R+r)^2} = \mathcal{P}(R)$$

la variable.

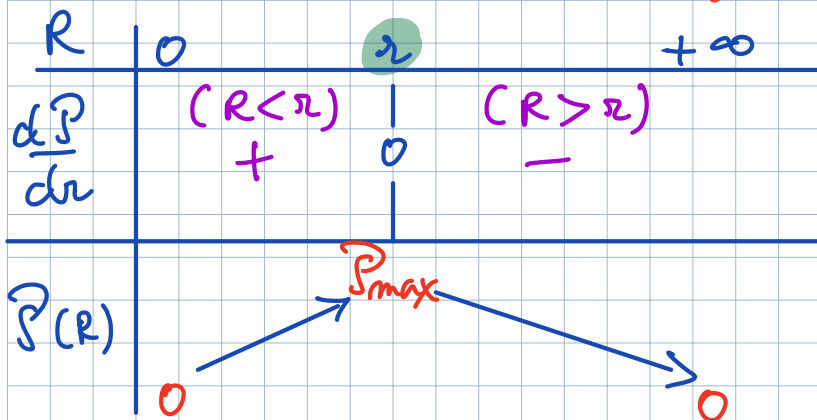
3.6 Comment évolue $\mathcal{P}$ pour R variant de 0 à l'infini ?

Rappel: $\left(\frac{f}{g} \right)' = \frac{f'g - fg'}{g^2}$



$$\begin{aligned} \text{Calculons } \frac{d\mathcal{P}}{dR} &= E^2 \frac{1 \times (R+r)^2 - R \times 2(R+r)}{(R+r)^4} \\ &= \frac{R^2 + 2rR + r^2 - 2R^2 - 2rR}{(R+r)^4} \times E^2 \\ &= E^2 \times \frac{r^2 - R^2}{(R+r)^4} = \frac{(r+R)(r-R)}{(R+r)^4} \times E^2 \end{aligned}$$

$\frac{d\mathcal{P}}{dR}$ est donc du signe de $(r-R)$.

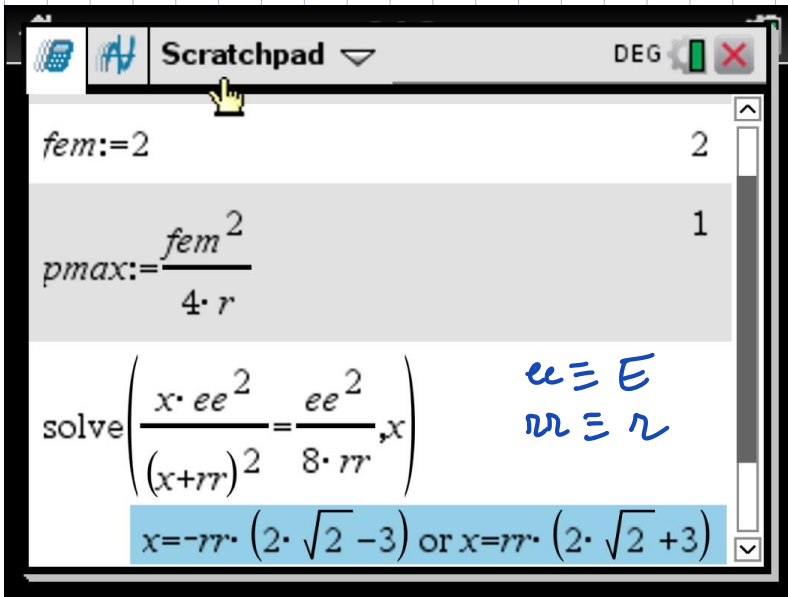


On voit que $\mathcal{P}(R)$ est maximale pour $R=r$.

3.7 Pour quelle valeur R_{max} de R , $\mathcal{P}$ est-elle maximale (adaptation en puissance) ? Calculer la puissance correspondante notée $\mathcal{P}_{max}$.

On a $R_{max} = r$ (d'après 3.6) et $\mathcal{P}_{max} = \mathcal{P}(r) = \frac{rE^2}{(2r)^2} = \frac{E^2}{4r}$

3.8 Montrer qu'il existe 2 uniques valeurs de R , notées R_1 et R_2 (telles que $R_1 < R_2$) pour lesquelles la puissance est égale à $\frac{P_{max}}{2}$.



R_1 et R_2 sont solution de :

$$P(R) = \frac{P_{max}}{2} \Leftrightarrow \frac{R E^2}{(R+r)^2} = \frac{E^2}{8r}$$

$$\Leftrightarrow 8Rr = (R+r)^2$$

$$\Leftrightarrow R^2 + 2rR + r^2 - 8rR = 0$$

$$\Leftrightarrow R^2 - 6rR + r^2 = 0$$

$$\Delta = (-6r)^2 - 4r^2 = 32r^2$$

$$\text{d'où } R = \frac{6r \pm \sqrt{32}r}{2}$$

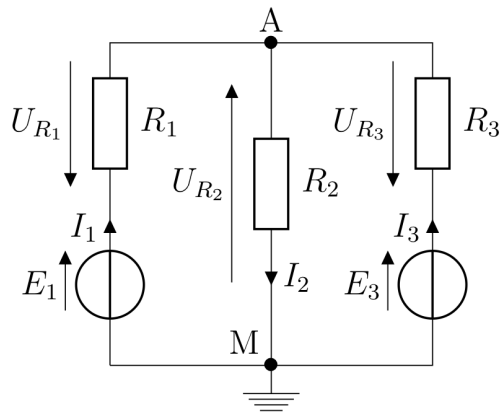
$$\Rightarrow R = 3r \pm 2\sqrt{2}r$$

$$\Rightarrow R_1 = (3 - 2\sqrt{2})r \quad \text{et} \quad R_2 = (3 + 2\sqrt{2})r$$

3.9 Si R est le rhéostat variant de 0 à 100Ω , $E = 2V$ et $r = 1 \Omega$, calculer P_{max} , R_{max} , R_1 et R_2 .

AN: $R_{max} = r = 1 \Omega$; $P_{max} = 1W$; $R_1 = 0,172 \Omega$ et $R_2 = 5,83 \Omega$.

4 Théorème de superposition

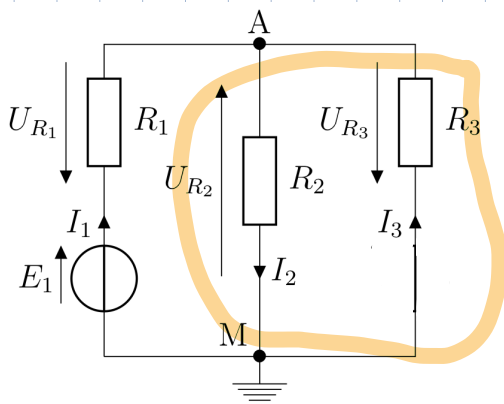


On considère le circuit ci-contre en régime continu. Le **théorème de superposition** indique que, comme tous les dipôles sont linéaires, la tension U_{R_2} dépend linéairement des sources, c'est-à-dire :

$$U_{R_2} = \alpha_1 E_1 + \alpha_3 E_3$$

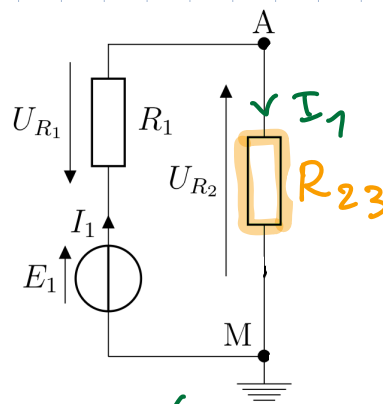
où α_1 et α_3 sont des constantes de dépendant que de la valeur des composants du circuits (ici des résistances).

4.1 Éteindre la source E_3 , faire le schéma équivalent du circuit dans ce cas, puis en déduire l'expression de α_1 en fonction de $R_{23} = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}$ et de R_1 .



R_{23}

$\equiv$



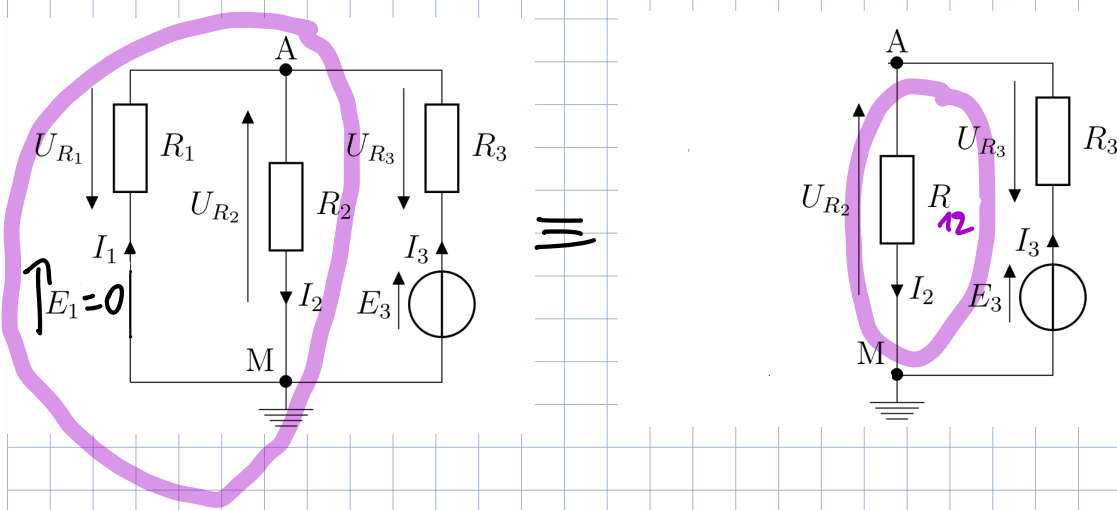
diviseur de tension
 $\Rightarrow U_{R_2} = \frac{R_{23} \times E_1}{R_{23} + R_1}$
 α_1

En effet $\frac{1}{R_{23}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{R_3 + R_2}{R_2 \times R_3} \Rightarrow R_{23} = \frac{R_2 \times R_3}{R_2 + R_3}$

Rappel : $E_1 = U_{R_2} + U_{R_1} = R_{23} I_1 + R_1 I_1 = (R_{23} + R_1) I_1$
 $\Rightarrow I_1 = \frac{E_1}{R_{23} + R_1}$ d'où $U_{R_2} = R_{23} I_1 = \frac{R_{23}}{R_{23} + R_1} \times E_1$

Pour que la formule du diviseur de tension soit valable il faut que les deux résistances soient traversées par la même intensité !!!

4.2 Éteindre la source E_1 , faire le schéma équivalent du circuit dans ce cas, puis en déduire l'expression de α_3 en fonction de $R_{12} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ et de R_2 .



Nous reconnaissons un diviseur de tension

On cherche U_{R2} sachant que nous avons éteint

E_1 donc :

$$U_{R2} = \frac{R_{12} \times E_3}{R_{12} + R_3} = \alpha_3 \times E_3$$

4.3 Donner l'expression de U_{R2} dans le cas où les deux sources sont allumées.

Au final :
$$U_{R2} = \frac{R_{23}}{R_{23} + R_1} \times E_1 + \frac{R_{12}}{R_{12} + R_3} \times E_3$$

4.4 Simplifier cette expression de U_{R2} si $R = R_1 = R_2 = R_3$.

Dans ce cas $R_{12} = \frac{R^2}{2R} = \frac{R}{2}$ et $R_{23} = \frac{R}{2}$

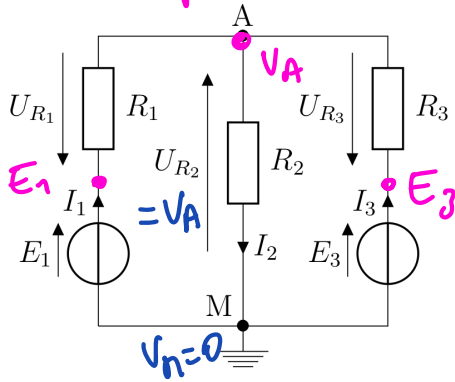
d'où
$$U_{R2} = \frac{R/2}{R/2 + R} \times E_1 + \frac{R/2}{R/2 + R} \times E_3$$

$$= \frac{E_1}{3} + \frac{E_3}{3}$$

en effet :
$$\frac{R/2}{R/2 + R} = \frac{\cancel{R}/2}{3\cancel{R}/2} = \frac{1}{3}$$

5 Loi des nœuds en terme de potentiels

les potentiels



On considère le circuit ci-contre en régime continu. Le nœud M est pris comme référence des potentiels $V_M = 0$, on va chercher à déterminer la tension U_{R2} par une méthode différente de l'exercice précédent, mais non moins élégante.

$$U_{R1} = -V_A + E_1 \quad U_{R2} = V_A - \frac{V_M}{0}$$

$$U_{R3} = -V_A + E_3$$

5.1 Exprimer la loi des nœuds en A .

loi des nœuds en A : $I_1 + I_3 = I_2$ (1)

5.2 Exprimer chaque courant en fonction des résistances, des f.é.m et de V_A .

loi d'ohm : $U_{R1} = R_1 I_1$ et $U_{R2} = R_2 I_2$ et $U_{R3} = R_3 I_3$

$$I_1 = \frac{-V_A + E_1}{R_1} \quad I_2 = \frac{V_A}{R_2} \quad I_3 = \frac{-V_A + E_3}{R_3}$$

5.3 En déduire l'expression de U_{R2} .

Sachant- $I_2 = I_1 + I_3$

$$\frac{V_A}{R_2} = \frac{-V_A + E_1}{R_1} + \frac{-V_A + E_3}{R_3}$$

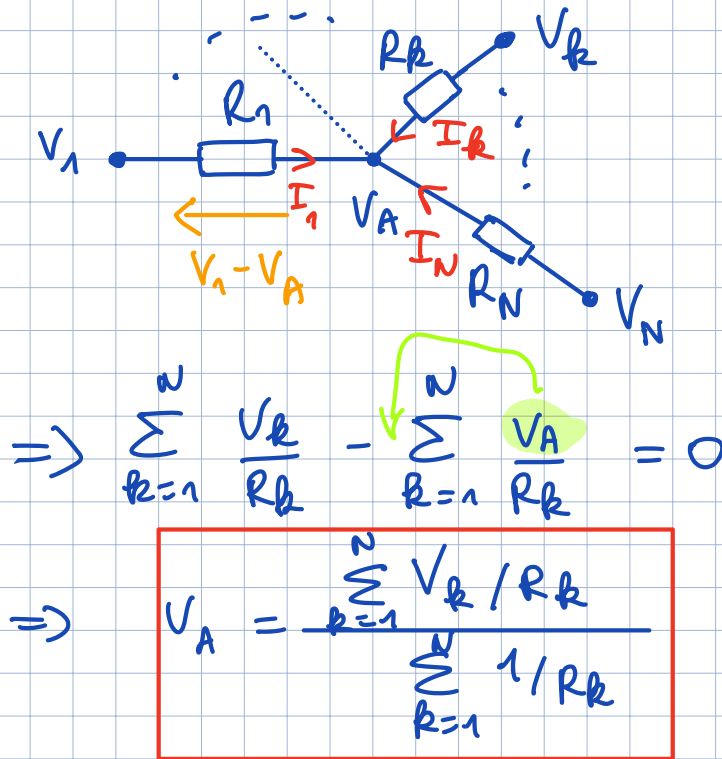
$$\Rightarrow V_A \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} \right) = \frac{E_1}{R_1} + \frac{E_3}{R_3}$$

$$\Rightarrow V_A = \frac{\frac{E_1}{R_1} + \frac{E_3}{R_3}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} = U_{R2}$$

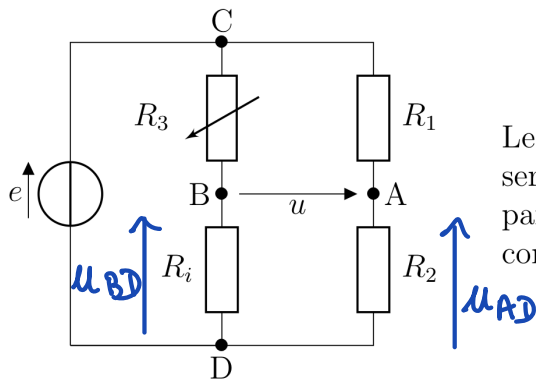
On retrouve le résultat du (*) quand $R_1 = R_2 = R_3$:

$$U_{R2} = \frac{E_1/R + E_3/R}{3/R} = \frac{E_1 + E_3}{3}$$

5.4 Généraliser ce principe pour exprimer le potentiel d'un nœud A, sur lequel arrivent n courants I_k traversant chacun une résistance R_k dont le potentiel de l'autre borne que A est noté V_k .



6 Pont de Wheatstone



Le montage ci-contre est un pont de WHEATSTONE qui sert à déterminer la valeur d'un composant inconnu comme par exemple R_i alors que tous les autres composants sont connus.

En pratique, on cherche pour cela à équilibrer le pont, c'est-à-dire à obtenir $u = 0$ en faisant varier la valeur d'un composant (ici R_3 variable). On en déduit alors R_i par une relation qu'on se propose de déterminer dans cet exercice.

6.1 Déterminer la relation que l'on doit avoir entre les différentes résistances pour assurer $u = 0$.

On a : $u = -u_{BD} + u_{AD}$ (1)

Or la formule du diviseur de tension donne :

$$u_{BD} = \frac{R_i \times e}{R_i + R_3} \quad \text{et} \quad u_{AD} = \frac{R_2 \times e}{R_2 + R_1}$$

d'après (1), on aura $u = 0$ si :

$$\frac{R_i \cancel{\times 2}}{(R_i + R_3)} = \frac{R_2 \cancel{\times 2}}{(R_2 + R_1)} \Leftrightarrow R_i (R_2 + R_1) = R_2 (R_i + R_3)$$

$$\Leftrightarrow \cancel{R_i R_2} + R_i R_1 = \cancel{R_2 R_i} + R_2 R_3$$

$$\Leftrightarrow \boxed{R_i = \frac{R_2 R_3}{R_1}} \quad (2)$$

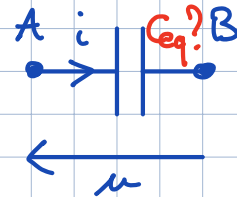
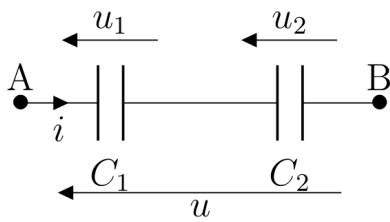
On fait l'expérience avec $R_1 = R_2 = 10 \Omega$. On doit régler $R_3 = 22 \Omega$ pour équilibrer le pont.

6.2 En déduire la valeur de R_i .

ici (2) $\Rightarrow R_i = R_3 = 22 \Omega$.

7 Condensateur équivalent

Donner l'expression de la capacité du condensateur équivalent entre A et B, notée C_{eq} , pour chacun des deux montages ci-dessous :



On a $i = C_1 \frac{du_1}{dt}$ et $i = C_2 \frac{du_2}{dt}$

De plus $u = u_1 + u_2$

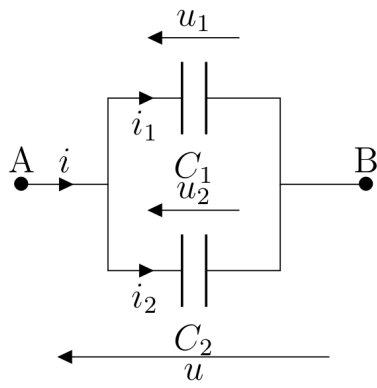
$$\Rightarrow \frac{du}{dt} = \frac{du_1}{dt} + \frac{du_2}{dt} = \frac{i}{C_1} + \frac{i}{C_2}$$

$$\frac{du}{dt} = \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right) \times i$$

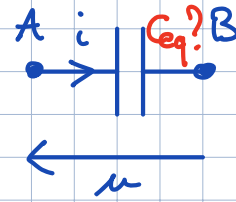
$$i = C_{eq} \frac{du}{dt}$$

$$\Rightarrow \frac{du}{dt} = \frac{1}{C_{eq}} \times i$$

$$\Rightarrow \boxed{C_{eq} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}}$$



≡



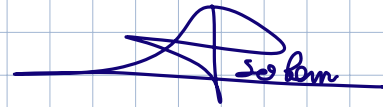
On a : $i_1 = C_1 \frac{du_1}{dt}$ $i_2 = C_2 \frac{du_2}{dt}$

$i = C_{eq} \frac{du}{dt}$

$i = i_1 + i_2$ et $u = u_1 = u_2$

$i = C_1 \frac{du}{dt} + C_2 \frac{du}{dt}$

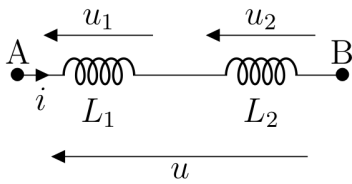
$i = (C_1 + C_2) \frac{du}{dt}$



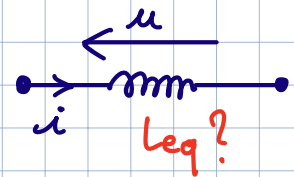
$\Rightarrow C_{eq} = C_1 + C_2$

8 Bobine équivalente

Donner l'expression de l'inductance de la bobine équivalente entre A et B, notée L_{eq} , pour chacun des deux montages ci-dessous :



≡



On a $u_1 = L_1 \frac{di}{dt}$ et $u_2 = L_2 \frac{di}{dt}$

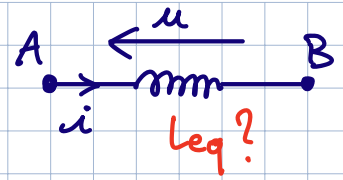
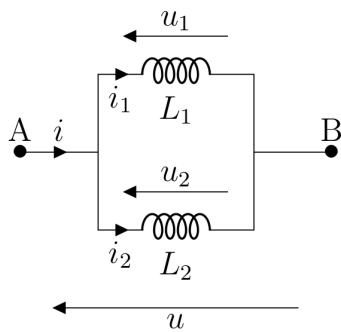
$u = L_{eq} \frac{di}{dt}$

De plus $u = u_1 + u_2 = L_1 \frac{di}{dt} + L_2 \frac{di}{dt}$

$\Rightarrow$

$u = (L_1 + L_2) \frac{di}{dt}$

$\Rightarrow L_{eq} = L_1 + L_2$



d'après la loi des nœuds:
 $i = i_1 + i_2$ (1)

$$u = L_{eq} \frac{di}{dt}$$

$$\Rightarrow \frac{di}{dt} = \frac{1}{L_{eq}} \times u$$

On remarque que $u = u_1 = u_2$

On a: $u = L_1 \times \frac{di_1}{dt}$ et $u = L_2 \times \frac{di_2}{dt}$

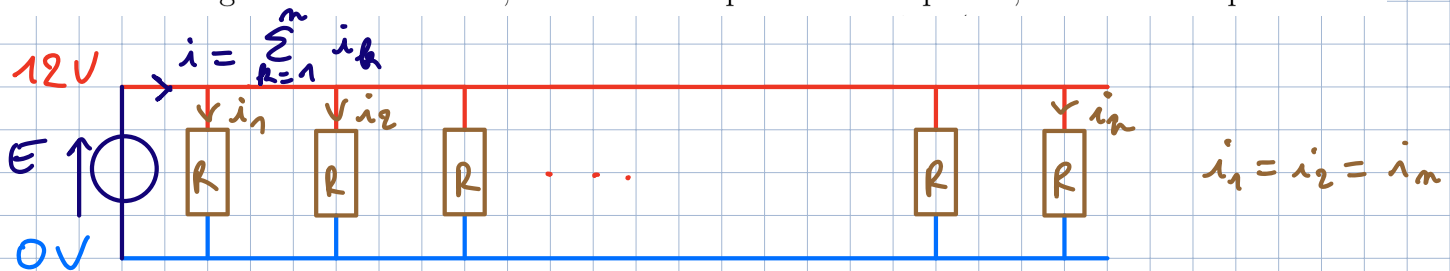
d'après (1), $\frac{di}{dt} = \left(\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} \right) u$

d'où: $\frac{1}{L_{eq}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}$

~~Gabriel~~

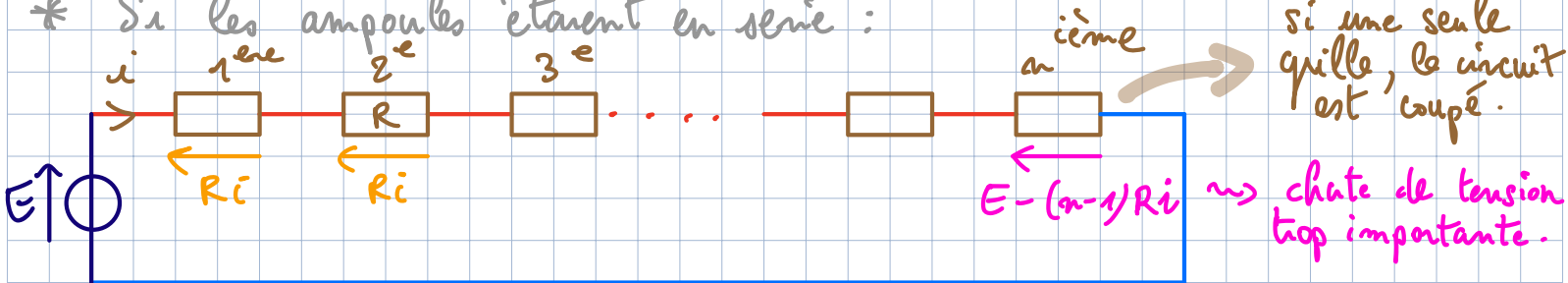
9 Électricité en pratique

9.1 Dans une guirlande lumineuse, comment sont placées les ampoules, en série ou en parallèle ?



les guirlandes sont branchées en parallèle.

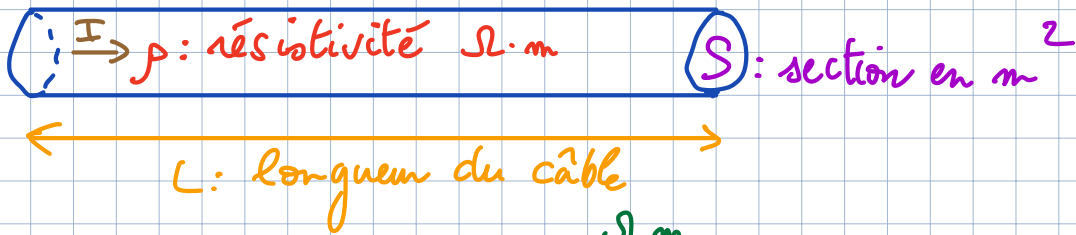
* Si les ampoules étaient en série :



9.2 Pourquoi la longévité d'une batterie s'exprime-t-elle en A.h (batterie 12V de voiture par exemple) ou en mA.h (pour les piles de type AAA) ?

Rappel: $i = \frac{dq}{dt} \Rightarrow [i] = \frac{[q]}{T} \Rightarrow [q] = I \times T$ les A.h ont la dimension d'une charge électrique.

9.3 La section d'un fil électrique pour un éclairage ($I_{max} = 16 \text{ A}$) est de section $1,5 \text{ mm}^2$ alors que pour une cuisinière ($I_{max} = 32 \text{ A}$) elle est de 6 mm^2 . Pourquoi cette différence ?



Résistance de ce câble : $R = \frac{\rho \cdot L}{S}$

Annotations: ρ is labeled $\Omega \cdot m$, L is labeled m , and S is labeled m^2 .

La puissance dissipée par effet Joule dans ce câble est :

$$P_J = R I^2 = \rho \frac{L I^2}{S} \quad \text{par exemple avec } \begin{cases} I = 16 \text{ A} \\ S = 1,5 \text{ mm}^2 \end{cases}$$

Alors si $I' = 2I = 32 \text{ A}$, on retrouve $P_J' = \frac{\rho L (2I)^2}{4S} = P_J$.

Annotations: $S' = 4S = 6 \text{ mm}^2$

Si l'intensité est multiplié par deux, il faut multiplier la section par deux au carré, c'est-à-dire quatre, pour obtenir la même puissance dissipée par effet joule.

9.4 Quel est dans une installation domestique le rôle d'un fusible (remplacés maintenant par des disjoncteurs) ? D'une terre ? d'un disjoncteur différentiel ?

Le rôle d'un fusible est de protéger les appareils électriques alors que le rôle du disjoncteur différentiel et de la terre est de protéger les personnes.

9.5 Les oiseaux peuvent-ils se poser sur des câbles haute tension sans s'électrocuter ? Pourquoi ?

Oui les oiseaux pourront se poser sur un câble haute tension car ils ne touchent pas un autre câble et ne sont donc pas soumis à une différence de potentiel qui pourrait les électrocuter.





