MATHÉMATIQUES

13

Théorème de Thalès dans le triangle

Seconde Bac Pro MAMA | Géométrie | Mathématiques

Objectifs du chapitre :

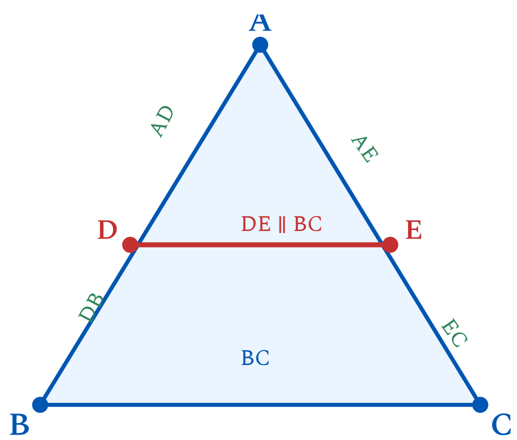
- Reconnaître la configuration directe de Thalès
- Appliquer l'égalité des rapports pour calculer une longueur
- Utiliser la réciproque du théorème de Thalès pour démontrer un parallélisme
- Résoudre des problèmes géométriques en situation professionnelle

1. Configuration de Thalès

🏠 Situation professionnelle — Réduire un plan

Un agenceur dispose d'un plan au 1/50. Il doit calculer les dimensions réelles d'une cloison qui mesure 8,4 cm sur le plan. Le théorème de Thalès permet de modéliser les agrandissements et réductions de façon rigoureuse.

Configuration de Thalès :
On dispose d'un triangle ABC et d'une droite coupant les côtés (AB) et (AC) respectivement en D et E, avec **DE ∥ BC**.
D est sur [AB], E est sur [AC], et D ≠ A, E ≠ A.



2. Théorème de Thalès

Théorème de Thalès :

Si DE ∥ BC (avec D sur [AB], E sur [AC]), alors :

$$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$$

Les trois rapports sont égaux. On dit que D et E **divisent AB et AC dans le même rapport**.

Attention — L'ordre des points est crucial :

Respecter la correspondance des sommets : les longueurs issues d'un même sommet se correspondent ($\frac{AD}{AB}, \frac{AE}{AC}, \frac{DE}{BC}$).

Méthode — Calculer une longueur inconnue :

1. Identifier les droites parallèles (DE ∥ BC).
2. Écrire l'égalité des trois rapports.
3. Utiliser le rapport qui contient l'inconnue et un autre rapport connu.
4. Résoudre l'équation (produit en croix).

Exemple 1 — Calculer DE

Dans un triangle ABC, DE ∥ BC avec AD = 3, AB = 5, BC = 8. Calculer DE.

1. Thalès : $\frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC}$
2. $\frac{3}{5} = \frac{DE}{8}$
3. $DE = \frac{3 \times 8}{5} = \frac{24}{5} = \mathbf{4{,}8\ cm}$

Vérification

APPLICATION

Dans un triangle ABC, DE ∥ BC avec AD = 6, AB = 10 et BC = 15. Calculer DE.

Exemple 2 — Calculer AB

Dans un triangle ABC, DE ∥ BC avec AD = 4, AE = 6, AC = 15. Calculer AB.

1. Thalès : $\dfrac{AD}{AB} = \dfrac{AE}{AC}$
2. $\dfrac{4}{AB} = \dfrac{6}{15}$
3. Produit en croix : $6 \times AB = 4 \times 15 = 60 \Rightarrow AB = \mathbf{10\,cm}$

Exemple 3 — Calculer la base BC (soigner la correspondance des sommets)

Dans un triangle ABC, DE ∥ BC avec D sur [AB] et E sur [AC]. On donne AD = 4,5 cm, AB = 7,2 cm et DE = 5,4 cm. Calculer la base BC.

1. On range les longueurs **par sommet de départ** : AD et AB partent de A le long de [AB] ; DE et BC sont les deux droites parallèles. Le rapport utile est donc $\dfrac{AD}{AB} = \dfrac{DE}{BC}$ — surtout **pas** $\dfrac{AD}{AB} = \dfrac{BC}{DE}$.
2. $\dfrac{4{,}5}{7{,}2} = \dfrac{5{,}4}{BC}$
3. Produit en croix : $4{,}5 \times BC = 7{,}2 \times 5{,}4 = 38{,}88$
4. $BC = \dfrac{38{,}88}{4{,}5} = \mathbf{8{,}64\,cm}$

Vérification

APPLICATION

Dans un triangle ABC, DE ∥ BC avec D sur [AB] et E sur [AC]. On donne AD = 2,8 cm, AB = 4,2 cm et BC = 9 cm. Calculer DE.

3. Réciproque du théorème de Thalès

Réciproque :

Si dans un triangle ABC, D est un point de [AB] et E un point de [AC] tels que :

$$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$$

alors la droite (DE) est **parallèle** à (BC).

Exemple — Vérifier si deux droites sont parallèles

Dans un triangle, AD = 5, AB = 10, AE = 7, AC = 14. Les droites (DE) et (BC) sont-elles parallèles ?

1. $\frac{AD}{AB} = \frac{5}{10} = 0{,}5$
2. $\frac{AE}{AC} = \frac{7}{14} = 0{,}5$
3. Les rapports sont égaux → **(DE) ∥ (BC)** d'après la réciproque de Thalès.

Méthode — Démontrer un parallélisme avec la réciproque :

1. Reconstituer les longueurs **complètes** issues du sommet A : si on donne AD et DB, alors AB = AD + DB (de même AC = AE + EC).
2. Calculer séparément les deux rapports $\frac{AD}{AB}$ et $\frac{AE}{AC}$.
3. Comparer : s'ils sont égaux → les droites sont parallèles ; s'ils sont différents → elles ne le sont pas.

Exemple — Réciproque quand on donne AD et DB

Dans un triangle ABC, D est sur [AB] et E sur [AC]. On donne AD = 3,6 cm et DB = 2,4 cm ; AE = 4,8 cm et EC = 3,2 cm. Les droites (DE) et (BC) sont-elles parallèles ?

1. On reconstitue les côtés entiers : $AB = AD + DB = 3{,}6 + 2{,}4 = 6\,\text{cm}$ et $AC = AE + EC = 4{,}8 + 3{,}2 = 8\,\text{cm}$.
2. $\dfrac{AD}{AB} = \dfrac{3{,}6}{6} = 0{,}6$
3. $\dfrac{AE}{AC} = \dfrac{4{,}8}{8} = 0{,}6$
4. Les deux rapports sont égaux → **(DE) ∥ (BC)** d'après la réciproque de Thalès.

Vérification

APPLICATION — RÉCIPROQUE DE THALÈS

Dans un triangle ABC, D est sur [AB] et E sur [AC]. On donne AD = 2 cm et DB = 3 cm ; AE = 3 cm et EC = 4,5 cm. Démontrer que (DE) ∥ (BC).

APPLICATION

Sur un plan au 1/20, une cloison mesure 14,5 cm. Quelle est sa longueur réelle en mètres ?

4. Applications professionnelles

Proportionnalité dans les plans et maquettes

📐 Lecture d'un plan au 1/50

Sur un plan à l'échelle 1/50, une cloison mesure 8,4 cm. Quelle est sa longueur réelle ?

Exemple — Calcul à l'échelle

Plan au 1/50. Cloison sur le plan : 8,4 cm. Longueur réelle ?

1. Rapport d'échelle : $\frac{\text{plan}}{\text{réel}} = \frac{1}{50}$
2. $\frac{8{,}4}{\text{réel}} = \frac{1}{50} \Rightarrow \text{réel} = 8{,}4 \times 50 = \mathbf{420\,cm = 4{,}20\,m}$

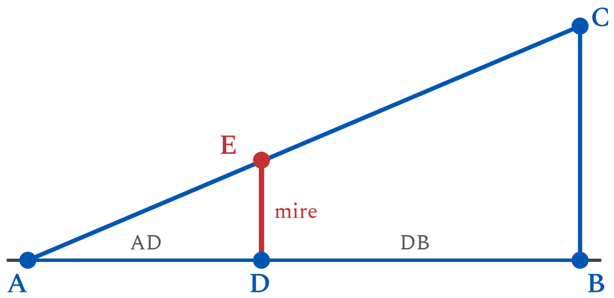
Exemple — Triangle imbriqué (ombre et hauteur)

Un panneau vertical de 2 m de haut projette une ombre de 1,5 m. À côté, un arbre projette une ombre de 4,2 m. Quelle est la hauteur de l'arbre ?

1. Les ombres sont dans le même rapport que les hauteurs (rayons du soleil parallèles) :
2. $\frac{h_{\text{panneau}}}{h_{\text{arbre}}} = \frac{\text{ombre panneau}}{\text{ombre arbre}} \Rightarrow \frac{2}{h_{\text{arbre}}} = \frac{1{,}5}{4{,}2}$
3. $h_{\text{arbre}} = \frac{2 \times 4{,}2}{1{,}5} = \frac{8{,}4}{1{,}5} = \mathbf{5{,}6\,m}$

Mesurer une hauteur inaccessible par visée

Pour mesurer la hauteur d'un mur ou d'un poteau trop haut, on peut planter une mire (un piquet vertical de hauteur connue) entre l'œil de l'observateur et l'objet, puis aligner le regard : le sommet de la mire et le sommet de l'objet sont vus sur une même ligne. On obtient alors une configuration de Thalès **directe** de sommet A = l'œil de l'observateur.



Visée : A = œil au sol, D = pied de la mire, B = pied de l'objet. La mire (ED) et l'objet (CB) sont verticaux donc parallèles (ED ∥ CB).

Exemple — Hauteur d'un poteau par visée

Un observateur place son œil au ras du sol en A. Il plante une mire verticale de 1,60 m en D, telle que AD = 2,4 m. En reculant, il aligne le sommet de la mire avec le sommet du poteau ; le pied du poteau est en B, avec AB = 10,8 m. La mire (ED) et le poteau (CB) sont verticaux, donc parallèles. Calculer la hauteur BC du poteau.

1. Configuration directe de sommet A, avec ED ∥ CB : $\dfrac{AD}{AB} = \dfrac{ED}{CB}$
2. $\dfrac{2{,}4}{10{,}8} = \dfrac{1{,}60}{CB}$
3. Produit en croix : $2{,}4 \times CB = 10{,}8 \times 1{,}60 = 17{,}28$
4. $CB = \dfrac{17{,}28}{2{,}4} = \mathbf{7{,}2\,m}$

Vérification

Agrandissement et réduction

Rapport d'agrandissement/réduction :

$$k = \frac{\text{longueur image}}{\text{longueur originale}}$$

$k > 1$: agrandissement | $0 < k < 1$: réduction | $k = 1$: conservation

Effets sur les longueurs :

Si toutes les longueurs sont multipliées par k, la figure est agrandie (ou réduite) de rapport k. C'est directement une conséquence de Thalès.

Exemple — Agrandissement d'un meuble sur plan

Un meuble mesure 120 cm × 80 cm. On dessine sa projection au 1/20. Quelles sont les dimensions sur le dessin ?

1. Rapport : $k = 1/20$
2. Longueur sur dessin : $120 \times \frac{1}{20} = \mathbf{6\,cm}$
3. Largeur sur dessin : $80 \times \frac{1}{20} = \mathbf{4\,cm}$

APPLICATION — THÉORÈME DE THALÈS

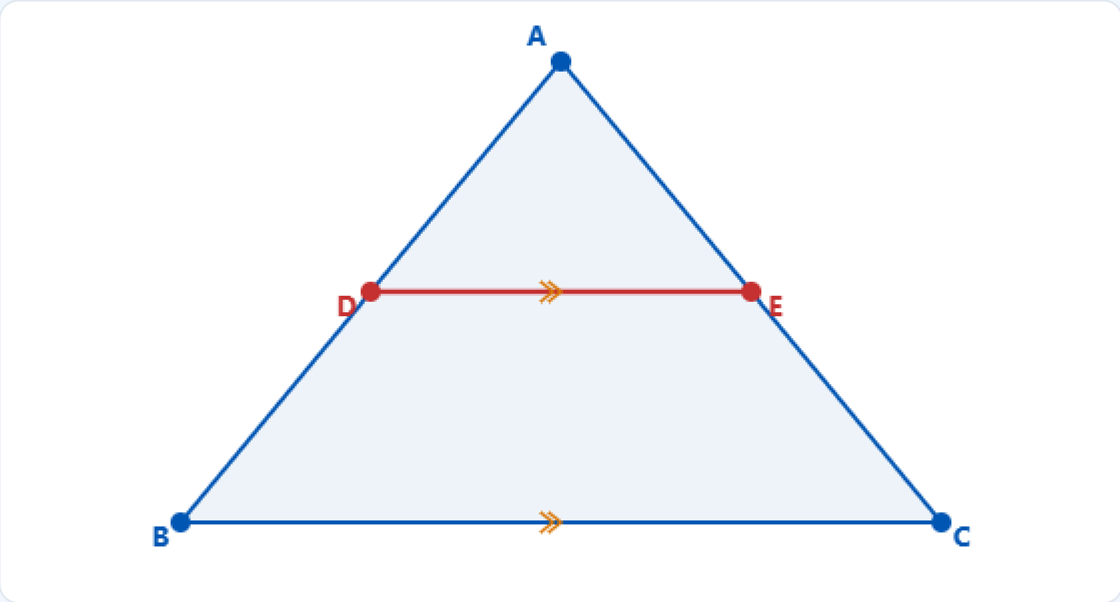
Dans un triangle ABC, D est sur [AB] et E sur [AC] avec $(DE) \parallel (BC)$.

On donne : $AD = 4\,\text{cm}$, $AB = 10\,\text{cm}$, $DE = 6\,\text{cm}$. Calculer BC.

5. Animation — Explorer la configuration de Thalès

🎮 Simulation interactive — Déplace D sur [AB] et observe les rapports

Le point D se déplace sur [AB]. La droite DE reste parallèle à BC. Les trois rapports AD/AB, AE/AC, DE/BC sont toujours égaux.



AD/AB = 149.2/298.3 = 0.50 | AE/AC = 149.2/298.3 = 0.50 | DE/BC = 190.0/380.0 = 0.50

Les trois rapports sont toujours égaux !

6. Erreurs fréquentes

❌ **Appliquer Thalès sans vérifier que les droites sont parallèles**

Le théorème de Thalès exige que (DE) soit parallèle à (BC). Si ce n'est pas indiqué ou vérifié, l'égalité des rapports n'est pas garantie.

Conseil : avant d'écrire les rapports, toujours vérifier que la figure comporte bien deux droites parallèles. L'énoncé doit mentionner "(DE) // (BC)" ou montrer des flèches de parallélisme.

❌ **Inverser numérateur et dénominateur dans les rapports**

Certains élèves écrivent $\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE}$ au lieu de $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$. Les deux écritures sont équivalentes mais le mélange dans un même calcul produit des erreurs.

Conseil : être cohérent dans l'écriture des rapports. Toujours placer les petites longueurs (issues de D et E) au numérateur, ou toujours au dénominateur — mais pas les deux à la fois.

❌ **Confondre le théorème de Thalès et sa réciproque**

Le théorème de Thalès permet de calculer une longueur (les droites sont connues

parallèles). La réciproque permet de démontrer que deux droites sont parallèles (en vérifiant l'égalité des rapports). Certains élèves les mélangent.
Conseil : si la question demande de calculer une longueur → utiliser le théorème. Si la question demande de démontrer un parallélisme → utiliser la réciproque.

❌ **Erreur dans le produit en croix pour trouver l'inconnue**
À partir de $\frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC}$, certains élèves font des erreurs dans l'isolement de l'inconnue, par exemple en divisant au lieu de multiplier ou en croisant les mauvais termes.
Conseil : le produit en croix donne $AD \times BC = AB \times DE$. Isoler l'inconnue en divisant par le coefficient qui lui est associé. Vérifier que le résultat est cohérent (le petit segment doit être plus court que le grand).

Simulation interactive

[Théorème de Thalès]

📌 **L'essentiel du chapitre**

Théorème de Thalès (DE ∥ BC, D ∈ [AB], E ∈ [AC]) :

$$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$$

Réciproque : Si $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$, alors (DE) ∥ (BC).

Je cherche	Méthode
Une longueur inconnue	Écrire l'égalité des rapports, produit en croix
Vérifier le parallélisme	Calculer les deux rapports et vérifier l'égalité
Dimension réelle (plan)	Multiplier par le dénominateur de l'échelle

MATHÉMATIQUES

13

Théorème de Thalès dans le triangle

Théorème de Thalès dans le triangle | 2de Pro MA-MA

Socle | Standard | Approfondissement | Tout voir

Objectifs du chapitre

cliquer pour développer

Rappel du cours :

- Si $(DE) \parallel (BC)$ avec D sur [AB] et E sur [AC] alors :

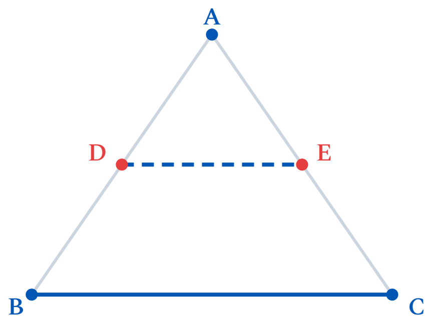
$$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$$

- **Réciproque** : si $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$ alors $(DE) \parallel (BC)$

Exercices guidés pas à pas

EXERCICE 1 **Calculer une longueur par Thalès** SOCLE

Dans chaque cas, $(DE) \parallel (BC)$, D sur [AB], E sur [AC]. Calculer la valeur manquante.



a) $AD = 4$ cm, $AB = 8$ cm, $BC = 6$ cm. Calculer DE.

b) $AD = 5$ cm, $AB = 10$ cm, $BC = 12$ cm. Calculer DE.

c) $AD = 3$ cm, $AB = 9$ cm, $DE = 7$ cm. Calculer BC.

Mes calculs :

EXERCICE 2 **Tableau de proportionnalité — Thalès** SOCLE

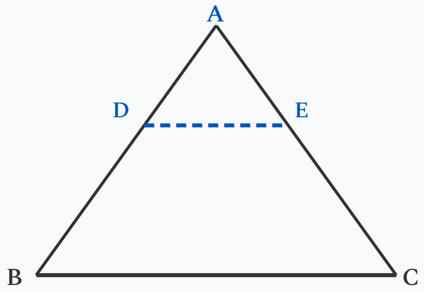
Dans chaque ligne, $(DE) \parallel (BC)$. Compléter la valeur manquante (notée ?).

Cas	AD	AB	AE	AC	DE	BC
1	3	9	4	12	?	15
2	6	?	5	10	4	8
3	?	20	3	12	5	20
4	7	14	6	?	9	18

Mes calculs :

EXERCICE 3 Appliquer le théorème de Thalès et sa réciproque SOCLE

Dans un triangle ABC, les points D et E sont placés respectivement sur [AB] et [AC] tels que (DE) ∥ (BC).



1. **Calculer DE :** On donne $AD = 6$, $AB = 18$, $BC = 12$. Calculer DE.
2. **Calculer AB :** On donne $AD = 4$, $DB = 4$, $BC = 9$. Calculer d'abord AB, puis DE.
3. **Réciproque :** On donne $AD = 3$, $AB = 9$, $AE = 4$, $AC = 12$. Les droites (DE) et (BC) sont-elles parallèles ? Justifier par les rapports.
4. **Réciproque :** On donne $AD = 5$, $AB = 10$, $AE = 7$, $AC = 15$. Les droites (DE) et (BC) sont-elles parallèles ? Justifier.
5. **Application professionnelle :** Sur un plan à l'échelle $\frac{1}{50}$, une cloison mesure 7,8 cm. Quelle est sa longueur réelle ?

EXERCICE 4 **Calculer AB à l'aide du théorème de Thalès — méthode guidée** SOCLE

Méthode :

Pour trouver une longueur inconnue avec Thalès, on utilise la proportion
$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$.
On calcule d'abord le rapport connu, puis on résout l'équation pour l'inconnue.

Dans un triangle ABC, $(DE) \parallel (BC)$, D sur [AB], E sur [AC].

On donne : $AD = 6$ cm, $AE = 8$ cm, $AC = 20$ cm. **Calculer AB.**

Étape 1 : Identifier le rapport connu (celui sans inconnue) :
$\frac{AE}{AC} = \frac{8}{20} =$………

Étape 2 : Poser l'égalité de Thalès avec l'inconnue AB :
$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$ donc $\frac{6}{AB} =$………

Étape 3 : Résoudre l'équation :

$AB = 6 \div$…… = …… cm

Mes calculs :

EXERCICE 5 Problème en deux étapes — tableau d'aide SOCLE

AGENCEMENT

Un dessinateur en agencement trace un triangle ABC sur son plan. Il place un point D sur [AB] et E sur [AC] de telle sorte que $(DE) \parallel (BC)$.

Données : $AD = 5$ cm, $DB = 3$ cm, $AE = 6$ cm, $DE = 4$ cm.

Complète le tableau ci-dessous avant de répondre aux questions :

Longueur	AD	DB	AB = AD + DB	AE
Valeur (cm)	5	3	?	6

a) Calculer AB = AD + DB = …… cm

b) Le rapport de Thalès est $\dfrac{AD}{AB} = \dfrac{5}{?} =$……

c) En utilisant $\dfrac{AD}{AB} = \dfrac{AE}{AC}$, calculer AC :
$\dfrac{5}{?} = \dfrac{6}{AC}$ donc $AC = 6 \times \dfrac{?}{5}$ =…… cm

d) En déduire EC = AC − AE = …… cm

e) Calculer BC : $\dfrac{AD}{AB} = \dfrac{DE}{BC}$, donc $BC = 4 \times \dfrac{?}{5}$ =…… cm

Mes calculs :

EXERCICE 6 Réciproque guidée — les droites sont-elles parallèles ? SOCLE

MENUISERIE

Un menuisier vérifie la coupe d'une pièce en bois. Il mesure sur un triangle : $AD = 4$ cm, $AB = 12$ cm, $AE = 5$ cm, $AC = 15$ cm.

Méthode : Pour utiliser la réciproque de Thalès, on calcule les deux rapports et on les compare.

Étape 1 : Calculer $\dfrac{AD}{AB} = \dfrac{4}{12} =$......

Étape 2 : Calculer $\dfrac{AE}{AC} = \dfrac{5}{15} =$......

Étape 3 : Les deux rapports sont-ils égaux ? ......

Conclusion : D'après la réciproque de Thalès, (DE) ...... (BC).

Mes calculs :

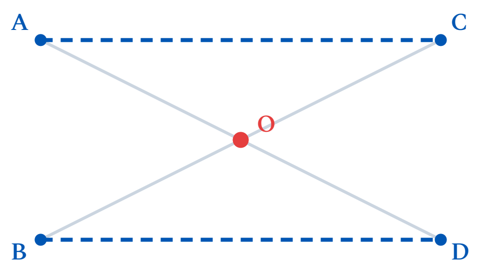
EXERCICE 7 Configuration en papillon — méthode guidée SOCLE

Méthode :

Dans une configuration « papillon », deux triangles partagent le même sommet. Si les droites sont parallèles, on applique Thalès de la même façon.

QUOTIDIEN

Deux routes rectilignes se croisent en un point O. De part et d'autre du croisement, on mesure :
$OA = 6$ m, $OB = 9$ m, $OC = 4$ m, $OD = 6$ m.
On sait que $(AC) \parallel (BD)$.



Étape 1 : Calculer $\dfrac{OA}{OB} = \dfrac{6}{9} =$......

Étape 2 : Calculer $\dfrac{OC}{OD} = \dfrac{4}{6} =$......

Étape 3 : Les deux rapports sont-ils égaux ? ......

Conclusion : Le théorème de Thalès est-il vérifié ? ......

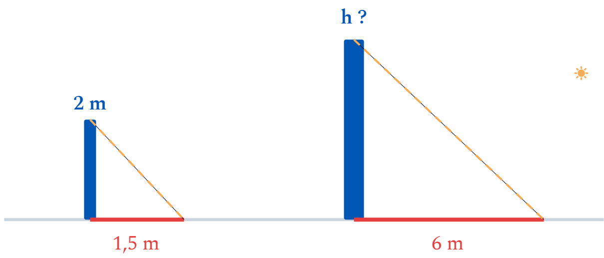
Mes calculs :

EXERCICE 8 Ombre et hauteur — calcul guidé SOCLE

QUOTIDIEN

À midi, un poteau de **2 m** projette une ombre de **1,5 m** au sol. Au même moment, un bâtiment projette une ombre de **6 m**.

Les rayons du soleil sont parallèles, on peut utiliser le théorème de Thalès.



Étape 1 : Écrire la proportion :

$$\frac{\text{hauteur poteau}}{\text{ombre poteau}} = \frac{\text{hauteur bâtiment}}{\text{ombre bâtiment}}$$

Étape 2 : Remplacer par les valeurs :

$$\frac{2}{1{,}5} = \frac{h}{6}$$

Étape 3 : Calculer h :

$h = 6 \times \dfrac{2}{1{,}5} = 6\times$...... = ... m

Mes calculs :

EXERCICE 9 Maquette d'un meuble — échelle guidée SOCLE

MENUISERIE

Un artisan menuisier fabrique une maquette d'armoire à l'**échelle 1/10**.

L'armoire réelle mesure : hauteur **200 cm**, largeur **120 cm**, profondeur **60 cm**.

a) Compléter le tableau :

Dimension	Réelle (cm)	Maquette (cm)
Hauteur	200	?
Largeur	120	?
Profondeur	60	?

b) Calcul : dimension maquette = dimension réelle $\times \frac{1}{10}$.

Hauteur maquette = $200 \times \frac{1}{10}$ =...... cm

Mes calculs :

EXERCICE 10 **Vérifier le parallélisme — réciproque avec aide** SOCLE

SPORT

Sur le terrain d'un gymnase, un entraîneur trace un triangle RST. Il place un point U sur [RS] et V sur [RT].

On donne : $RU = 3$ m, $RS = 12$ m, $RV = 2$ m, $RT = 8$ m.

Étape 1 : Calculer $\dfrac{RU}{RS} = \dfrac{3}{12} =$......

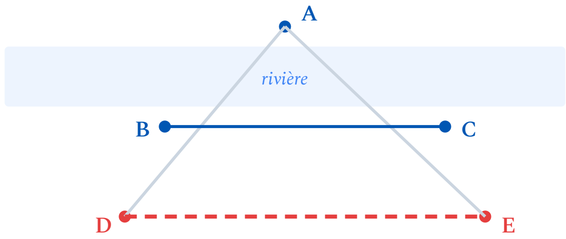
Étape 2 : Calculer $\dfrac{RV}{RT} = \dfrac{2}{8} =$......

Étape 3 : Comparer les deux rapports. Sont-ils égaux ? ......

Conclusion : D'après la réciproque du théorème de Thalès, (UV) ...... (ST).

Mes calculs :

EXERCICE 11 **Distance inaccessible — traversée d'une rivière** SOCLE



QUOTIDIEN

Pour mesurer une distance qui traverse une rivière, on utilise le théorème de Thalès. On vise un arbre A situé sur l'autre rive. Sur le sol, on plante deux piquets B et C tels que la droite (BC) soit parallèle à la rive éloignée (DE), puis deux piquets D et E plus loin, alignés respectivement avec A–B et A–C.
On mesure : $AB = 4$ m, $BD = 2$ m et $BC = 3$ m. Les droites (BC) et (DE) sont parallèles ; on cherche la longueur inaccessible DE.

Étape 1 : Calculer $AD = AB + BD = \ldots\ldots$ m

Étape 2 : Écrire le rapport de Thalès : $\dfrac{AB}{AD} = \dfrac{4}{?} = \ldots\ldots$

Étape 3 : En déduire DE :
$\dfrac{AB}{AD} = \dfrac{BC}{DE}$ donc $DE = BC \times \dfrac{AD}{AB} = 3 \times \dfrac{?}{4} = \ldots\ldots$ m

Mes calculs :

______

______

______

EXERCICE 12 Agrandissement d'un gabarit — méthode guidée SOCLE

MENUISERIE

Un artisan menuisier possède un gabarit triangulaire ABC pour découper des pièces. Il veut fabriquer un gabarit agrandi. Il place D sur [AB] et E sur [AC] tels que $(DE) \parallel (BC)$.

On donne : $AD = 10$ cm, $AB = 25$ cm, $DE = 6$ cm.

Étape 1 : Calculer le rapport $\frac{AD}{AB} = \frac{10}{25} =$......

Étape 2 : Poser l'égalité de Thalès : $\frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC}$
$\frac{10}{25} = \frac{6}{BC}$

Étape 3 : Résoudre : $BC = 6 \div$...... = ... cm

Mes calculs :

___

___

___

EXERCICE 13 Hauteur d'un pylône — ombre guidée SOCLE

QUOTIDIEN

Les rayons du soleil sont parallèles. Un piquet de clôture de **1,20 m** projette une ombre de **0,90 m**. Au même moment, un pylône électrique projette une ombre de **7,5 m**.

Étape 1 : Écrire la proportion :
$$\frac{\text{hauteur piquet}}{\text{ombre piquet}} = \frac{\text{hauteur pylône}}{\text{ombre pylône}}$$

Étape 2 : Remplacer par les valeurs :
$$\frac{1{,}20}{0{,}90} = \frac{h}{7{,}5}$$

Étape 3 : Calculer le rapport $\frac{1{,}20}{0{,}90} = \ldots\ldots$

Étape 4 : En déduire $h = 7{,}5 \times$...... = ... m

Mes calculs :

EXERCICE 14 Réciproque — deux cas à comparer (guidé) SOCLE

AGENCEMENT

Un métreur vérifie deux assemblages triangulaires. Pour chacun, dire si $(DE) \parallel (BC)$ en comparant les rapports.

Cas 1 : $AD = 6$ cm, $AB = 18$ cm, $AE = 5$ cm, $AC = 15$ cm.

Étape 1 : $\dfrac{AD}{AB} = \dfrac{6}{18} =$......

Étape 2 : $\dfrac{AE}{AC} = \dfrac{5}{15} =$......

Conclusion : ......

Cas 2 : $AD = 4$ cm, $AB = 10$ cm, $AE = 6$ cm, $AC = 16$ cm.

Étape 1 : $\dfrac{AD}{AB} = \dfrac{4}{10} =$......

Étape 2 : $\dfrac{AE}{AC} = \dfrac{6}{16} =$......

Conclusion : ......

Mes calculs :

EXERCICE 15 **Configuration en papillon — guidée pas à pas** SOCLE

Méthode :

Dans une configuration « papillon », deux droites se coupent en un point O. Si $(AB) \parallel (CD)$, on applique Thalès avec le sommet O.

QUOTIDIEN

Deux chemins rectilignes se croisent en un point O. On mesure :
$OA = 5$ m, $OB = 8$ m, $OC = 10$ m. On sait que $(AC) \parallel (BD)$.

Étape 1 : Calculer le rapport $\dfrac{OA}{OC} = \dfrac{5}{10} =$……

Étape 2 : Par Thalès : $\dfrac{OA}{OC} = \dfrac{OB}{OD}$. Poser l'équation :
$\dfrac{1}{2} = \dfrac{8}{OD}$

Étape 3 : Résoudre : $OD = 8\times$…… = …… m

Mes calculs :

____

____

____

EXERCICE 16 Hauteur d'un arbre — méthode de l'ombre guidée SOCLE

QUOTIDIEN

Les rayons du soleil sont parallèles. Un bâton vertical de **1 m** projette une ombre de **0,80 m**. Au même moment, un arbre projette une ombre de **6,40 m**.

Étape 1 : Écrire la proportion donnée par Thalès :

$$\frac{\text{hauteur bâton}}{\text{ombre bâton}} = \frac{\text{hauteur arbre}}{\text{ombre arbre}}$$

Étape 2 : Remplacer par les valeurs :

$$\frac{1}{0{,}80} = \frac{h}{6{,}40}$$

Étape 3 : Calculer le rapport $\frac{1}{0{,}80}$ =……

Étape 4 : En déduire $h = 6{,}40 \times$…… = …… m

Mes calculs :

____

____

____

EXERCICE 17 **Plan d'un atelier — lecture à l'échelle guidée** SOCLE

MENUISERIE

Un artisan menuisier consulte le plan de son atelier dessiné à l'**échelle 1/50** (1 cm sur le plan = 50 cm en réalité).

Sur le plan, l'atelier mesure **16 cm** de long et **10 cm** de large.

a) Calculer la longueur réelle :

Longueur réelle = $16 \times 50 =$...... cm = ... m

b) Calculer la largeur réelle :

Largeur réelle = $10 \times 50 =$...... cm = ... m

c) Sur le plan, un établi mesure **4 cm** de long. Quelle est sa longueur réelle ?

Longueur réelle = $4 \times 50 =$...... cm = ... m

Mes calculs :

______

______

______

EXERCICE 18 Réduction d'un meuble — calcul guidé SOCLE

Méthode :

Pour réduire une figure avec un facteur $k < 1$, on multiplie chaque longueur par k.

MENUISERIE

Un métreur veut dessiner la maquette d'une bibliothèque. La bibliothèque réelle mesure : hauteur **180 cm**, largeur **90 cm**, profondeur **30 cm**.

Il utilise un **facteur de réduction** $k = \frac{1}{6}$.

a) Calculer la hauteur sur la maquette :

$180 \times \frac{1}{6} =$...... cm

b) Calculer la largeur sur la maquette :

$90 \times \frac{1}{6} =$...... cm

c) Calculer la profondeur sur la maquette :

$30 \times \frac{1}{6} =$...... cm

Mes calculs :

EXERCICE 19 **Thalès direct — calcul de deux longueurs manquantes (guidé)** SOCLE

AGENCEMENT

Un menuisier agenceur trace un triangle ABC pour un gabarit de découpe. Il place D sur [AB] et E sur [AC] tels que $(DE) \parallel (BC)$.
On donne : $AD = 7$ cm, $AB = 21$ cm, $AE = 5$ cm, $BC = 18$ cm.

Étape 1 : Calculer le rapport $\dfrac{AD}{AB} = \dfrac{7}{21} = \ldots\ldots$

Étape 2 : Calculer AC en utilisant $\dfrac{AD}{AB} = \dfrac{AE}{AC}$:
$\dfrac{1}{?} = \dfrac{5}{AC}$ donc $AC = 5 \times \ldots\ldots = \ldots\ldots$ cm

Étape 3 : Calculer DE en utilisant $\dfrac{AD}{AB} = \dfrac{DE}{BC}$:
$\dfrac{1}{?} = \dfrac{DE}{18}$ donc $DE = 18 \times \ldots\ldots = \ldots\ldots$ cm

Mes calculs :

Exercices d'application

EXERCICE 20 Calculer AB — guide étapes STANDARD

Dans un triangle ABC, $(DE) \parallel (BC)$ avec D sur [AB] et E sur [AC].
On donne : $AD = 6$ cm, $AE = 8$ cm, $AC = 20$ cm. **Calculer AB.**

1. Écrire l'égalité des rapports donnée par le théorème de Thalès.
2. Identifier les deux rapports qui contiennent les données et l'inconnue.
3. Calculer d'abord $\dfrac{AE}{AC}$, puis résoudre l'équation $\dfrac{AD}{AB} = \dfrac{AE}{AC}$.
4. Conclure en donnant la valeur de AB avec son unité.

Écris ta solution ici...

EXERCICE 21 Réciproque de Thalès — parallèles ou non ? STANDARD

Pour chaque cas, vérifier par la réciproque si $(DE) \parallel (BC)$.

a) $AD = 4$ cm, $AB = 12$ cm, $AE = 5$ cm, $AC = 15$ cm.

b) $AD = 3$ cm, $AB = 10$ cm, $AE = 4$ cm, $AC = 12$ cm.

Mes calculs :

EXERCICE 22 **Problème en deux étapes** STANDARD

Dans un triangle ABC, $(DE) \parallel (BC)$ avec D sur [AB] et E sur [AC].

On donne : $AD = 5$ cm, $DB = 3$ cm, $AE = 6$ cm, $DE = 4$ cm.

a) Calculer AB.

b) Calculer AC grâce au théorème de Thalès.

c) En déduire EC.

d) Calculer BC.

Mes calculs :

EXERCICE 23 Thalès avec une inconnue x STANDARD

Dans un triangle ABC, D sur [AB] et E sur [AC], avec $(DE) \parallel (BC)$.

On pose : $AD = x$, $AB = x + 4$, $AE = x + 1$, $AC = 2x + 2$ (en cm, $x > 0$).

a) En utilisant le théorème de Thalès, écrire l'égalité $\dfrac{AD}{AB} = \dfrac{AE}{AC}$ avec les expressions en x.

b) Simplifier $\dfrac{AE}{AC} = \dfrac{x+1}{2x+2}$ et montrer que ce rapport se simplifie.

c) Résoudre l'équation obtenue pour trouver x.

d) Calculer les quatre longueurs numériques.

Mes calculs :

EXERCICE 24 **Hauteur d'un arbre — triangles semblables** STANDARD

Les rayons du soleil sont parallèles. Un piquet vertical de **1,5 m** projette une ombre de **2 m** sur le sol.
Au même moment, un arbre projette une ombre de **8 m**.

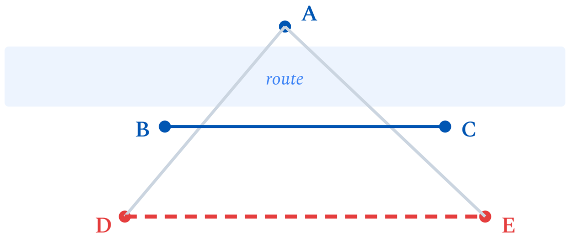
> **Méthode :**
>
> Les rayons parallèles créent deux triangles semblables (Thalès). On peut écrire la proportion : hauteur/ombre = constante.

a) Poser la proportion et calculer la hauteur de l'arbre.

b) Si un troisième objet (antenne) a une ombre de 5 m, quelle est sa hauteur ?

Mes calculs :

EXERCICE 25 Configuration en papillon — croisement de routes STANDARD



QUOTIDIEN

Deux routes rectilignes se croisent en un point O. On place les points A et C d'un côté, B et D de l'autre, avec $(AB) \parallel (CD)$.

On donne : $OA = 8$ m, $OC = 12$ m, $OB = 6$ m, $AB = 10$ m.

a) Écrire l'égalité des rapports donnée par le théorème de Thalès dans cette configuration papillon.

b) Calculer OD.

c) Calculer CD.

Mes calculs :

EXERCICE 26 Réciproque — vérifier un assemblage STANDARD

MENUISERIE

Un menuisier vérifie l'équerrage d'un assemblage triangulaire. Dans un triangle PQR, il place les points S sur [PQ] et T sur [PR]. Il mesure :
$PS = 9$ cm, $PQ = 27$ cm, $PT = 7$ cm, $PR = 21$ cm.

a) Calculer les rapports $\dfrac{PS}{PQ}$ et $\dfrac{PT}{PR}$.

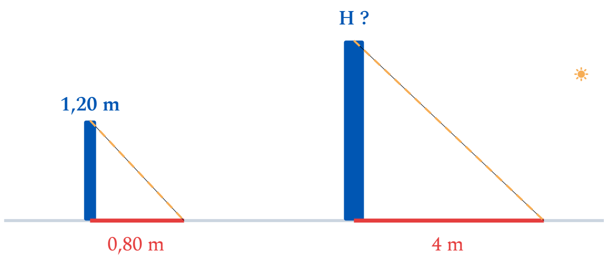
b) Conclure : (ST) est-elle parallèle à (QR) ? Justifier.

c) Sachant que $QR = 24$ cm, en déduire ST.

Mes calculs :

EXERCICE 27 Hauteur d'un lampadaire — ombre portée

STANDARD



QUOTIDIEN

Les rayons du soleil sont parallèles. Un poteau de clôture de **1,20 m** projette une ombre de **0,80 m**. Un lampadaire voisin projette une ombre de **4 m**.

a) Calculer le rapport $\frac{\text{hauteur}}{\text{ombre}}$ pour le poteau.

b) En déduire la hauteur du lampadaire.

c) Un panneau publicitaire a une ombre de 2,40 m. Quelle est sa hauteur ?

Mes calculs :

EXERCICE 28 **Distance inaccessible — mesurer une rivière** STANDARD

SCIENCE

Un géomètre veut mesurer la largeur d'une rivière. Il ne peut pas traverser. Il utilise la méthode de Thalès.

Il place trois points A, B, C alignés sur sa rive, avec $AB = 5$ m et $BC = 3$ m. Il vise un rocher R sur l'autre rive. Il place un point D sur [AR] tel que $(BD) \parallel (CR)$, et mesure $BD = 7$ m.

a) Calculer $AC = AB + BC$.

b) Écrire la proportion de Thalès : $\dfrac{AB}{AC} = \dfrac{BD}{CR}$.

c) Calculer CR.

d) Interpréter : que représente CR sur le terrain ?

Mes calculs :

EXERCICE 29 Plan de construction — toiture

STANDARD

AGENCEMENT

Sur le plan d'un abri de jardin à l'échelle $\frac{1}{20}$, la section transversale du toit forme un triangle ABC. Un chevron intermédiaire est représenté par le segment [DE] parallèle à la base [BC], avec D sur [AB] et E sur [AC].

Sur le plan : $AD = 3$ cm, $AB = 7{,}5$ cm, $BC = 12$ cm.

a) Calculer DE sur le plan.

b) Calculer les longueurs réelles de BC et DE (en m).

c) Le menuisier dispose d'un chevron de 1 m. Est-ce suffisant pour la pièce DE ? Justifier.

Mes calculs :

EXERCICE 30 **Panneau solaire — angle et longueur** STANDARD

ÉNERGIE

Un panneau solaire est incliné et forme un triangle avec le mur et le sol. On modélise la situation par un triangle ABC rectangle en B (B au sol). Un support intermédiaire est fixé en D sur [AC] et repose en E sur [AB], avec $(DE) \parallel (BC)$.
On donne : $AB = 3$ m (longueur au sol), $BC = 1{,}8$ m (hauteur du mur), $AE = 2$ m.

a) Calculer le rapport $\dfrac{AE}{AB}$.

b) En déduire la hauteur DE du support intermédiaire.

c) À quelle distance du mur se trouve le pied du support (EB) ?

Mes calculs :

EXERCICE 31 Maquette d'un placard — agrandissement et réduction

STANDARD

MENUISERIE

Un artisan menuisier fabrique une maquette d'un placard sur mesure à l'échelle $\frac{1}{8}$. Le placard réel doit mesurer : hauteur **240 cm**, largeur **160 cm**, profondeur **56 cm**.

a) Calculer les trois dimensions de la maquette.

b) Sur la maquette, la porte mesure 27 cm de haut et 9 cm de large. Calculer les dimensions réelles de la porte.

c) Le menuisier veut vérifier : le rapport largeur porte / largeur placard est-il le même sur la maquette et en réalité ? Justifier.

Mes calculs :

EXERCICE 32 **Configuration en papillon — carrefour** STANDARD

QUOTIDIEN

Deux routes rectilignes se croisent en un point O. De part et d'autre de O, on repère les points A, C d'un côté et B, D de l'autre, avec $(AB) \parallel (CD)$.
On mesure : $OA = 10$ m, $OC = 15$ m, $OB = 8$ m, $AB = 14$ m.

a) Écrire l'égalité des rapports donnée par Thalès dans cette configuration papillon.

b) Calculer OD.

c) Calculer CD.

d) Un piéton marche de A vers C en passant par O. Quelle distance totale parcourt-il ?

Mes calculs :

EXERCICE 33 Distance inaccessible — largeur d'un terrain

STANDARD

SCIENCE

Un géomètre veut mesurer la largeur AB d'un terrain inaccessible. Il choisit un point C et mesure :
$CA = 60$ m, $CB = 45$ m. Il place D sur [CA] tel que $CD = 12$ m et E sur [CB] tel que $CE = 9$ m. Il mesure $DE = 8$ m.

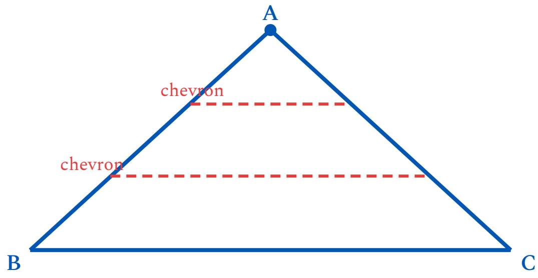
a) Montrer que $(DE) \parallel (AB)$ en utilisant la réciproque de Thalès.

b) En déduire AB.

c) Le géomètre veut vérifier son résultat en déplaçant les points. Il place D' sur [CA] tel que $CD' = 20$ m et E' sur [CB] tel que $CE' = 15$ m. Il mesure $D'E' = 13{,}3$ m. Retrouve-t-on la même valeur de AB ? Justifier.

Mes calculs :

EXERCICE 34 **Toiture et chevrons — Thalès direct** STANDARD



AGENCEMENT

La charpente d'un abri de jardin forme un triangle ABC, avec [BC] la base horizontale de **6 m** et A le faîtage. On a $AB = 5$ m et $AC = 4{,}5$ m. Un chevron intermédiaire relie D (sur [AB]) à E (sur [AC]), avec $(DE) \parallel (BC)$ et $AD = 3$ m.

a) Calculer le rapport $\dfrac{AD}{AB}$.

b) En déduire AE et DE.

c) Un second chevron [FG] parallèle à [BC] est placé avec $AF = 1$ m. Calculer FG.

d) Le menuisier dispose de tasseaux de 4 m. Quels chevrons ([DE] ou [FG]) peut-il couper dans un seul tasseau ?

Mes calculs :

Exercices d'approfondissement

EXERCICE 35 **Lecture d'un plan à l'échelle 1/25** AGENCEMENT APPROFONDISSEMENT

Un plan d'agencement est réalisé à l'**échelle 1/25** (1 cm sur le plan = 25 cm en réalité).

Sur le plan :

- Une cloison mesure **15,6 cm**
- Une pièce mesure **8,4 cm** × **5,2 cm**

a) Calculer la longueur réelle de la cloison (en m).

b) Calculer les dimensions réelles de la pièce (en m).

c) Calculer la surface réelle de la pièce (en m^2).

d) Quel est le rapport des surfaces plan/réel ? Que remarque-t-on ?

Rappel :

À l'échelle 1/k, les longueurs sont divisées par k. Les surfaces sont divisées par k^2.

Mes calculs :

EXERCICE 36

Agrandissement d'un tiroir — effets sur les dimensions, surfaces et volumes

MENUISERIE APPROFONDISSEMENT

Un tiroir modèle a pour dimensions : **longueur 30 cm, largeur 20 cm, hauteur 15 cm.** On veut fabriquer une version agrandie avec un facteur $k = 1{,}5$ sur toutes les dimensions.

a) Calculer les nouvelles dimensions du tiroir agrandi.

b) Le fond du tiroir modèle a une surface de $30 \times 20 = 600\ \text{cm}^2$. Calculer la surface du fond du grand tiroir. Quel est le facteur multiplicatif ?

c) Calculer le volume du tiroir modèle, puis le volume du grand tiroir. Quel est le facteur multiplicatif ?

d) Si le bois pour le fond du tiroir modèle coûte **45 €**, combien coûtera le fond du grand tiroir (même bois, même prix au cm^2) ?

Attention : Avec un facteur d'agrandissement k : les longueurs sont $\times k$, les surfaces sont $\times k^2$, les volumes sont $\times k^3$.

Mes calculs :

EXERCICE 37 Comparaison de deux fournisseurs de panneaux

MAINTENANCE AUTOMOBILE APPROFONDISSEMENT

Prolongement : les questions 1 à 3 mobilisent des fonctions affines (comparaison de coûts) et dépassent les capacités strictes de Thalès ; la question 4 relève bien de Thalès et des échelles.

Un atelier de maintenance automobile doit acheter des panneaux de bois pour son local. Deux fournisseurs proposent :

Fournisseur	Prix unitaire	Frais de port
BoisPro	14,00 € / panneau	0 €
PanneauxShop	11,50 € / panneau	35 € forfait

1. Écrire le coût total chez chaque fournisseur en fonction de x (nombre de panneaux).

2. Pour quelle valeur de x les deux fournisseurs coûtent-ils *le même prix* ?

3. Si l'atelier commande 20 panneaux, quel fournisseur choisir ? Calculer l'économie réalisée.

4. Un plan des murs de l'atelier est à l'échelle 1/30. Sur le plan, un mur mesure 12 cm. Quelle est sa longueur réelle ? En déduire le nombre minimum de panneaux de 1,20 m de large nécessaires pour couvrir ce mur.

Mes calculs :

EXERCICE 38 Découpe d'un panneau trapézoïdal — Thalès direct MENUISERIE

APPROFONDISSEMENT

Un menuisier agenceur doit découper un panneau en forme de trapèze. Il trace un triangle ABC, puis coupe parallèlement à la base [BC] à une hauteur donnée pour obtenir le bord supérieur [DE].

Le triangle a pour dimensions : $AB = 90$ cm, $AC = 75$ cm, $BC = 120$ cm. Le point D est sur [AB] tel que $AD = 60$ cm, et E est sur [AC] avec $(DE) \parallel (BC)$.

a) Calculer le rapport $\dfrac{AD}{AB}$.

b) En déduire AE et DE.

c) Le menuisier a besoin de connaître les longueurs DB et EC pour les deux côtés latéraux du trapèze. Les calculer.

d) Pour estimer le coût de la planche, il calcule l'aire du trapèze $BCED$. Rappel : aire du trapèze $= \dfrac{(B+b)\times h}{2}$. La hauteur du trapèze est de 28 cm. Calculer cette aire.

Mes calculs :

EXERCICE 39 **Maquette et réalité — agrandissement d'un salon** AGENCEMENT

APPROFONDISSEMENT

Un technicien d'agencement réalise la maquette d'un salon d'exposition à l'échelle $\frac{1}{25}$. Sur la maquette, la pièce principale mesure $12\text{ cm} \times 8\text{ cm}$ et un meuble d'angle a les dimensions $2{,}4\text{ cm} \times 1{,}6\text{ cm} \times 3{,}2\text{ cm}$ (L × l × h).

a) Calculer les dimensions réelles de la pièce (en m).

b) Calculer les dimensions réelles du meuble (en m).

c) Calculer la surface au sol réelle de la pièce et celle de la maquette. Vérifier que le rapport des surfaces est bien $k^2 = 625$.

d) Calculer le volume réel du meuble et le volume de la maquette. Vérifier que le rapport des volumes est bien $k^3 = 15\,625$.

Mes calculs :

EXERCICE 40 **Topographie — distance inaccessible par Thalès** APPROFONDISSEMENT

SCIENCE

Un géomètre doit mesurer la distance entre deux points A et B situés de part et d'autre d'un lac. Il ne peut pas mesurer AB directement. Il utilise la méthode suivante :

- Il choisit un point C visible depuis A et B.
- Sur le segment [CA], il place un point D tel que $CD = 20$ m et $CA = 80$ m.
- Sur le segment [CB], il place un point E tel que $CE = 15$ m et $CB = 60$ m.
- Il mesure $DE = 18$ m.

a) Montrer que $(DE) \parallel (AB)$ en utilisant la réciproque du théorème de Thalès.

b) Calculer AB.

c) Si le géomètre avait placé D tel que $CD = 30$ m (au lieu de 20), à quelle distance CE' aurait-il dû placer E' pour que $(DE') \parallel (AB)$?

Mes calculs :

EXERCICE 41 **Escalier — répartition des marches par Thalès** MENUISERIE

APPROFONDISSEMENT

Un fabricant de mobilier conçoit un escalier droit reliant deux niveaux. L'escalier monte de $H = 2{,}70$ m sur une longueur au sol de $L = 4{,}50$ m. L'escalier comporte 15 marches régulières.

On modélise le profil de l'escalier par un triangle ABC rectangle en B, avec $AB = L = 4{,}50$ m (horizontal) et $BC = H = 2{,}70$ m (vertical).

a) Calculer la hauteur d'une marche (giron vertical) et la profondeur d'une marche (giron horizontal).

b) Un palier intermédiaire est placé à la 6^{e} marche. On appelle D le point correspondant sur [AB] et E le point correspondant sur la ligne de pente [AC], avec $(DE) \parallel (BC)$. Calculer AD et DE.

c) Vérifier que le rapport $\dfrac{AD}{AB} = \dfrac{DE}{BC}$.

d) *(Prolongement métier — hors capacités strictes de Thalès)* Un bureau d'études impose que la formule de Blondel soit respectée : $2h + g$ doit être compris entre 59 et 65 cm, où h = hauteur et g = profondeur de marche. Est-ce le cas ici ?

Mes calculs :

EXERCICE 42 Problème ouvert — Thalès avec inconnue x

APPROFONDISSEMENT

ÉNERGIE

Un installateur de panneaux photovoltaïques place un support incliné. La section forme un triangle FGH avec G au sol. Il fixe un renfort [IJ] parallèle à [GH], avec I sur [FG] et J sur [FH].

On pose : $FI = x$ cm, $FG = 3x + 6$ cm, $FJ = x + 2$ cm, $FH = 3x + 12$ cm (avec $x > 0$).

a) Écrire l'égalité de Thalès $\dfrac{FI}{FG} = \dfrac{FJ}{FH}$ avec les expressions en x.

b) Simplifier chaque fraction. Montrer que $\dfrac{FJ}{FH} = \dfrac{x+2}{3(x+4)}$.

c) Résoudre l'équation obtenue et trouver la valeur de x.

d) Calculer toutes les longueurs numériques. Sachant que $GH = 45$ cm, calculer IJ.

Mes calculs :

EXERCICE 43 **Répartition de tasseaux sur un pignon triangulaire** MENUISERIE

APPROFONDISSEMENT

Un menuisier agenceur doit poser des tasseaux horizontaux sur un pignon triangulaire ABC (A au sommet, [BC] la base en bas). La base mesure $BC = 4{,}80$ m et les côtés $AB = 3{,}60$ m et $AC = 3$ m.

Il veut poser 3 tasseaux horizontaux parallèles à [BC], régulièrement espacés. Le premier tasseau $[D_1E_1]$ est placé au quart de la hauteur depuis A, le deuxième $[D_2E_2]$ à la moitié, le troisième $[D_3E_3]$ aux trois quarts.

a) Exprimer les rapports $\dfrac{AD_1}{AB}$, $\dfrac{AD_2}{AB}$ et $\dfrac{AD_3}{AB}$.

b) Calculer les longueurs D_1E_1, D_2E_2 et D_3E_3.

c) Le menuisier commande les tasseaux par lot de 2 m. Combien de lots doit-il acheter au minimum pour couper les 3 tasseaux ? Justifier.

d) Calculer la chute totale de bois (longueur non utilisée).

Mes calculs :

EXERCICE 44 **Configuration papillon — croisement de poutres** AGENCEMENT

APPROFONDISSEMENT

Dans un atelier, deux poutres rectilignes se croisent en un point O. On repère les extrémités A, B d'un côté et C, D de l'autre. On sait que $(AC) \parallel (BD)$.

On mesure : $OA = 2{,}50$ m, $OB = 3{,}75$ m, $OC = 4$ m, $AC = 3$ m.

a) Écrire l'égalité de Thalès dans cette configuration papillon (sommet O).

b) Calculer OD.

c) Calculer BD.

d) Un technicien d'agencement affirme : « Si on double les distances OA et OB, alors les longueurs AC et BD doublent aussi. » A-t-il raison ? Justifier par un calcul.

Mes calculs :

EXERCICE 45 Problème complet — conception d'une étagère triangulaire

MENUISERIE APPROFONDISSEMENT

Un menuisier conçoit une étagère murale en forme de triangle ABC, avec A en haut, [BC] la base horizontale en bas. Les dimensions sont : $AB = 80$ cm, $AC = 60$ cm, $BC = 100$ cm.

Il veut placer deux étagères horizontales parallèles à [BC] : la première $[D_1E_1]$ à mi-hauteur et la seconde $[D_2E_2]$ aux deux tiers depuis A.

1. Calculer les longueurs D_1E_1 et D_2E_2.

2. Calculer AD_1, AD_2, AE_1, AE_2.

3. Sur un plan à l'échelle $\frac{1}{5}$, dessiner le triangle et les deux étagères. Donner les dimensions sur le plan.

4. Le menuisier veut estimer la quantité de bois. Calculer la longueur totale de bois nécessaire pour les deux étagères, les deux côtés D_1B et E_1C, et la base BC. Arrondir au cm.

5. Si le bois coûte 8,50 € le mètre linéaire, calculer le coût total des pièces découpées (question 4).

Mes calculs :

MATHÉMATIQUES

13

Théorème de Thalès dans le triangle

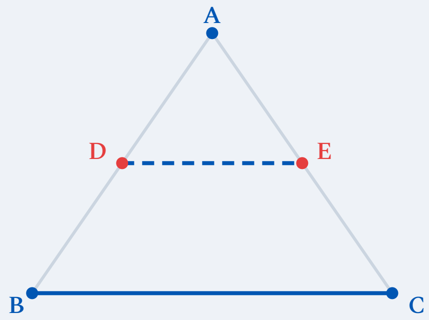
Théorème de Thalès | 2de Pro MA-MA

Socle | Standard | Approfondissement | Tout voir

Objectifs du chapitre

cliquer pour développer

Durée : 1 heure



Calculatrice : autorisée

Barème : 20 points

Documents : non autorisés

APP - S'Approprier | ANA - Analyser | REA - Réaliser | VAL - Valider | COM - Communiquer

SOCLE

Formules données :

Théorème de Thalès : si $(DE) \parallel (BC)$, alors $\dfrac{AD}{AB} = \dfrac{AE}{AC} = \dfrac{DE}{BC}$

Réciproque : si $\dfrac{AD}{AB} = \dfrac{AE}{AC}$, alors $(DE) \parallel (BC)$

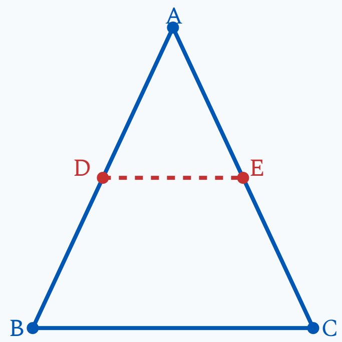
Partie A – Reconnaître et compléter

4 points

1 pt par question.

1. APP Dans la figure ci-dessous, $(DE) \parallel (BC)$. Compléter les trois rapports égaux :

$\dfrac{AD}{\_\_\_} = \dfrac{AE}{\_\_\_} = \dfrac{DE}{\_\_\_}$ *(1 pt)*



2. APP D est sur [AB], E est sur [AC], et $(DE) \parallel (BC)$. On donne $\dfrac{AD}{AB} = \dfrac{1}{3}$. Entoure la bonne réponse :

$\dfrac{AE}{AC} =$ A) $\dfrac{1}{2}$ B) $\dfrac{1}{3}$ C) $\dfrac{3}{1}$ *(1 pt)*

3. REA On a $AD = 4$ cm, $AB = 12$ cm. Calculer le rapport $\dfrac{AD}{AB}$:

$\dfrac{AD}{AB} = \dfrac{4}{12} = \dfrac{1}{\_\_\_}$ *(1 pt)*

4. REA Ce même rapport vaut $\dfrac{1}{3}$ et $DE = 6$ cm. $(DE) \parallel (BC)$. Calculer BC :

$\dfrac{DE}{BC} = \dfrac{1}{3}$ donc $BC = 6 \times \_\_\_ = \_\_\_$ cm *(1 pt)*

Partie B – Calculs guidés de longueurs

8 points

Montrer les calculs à chaque étape.

1. REA (**4 pts**) Dans le triangle ABC, $(DE) \parallel (BC)$, $D \in [AB]$, $E \in [AC]$.
Données : $AD = 6$ cm, $DB = 4$ cm, $AE = 9$ cm, $BC = 10$ cm.

Étape 1 : Calculer AB = AD + DB = _____ + _____ = _____ cm

Étape 2 : Calculer le rapport : $\frac{AD}{AB} = \frac{6}{___} =$_____

Étape 3 : Calculer AC en utilisant $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$:
$\frac{6}{\_\_\_} = \frac{9}{AC}$ donc $AC = 9 \times \frac{___}{6} =$_____ cm

Étape 4 : En déduire EC = AC − AE = _____ − 9 = _____ cm

Étape 5 : Calculer DE en utilisant $\frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC}$:
$DE = BC \times \frac{AD}{AB} = 10 \times \frac{6}{___} =$_____ cm

2. REA (**4 pts**) Un technicien en agencement trace une configuration de Thalès sur un plan.
On mesure : $AD = 3{,}6$ m, $AB = 9$ m, $AC = 7{,}5$ m. $(DE) \parallel (BC)$.

Étape 1 : Calculer le rapport : $\frac{AD}{AB} = \frac{3{,}6}{9} =$_____

Étape 2 : Calculer AE : $AE = AC \times \frac{AD}{AB} = 7{,}5\times$_____ = _____ m

Étape 3 : Calculer EC = AC − AE = 7,5 − _____ = _____ m

Partie C – Réciproque : les droites sont-elles parallèles ?

5 points

1. APP (**2 pts**) Compléter l'énoncé de la réciproque :
« Si D est sur [AB], E est sur [AC] et $\frac{AD}{\_\_\_} = \frac{AE}{\_\_\_}$, alors (DE) _____ (BC). »

2. ANA (**3 pts**) Dans le triangle ABC, $D \in [AB]$ et $E \in [AC]$.

On mesure : $AD = 4$ cm, $AB = 10$ cm, $AE = 6$ cm, $AC = 15$ cm.

Étape 1 : Calculer $\frac{AD}{AB} = \frac{4}{10} =$_____

Étape 2 : Calculer $\frac{AE}{AC} = \frac{6}{15} =$_____

Étape 3 : Comparer les deux rapports et conclure :

Les rapports sont _____ (égaux / différents), donc (DE) _____ (BC).

Partie D – Problème professionnel guidé

3 points

Un menuisier agenceur utilise une configuration de Thalès sur un plan à l'échelle 1/50.
Sur le plan : $AD = 4{,}2$ cm, $AB = 7$ cm, $DE = 5{,}4$ cm, $(DE) \parallel (BC)$.

1. REA (**1 pt**) Calculer le rapport $k = \frac{AD}{AB} = \frac{4{,}2}{7} =$_____

2. REA (**1 pt**) En déduire BC sur le plan :
$\frac{DE}{BC} = k$, donc $BC = \frac{DE}{k} = \frac{5{,}4}{___} =$_____ cm

3. VAL (**1 pt**) Calculer la longueur réelle de BC (échelle 1/50) :
Longueur réelle = BC × 50 = _____ × 50 = _____ cm = _____ m

STANDARD

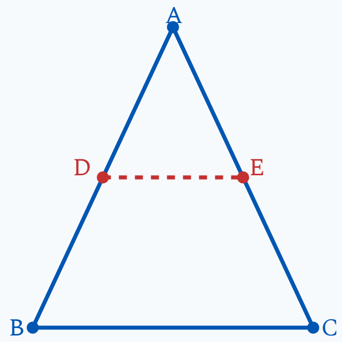
Partie A – Reconnaître et énoncer

4 points

1 pt par question.

1. APP Énoncer le théorème de Thalès (configuration triangle) dans sa forme directe. *(1 pt)*

2. APP Dans la figure ci-dessous, on sait que $(DE) \parallel (BC)$. Nommer les trois rapports égaux donnés par le théorème de Thalès. *(1 pt)*



3. ANA Quelle condition doit-on vérifier pour pouvoir appliquer le théorème ? *(1 pt)*

4. COM Peut-on appliquer le théorème de Thalès pour calculer une longueur si on ne connaît que AD et DB mais aucune autre longueur ? Justifier. *(1 pt)*

Partie B – Calculs de longueurs

8 points

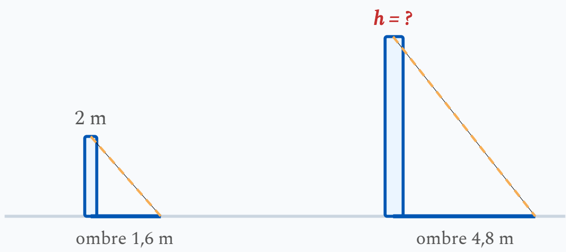
Montrer clairement l'application du théorème à chaque fois.

1. REA (**3 pts**) Dans le triangle ABC, on a $(DE) \parallel (BC)$ avec $D \in [AB]$ et $E \in [AC]$. Données : $AD = 6$ cm, $DB = 4$ cm, $AE = 9$ cm. Calculer EC, puis DE sachant que

$BC = 10$ cm.

2. REA (**3 pts**) Situation professionnelle : un technicien dresse un plan de coupe d'une canalisation. Sur le plan, la configuration est un triangle avec $(DE) \parallel (BC)$. On mesure : $AD = 3{,}6$ m, $AB = 9$ m, $AC = 7{,}5$ m. Calculer AE et EC.

3. REA (**2 pts**) Un arbre de hauteur inconnue projette une ombre de 4,8 m. Au même moment, un poteau de 2 m de hauteur projette une ombre de 1,6 m. En utilisant le théorème de Thalès, calculer la hauteur de l'arbre.



Rayons du soleil parallèles — poteau et arbre

Partie C – Réciproque du théorème de Thalès

5 points

1. APP (**2 pts**) Énoncer la réciproque du théorème de Thalès.

2. VAL (**3 pts**) Dans le triangle ABC, $D \in [AB]$ et $E \in [AC]$. On a mesuré : $AD = 4$ cm, $AB = 10$ cm, $AE = 6$ cm, $AC = 15$ cm.
Les droites (DE) et (BC) sont-elles parallèles ? Justifier par le calcul.

Partie D – Problème professionnel ouvert

3 points

Un menuisier agenceur doit vérifier l'implantation d'une canalisation sur un plan à l'échelle 1/50. Sur le plan, il trace une configuration de Thalès pour déduire une longueur réelle inaccessible directement.

Sur le plan, les mesures relevées sont : $AD = 4{,}2$ cm, $AB = 7$ cm, $DE = 5{,}4$ cm (DE ∥ BC).

1. REA (**1 pt**) Calculer le rapport $k = \dfrac{AD}{AB}$.

2. REA (**1 pt**) En déduire la longueur BC sur le plan.

3. VAL (**1 pt**) Calculer la longueur réelle correspondante à BC (échelle 1/50).

APPROFONDISSEMENT

Partie A – Théorème de Thalès : analyse et calculs

5 points

1. APP (**1 pt**) Énoncer complètement le théorème de Thalès (forme directe et réciproque).

2. REA (**2 pts**) Dans un triangle ABC, D est sur [AB] et E est sur [AC] avec $(DE) \parallel (BC)$.
On donne : $AD = x$, $AB = x + 6$, $AE = x + 2$, $AC = 2x + 4$ (cm, $x > 0$).

a) Écrire l'égalité de Thalès, simplifier si possible et trouver x.

b) Calculer les quatre longueurs numériques et vérifier.

3. VAL (**2 pts**) Un menuisier trace sur une planche un triangle ABC. Il mesure : $AD = 5$ cm, $AB = 12$ cm, $AE = 7{,}5$ cm, $AC = 18$ cm. Les droites (DE) et (BC) sont-elles parallèles ? Justifier rigoureusement.

Partie B – Situations professionnelles

8 points

1. REA (**4 pts**) Un technicien en agencement travaille sur un plan à l'échelle 1/40.
Sur le plan, il trace une configuration de Thalès : $AD = 5{,}6$ cm, $AB = 14$ cm, $DE = 3{,}8$ cm, $(DE) \parallel (BC)$.

a) Calculer le rapport k de Thalès.

b) Trouver la longueur BC sur le plan.

c) En déduire la longueur réelle de BC (en m).

d) Si $AE = 4{,}2$ cm sur le plan, calculer AC et EC sur le plan, puis leurs longueurs réelles.

2. REA (**4 pts**) Lors d'une mesure sur chantier, un menuisier agenceur mesure l'ombre d'un poteau de 3 m : elle fait 2,4 m. Au même moment, une cloison projette une ombre de 6 m.

a) Calculer la hauteur de la cloison par le théorème de Thalès.

b) Le menuisier veut poser des baguettes de finition sur toute la hauteur de la cloison. Les baguettes font 2,5 m de long. Combien en faut-il ?

c) Chaque baguette coûte 8,50 €. Quel est le coût total ?

d) Une autre cloison projette une ombre de 9 m. Calculer sa hauteur et le nombre de baguettes nécessaires.

Partie C – Analyse et synthèse

7 points

1. ANA (**3 pts**) Un dessinateur en maintenance automobile trace un triangle ABC sur une planche de traçage.

Il veut placer un point D sur [AB] et E sur [AC] de manière à ce que $(DE) \parallel (BC)$ et $DE = 6$ cm, $BC = 10$ cm.

a) Quel doit être le rapport $\dfrac{AD}{AB}$?

b) Si AB = 15 cm, calculer AD et DB.

c) Si AE = 9 cm, calculer AC.

2. VAL (**4 pts**) Un technicien réalise deux mesures sur un même chantier en utilisant le théorème de Thalès avec les rayons du soleil (parallèles).

Mesure 1 : Un poteau de 1,8 m projette une ombre de 2,4 m.

Mesure 2 : Une poutre horizontale (hauteur inconnue h) projette une ombre de 5,6 m.

Mesure 3 : Une cheminée projette une ombre de 14 m.

a) Calculer la hauteur de la poutre h.

b) Calculer la hauteur de la cheminée.

c) Le lendemain, le même poteau de 1,8 m projette une ombre de 3,6 m. La poutre projette alors une ombre de 8,4 m. Calculer à nouveau la hauteur de la poutre et vérifier qu'on trouve le même résultat qu'en a).

d) Que peut-on en conclure sur l'utilisation du théorème de Thalès avec les ombres ?