Exos maths type bac 1ère technologie

Ex 1

Une biologiste désire étudier l'évolution de la population de singes sur une île.
En 2025, elle estime qu'il y a $1\,000$ singes sur l'île.

A. Premier modèle.
Chaque année, la population de singes baisse de 10%.

1. Montrer qu'en 2026, il y aura 900 singes sur l'île.

2. Pour tout entier naturel n, on note u_n le nombre de singes sur l'île pour l'année 2025 + n.
On a donc $u_0 = 1\,000$.

a. Indiquer ce que représente u_2 et calculer sa valeur.

b. Déterminer la nature de la suite (u_n) et préciser sa raison.

c. Donner les variations de cette suite.

3. Selon ce modèle, la population de singes est-elle menacée d'extinction ? Justifier.

B. Second modèle
On admet que l'évolution du nombre de singes est modélisée par la suite (v_n) ainsi définie :

$$\begin{cases} v_{n+1} = 0{,}9v_n + 150 \ ; n \in \mathbb{N} \\ v_0 = 1000 \end{cases},$$

où v_n désigne le nombre de singes sur l'île pour l'année 2025 + n.

1. Avec ce modèle, quelle sera la population de singes en 2026 ?
Détailler le calcul.

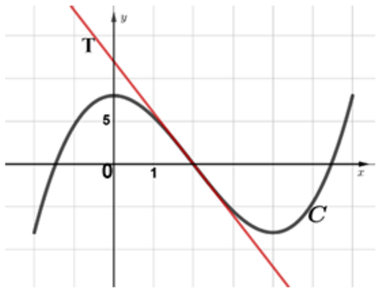
2. La feuille de calcul ci-contre donne les valeurs arrondies à l'unité des premiers termes de la suite (v_n).
Quelle formule, destinée à être étirée vers le bas, faut-il saisir dans la cellule B3 pour obtenir les termes de la suite (v_n) ?

3. Indiquer en quelle année, la population de singes dépassera pour la première fois 1400 individus.

	A	B
1	n	Vn
2	0	1000
3	1	1050
4	2	1095
5	3	1136
6	4	1172
7	5	1205
8	6	1234
9	7	1261
10	8	1285
11	9	1306
12	10	1326
13	11	1343
14	12	1359
15	13	1373
16	14	1386
17	15	1397
18	16	1407
19	17	1417
20	18	1425
21	19	1432

Ex 2

On considère une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[-2\,;6]$.
Sa courbe représentative, notée $\mathcal{C}$ est donnée ci-contre.
- On sait que la courbe $\mathcal{C}$ passe par les points de coordonnées $(0\,;8)$, $(2\,;0)$ et $(4\,;-8)$.
- On note T la tangente à la courbe $\mathcal{C}$ au point d'abscisse $x = 2$.
- On sait que la tangente T coupe l'axe des ordonnées en $y = 12$.
On note f' la fonction dérivée de f.



1.a) Déterminer les valeurs de $f(2)$ et $f'(2)$.

b) Donner une équation de la tangente T.

c) Recopier et compléter le tableau de variation ci-dessous en utilisant le graphique.

x	-2	0	4	6
Variations de f				

2. On admet que la fonction f est définie sur l'intervalle $[-2\,;6]$ par $f(x) = 0{,}5x^3 - 3x^2 + 8$.

a) Montrer que, pour tout réel x de l'intervalle $[-2\,;6]$, on a $f'(x) = 1{,}5x(x-4)$.

b) Étudier le signe de $f'(x)$ et retrouver le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $[-2\,;6]$.

3. On admet que, pour tout réel x de l'intervalle $[0\,;2]$ on a $f(x) \leq -6x + 12$.
Que peut-on en déduire pour la courbe $\mathcal{C}$ et la tangente T sur l'intervalle $[0\,;2]$?

Ex 3

On considère la fonction f définie pour tout réel x par $f(x) = -x^2 + 6x - 5$.

1. Calculer l'image de 0 et de 3 par la fonction f.

2. Montrer que, pour tout réel x, on a : $(x-1)(5-x) = -x^2 + 6x - 5$.

3. En déduire les antécédents de 0 par la fonction f.

4. Montrer que pour tout réel x, on a : $4 - (x-3)^2 = -x^2 + 6x - 5$.

5. Est-il possible de trouver un réel x, tel que $f(x) > 4$? Justifier.

6. Réaliser un schéma donnant l'allure la courbe de la fonction f sur lequel apparaîtront les résultats des questions **1.**, **3.** et **5.**

Exos maths type bac 1ère technologie

Ex 4

Indiquer, en justifiant, si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses.

Les questions 1 et 2 sont indépendantes.

1. Afin de lutter contre le dopage dans le sport, un test a été mis en place.
En principe, ce test est POSITIF lorsque le sportif est dopé, et NEGATIF lorsqu'il n'est pas dopé.
Toutefois, ce test peut commettre des erreurs : il peut être positif lorsque le sportif n'est pas dopé, et négatif lorsque le sportif est dopé.

Le tableau ci-dessous donne les résultats recueillis auprès de 200 coureurs ayant participé à un marathon.

	Coureur non dopé	Coureur dopé	Total
Test positif	15	5	20
Test négatif	178	2	180
Total	193	7	200

a. On choisit un coureur au hasard parmi les 200 coureurs testés.
Affirmation 1 : La probabilité que le coureur ne soit pas dopé ou soit testé positif est égale à $\frac{213}{200}$.

b. On choisit un coureur au hasard parmi ceux ayant eu un test positif.
Affirmation 2 : Il y a 75 % de chances que le coureur ne soit pas dopé.

c. On choisit un coureur au hasard parmi les 200 coureurs testés.
Affirmation 3 : La probabilité que le coureur soit concerné par une erreur de test est égale à $8{,}5$ %.

2. Au tennis, un SERVICE peut être réussi ou manqué. Une joueuse de tennis s'entraîne à faire des services. On admet que :
- la probabilité que son service soit réussi est égale à $0{,}9$.
- les services sont indépendants les uns des autres.

La joueuse fait deux services.
Affirmation 4 : La probabilité qu'exactement un service soit réussi sur les deux est égale à $0{,}09$.

Ex 5

Pour chacune des quatre affirmations suivantes, indiquer si elle est VRAIE ou FAUSSE en justifiant la réponse.

1. On considère une suite arithmétique (u_n) de raison $r = \frac{1}{2}$.
On sait que $u_{50} = 1000$.

Affirmation 1 : $u_{60} = 1005$.

2. On considère une suite géométrique (u_n) de raison q positive.
On sait que $u_{100} = 5$ et que $u_{102} = 20$.

Affirmation 2 : $u_{99} = 2{,}5$.

3. Affirmation 3 : Il est possible de trouver au moins un réel x tel que $x + x = x^2$.

4. On lance deux pièces équilibrées.
On gagne si les deux pièces tombent du même côté, c'est-à-dire si elles tombent toutes les deux sur PILE ou si elles tombent toutes les deux sur FACE.

Affirmation 4 : On a une chance sur quatre de gagner.

Ex 6

Un club d'escalade propose à ses 100 adhérents deux séances par semaine : lundi, jeudi. A chacune des séances, chaque adhérent est libre de venir ou pas.

Le tableau ci-dessous récapitule les choix des adhérents une semaine donnée.

	Présent le JEUDI	Absent le JEUDI	Total
Présent le LUNDI	45	x	75
Absent le LUNDI	20	5	25
Total	65	35	100

Exemple : le tableau montre que 45 adhérents sont venus lundi et jeudi.

1. Décrire par une phrase ce que représente le nombre x et déterminer sa valeur.

2. On choisit un adhérent au hasard.
a. Quelle est la probabilité qu'il s'agisse d'un adhérent qui n'est venu ni le lundi ni le jeudi ?

b. Quelle est la probabilité qu'il s'agisse d'un adhérent qui n'est venu qu'un seul jour ?

c. On sait à présent que l'adhérent choisi est venu le lundi.
Quelle est la probabilité qu'il soit également venu le jeudi ?

3. Chacun des adhérents verse au club une cotisation annuelle de 100 euros.
a. En 2026, le club compte 100 adhérents.
Quel est le montant total des cotisations versées au club en 2026 ?

b. On suppose que, de 2026 (inclus) à 2041 (inclus) le montant de la cotisation reste stable, mais que le nombre d'adhérents augmente régulièrement de 5 unités chaque année. Ainsi, en 2026, il y a 100 adhérents, en 2027, il y a 105 adhérents, en 2028, il y a 110 adhérents, en 2029, il y a 115 adhérents, etc.

Quel sera le montant total des cotisations versées au club entre 2026 et 2041 ?

Indication : on pourra utiliser la formule ci-dessous :

$$a + (a + r) + (a + 2r) + (a + 3r) + \cdots . +(a + nr) = \frac{2a + nr}{2} \times (n + 1).$$

Ex 7

Julien, un ingénieur en travaux publics, est chargé de réaliser les plans d'un viaduc devant enjamber la vallée de la Meuse dans les Ardennes.
Le viaduc comporte un arc inférieur parabolique que Julien veut modéliser par la fonction f définie sur l'intervalle $[0; 20]$ par :

$$f(x) = 10x - \frac{x^2}{2} \quad \text{où } x \text{ est exprimé en mètres}$$

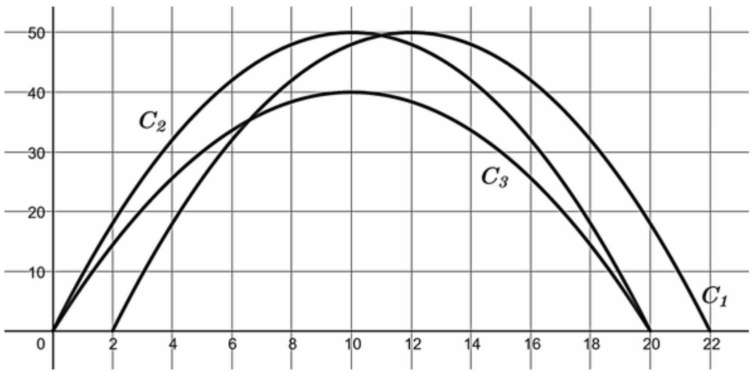
1- Montrer que pour tout $x \in [0; 20]$:

$$f(x) = -\frac{1}{2}x(x - 20)$$

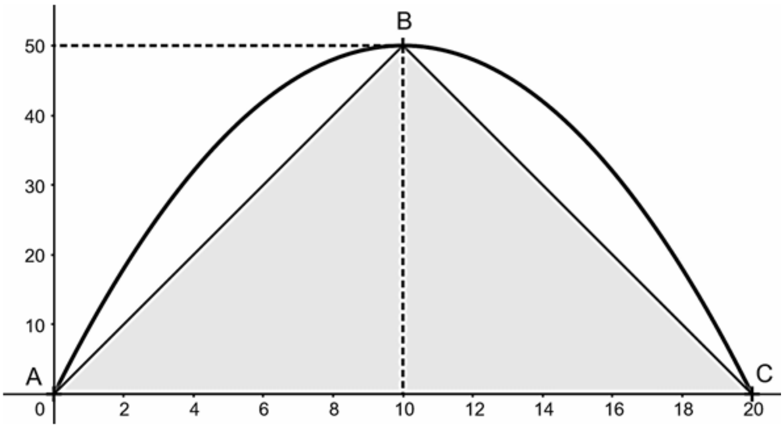
2- Déterminer les variations de la fonction f sur l'intervalle $[0; 20]$.

3- Calculer le maximum de la fonction f sur l'intervalle $[0; 20]$.
Interpréter cette valeur dans le contexte de l'exercice.

4- Parmi les trois courbes ci-dessous, indiquer celle qui représente la fonction f.
Justifier votre réponse.



5- Lou-Anne est associée à Julien dans ce projet. Elle est chargée de travailler à l'intégration de l'édifice dans l'environnement.
A cet effet, elle doit connaître la valeur exacte de l'aire sous l'arche et vérifier que cette aire est au moins égale à 600 m^2.
Elle souhaite utiliser pour cela un très ancien résultat de géométrie dû à Archimède : l'aire sous l'arche parabolique est égale à l'aire du triangle ABC multipliée par $\frac{4}{3}$.



Calculer l'aire sous l'arche en m^2 et déterminer si Lou-Anne peut valider le projet de Julien.

Ex 8

Jean était fumeur et a décidé d'arrêter de fumer afin de préserver sa santé. Il fumait en moyenne un paquet et demi de cigarettes par jour à 10 € le paquet. Il a décidé pour se motiver dans sa démarche, d'ouvrir une cagnotte de 200 € et d'y ajouter chaque jour l'argent qu'il consacrait aux cigarettes.

On note pour tout entier naturel n, c_n l'argent disponible dans la cagnotte n jours après l'arrêt du tabac. Ainsi $c_0 = 200$.

1- Calculer c_1 et c_2.

2- Déterminer la nature de la suite (c_n).

3- Déterminer pour tout entier naturel n, l'expression de c_n en fonction de n.
Vérifier que $c_{60} = 1\,100$.

4- Jean qui est passionné de football, aimerait s'offrir le maillot porté par Osvaldo Piazza lors de la finale de la Coupe d'Europe des Clubs Champions le 12 mai 1976. Il évalue le prix de ce maillot à 12 000 €.

Déterminer le nombre de jours nécessaires pour que Jean puisse s'offrir ce maillot grâce à sa cagnotte.

Aide au calcul : $\dfrac{11\,800}{15} \simeq 786{,}7$

Ex 9

Partie A :

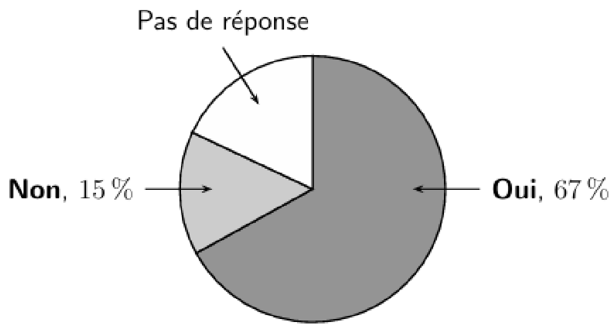
Un sondage est mené auprès de clients d'un magasin de téléphonie mobile ayant acheté un téléphone (et un seul) de modèle A ou de modèle B, avec deux choix de forfaits possibles :
forfait M : « Internet mobile 10 Go » ou forfait S :« Internet mobile 50 Go ».
Le téléphone de modèle A coûte moins cher que le téléphone de modèle B et le coût du forfait M est moins élevé que celui du forfait S.
Sur les $2\,000$ clients sondés, $1\,040$ ont souscrit un forfait M et $1\,350$ ont acheté un téléphone de modèle B.
On relève également que $30\,\%$ des sondés ayant acheté un téléphone de modèle B ont souscrit un forfait M.

1. À l'aide des données précédentes, compléter le tableau croisé d'effectifs fourni en annexe.
2. Quelle est la fréquence des sondés ayant souscrit un forfait S ?
3. (a) Quelle est la fréquence des sondés qui ont acheté un téléphone de modèle A et ont souscrit un forfait M ?

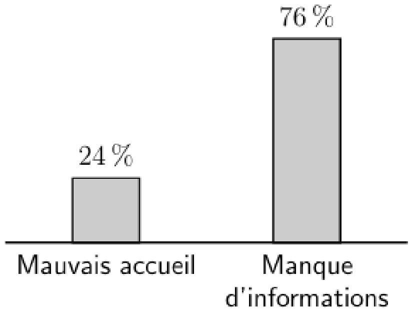
   (b) L'affirmation suivante du directeur de cette agence est-elle vraie ?
   « Moins d'un tiers des sondés choisit la formule la plus économique ».
4. Si on choisit au hasard un client parmi les sondés qui ont répondu avoir souscrit un forfait S, est-il vrai qu'il y a une très forte probabilité qu'il ait acheté un téléphone de modèle B ?

Partie B :
Dans un autre magasin de téléphonie mobile, une enquête de satisfaction proposée à chaque client a donné les résultats suivants :

Question 1 :
Êtes-vous satisfait des conditions d'achat ?



Question 2 :
Si réponse « Non » à la question 1, donner la raison principale.



1. Quelle est la proportion, exprimée en pourcentage, de clients interrogés qui n'ont pas répondu à la première question ?
2. Parmi l'ensemble des clients interrogés, quelle est la proportion, exprimée en pourcentage, de ceux qui ne sont pas satisfaits des conditions d'achat en raison d'un mauvais accueil ?

Annexe

	Nombre de sondés ayant souscrit le forfait M	Nombre de sondés ayant souscrit le forfait S	Total
Nombre de sondés ayant acheté le téléphone de modèle A			
Nombre de sondés ayant acheté le téléphone de modèle B			
Total			$2\,000$

Ex 10

Partie A : Étude d'une fonction
Soit f la fonction définie sur **R** par $f(x) = 0{,}005x(x+56)$.

1. Quelle est la nature de la courbe représentative de f ?
2. Représenter l'allure de la courbe représentative de f en précisant :
   — les abscisses des points d'intersection de $\mathscr{C}_f$ avec l'axe des abscisses ;
   — l'axe de symétrie de $\mathscr{C}_f$ ainsi que son équation.

On s'intéresse dans la suite de cet exercice à la distance d'arrêt en mètres d'un véhicule sur route humide, puis sur route sèche, en fonction de sa vitesse en km/h.

Partie B : Sur route humide
Le graphique fourni dans **l'annexe, à rendre avec la copie**, représente la distance d'arrêt en mètres d'un véhicule sur route humide en fonction de la vitesse en km/h.

En s'aidant du graphique de **l'annexe**, et en faisant apparaître les traits utiles à la lecture, déterminer avec la précision que permet la lecture graphique :

1. la distance d'arrêt en mètres d'un véhicule automobile roulant à une vitesse de 80 km/h puis à une vitesse de 90 km/h ;
2. la vitesse en km/h correspondant à une distance d'arrêt de 60 mètres.

Partie C : Sur route sèche
Sur route sèche, la distance d'arrêt en mètres d'un véhicule roulant à x km/h est modélisée par la fonction f de la partie A définie uniquement sur $[0; 130]$ par $f(x) = 0{,}005x(x + 56)$.

1. Calculer $f(80)$. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.
2. Compléter le tableau de valeurs de la fonction f, fourni en annexe. Arrondir les valeurs à l'unité.
3. Tracer la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ de la fonction f sur l'intervalle $[0\,; 130]$ dans le repère donné en **annexe.**

Partie D :
Une campagne publicitaire de la Sécurité Routière du mois de juin 2018 affirme que baisser la vitesse sur les routes de 90 km/h à 80 km/h permet de gagner 13 mètres au moment du freinage.

En utilisant les résultats des parties B et C,

1. peut-on dire que cette affirmation est vérifiée sur route humide ? Justifier la réponse.
2. Peut-on dire que cette affirmation est vérifiée sur route sèche ? Justifier la réponse.

Annexe

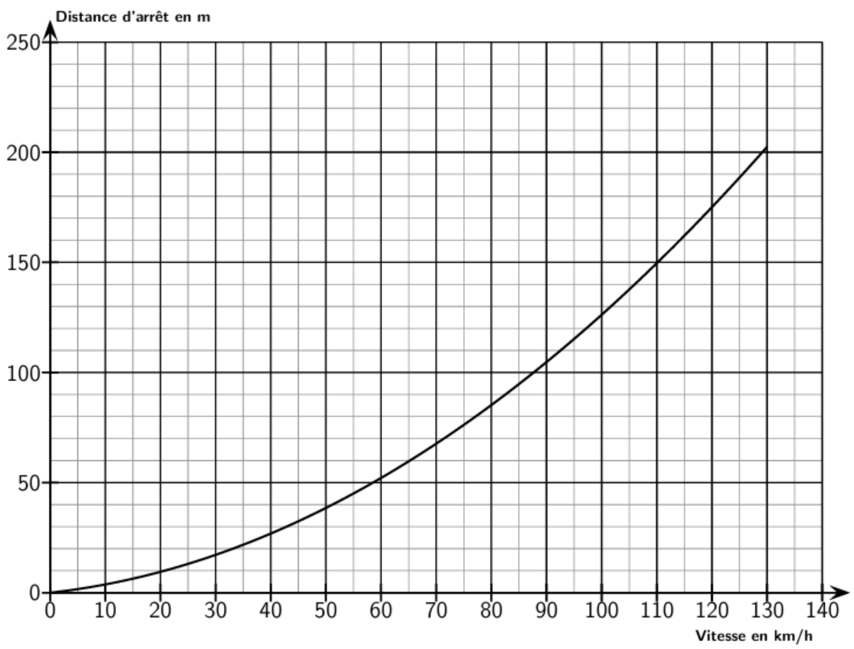


Tableau de valeurs de f arrondies à l'unité

x	0	30	50	70	80	90	110	130
$f(x)$	0	13	27	44			91	121

Ex 11

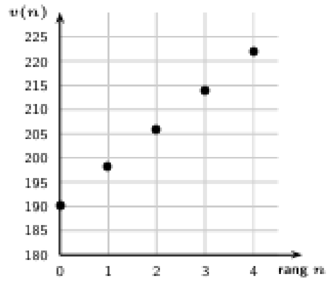
Lise a créé une page sur un réseau social pour partager des photos de voyage. D'après les statistiques de fréquentation des premières semaines, elle considère qu'on peut modéliser l'évolution du nombre de personnes intéressées par ses photos par une augmentation de 8% chaque semaine.
Au moment de la création de la page, le nombre de personnes intéressées était de 150. On note $u(n)$ le nombre de personnes intéressées par les photos, selon le modèle considéré par Lise, n semaines après la création de la page. Les premières valeurs, arrondies à l'unité, de la suite u ainsi définie sont données dans le tableau ci-dessous, extrait d'une feuille de calcul.

	A	B	C	D	E	F
1	Rang n de la semaine	0	1	2	3	4
2	Nombre $u(n)$ de personnes intéressées	150	162	175	189	

1. Calculer la valeur de $u(4)$. Arrondir à l'unité.
2. Quelle formule, destinée à être recopiée vers la droite, peut-on saisir dans la cellule C2 pour obtenir les valeurs de la suite u ?
3. Quelle est la nature de la suite u ? Justifier.
4. Recopier et compléter le script ci-dessous de la fonction python nommée `nombre_interesses` renvoyant la valeur $u(n)$ pour un entier naturel n choisi au départ.

```
def nombre_interesses(n):
    u=...
    for i in range(n):
        u=....
    return u
```

Ali a démarré en même temps que Lise le partage de photos de ses propres voyages. Pour les premières semaines, il a représenté sur le graphique ci-contre le nombre $v(n)$ de personnes intéressées par ses photos n semaines après la création de la page. On considère que l'évolution du nombre de personnes intéressées se poursuit de la même façon.



5. (a) Pourquoi peut-on conjecturer que la suite v est arithmétique ?
   (b) On admet que v est arithmétique et on donne les deux premiers termes de la suite v dans le tableau ci-dessous :

Rang n de la semaine	0	1	2	3	4
Nombre $v(n)$ de personnes intéressées	190	198			

   Écrire une relation entre $v(n+1)$ et $v(n)$ pour tout entier naturel n et calculer les valeurs manquantes du tableau.
6. Est-il possible qu'à un moment donné, il y ait davantage de personnes intéressées par les photos de Lise que par celles d'Ali ?