

# Frottement solide, lois de COULOMB

En MPSI, l'étude des frottements s'est officiellement limitée au cas du frottement fluide : les forces de frottements sont causées par le fluide environnant, occasionnant des frottements opposés au vecteur vitesse ( $\vec{f} = -k\vec{v}$  ou  $\vec{f} = -kv\vec{v}$ ). Le programme de MP s'intéresse quant à lui aux frottements entre solides et limite l'étude aux frottements de glissement dans le cas d'un solide en translation. Le frottement entre solide est appelé frottement solide ou frottement sec.

Les frottements entre solides résultent de l'interaction entre les différents atomes présents à la surface de chacun des solides. Ces interactions sont du type interaction de VAN DER WAALS ou liaison hydrogène. Un calcul intégral donnant la somme des différentes contributions est illusoire. Les outils à disposition pour l'étude des frottements solides sont donc des lois phénoménologiques (ou empiriques), c'est-à-dire basées sur l'expérimentation : ce sont les lois de COULOMB.

## A. Expérience et modélisation

### A.1 Expérience 1

Dans cette première expérience, on pose (sans vitesse initiale) le solide  $S_1$  sur le plan incliné. On constate que pour un solide et un plan donnés deux comportements différents sont possibles : soit le solide reste en équilibre dans sa position initiale, soit il glisse vers le bas le long de la direction de plus grande pente.

Le comportement dépend de la valeur de l'angle  $\alpha$  : le solide reste en équilibre quand  $\alpha$  est inférieur à une angle limite  $\alpha_\ell$  et glisse quand  $\alpha$  est supérieur à  $\alpha_\ell$ .

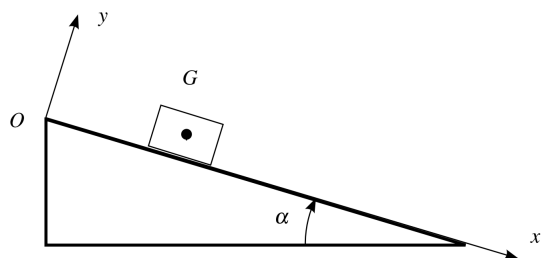


FIGURE 1 – Situation classique du plan incliné

Si on effectue l'expérience avec un autre solide  $S_2$  (d'un autre matériau), on constate encore l'existence des deux comportements. Cependant l'angle limite  $\alpha$  n'est plus le même. On sent intuitivement que la  $S_2$  "adhère" plus au plan incliné que  $S_1$ , ce qui se traduit expérimentalement par un angle limite  $\alpha_\ell$  plus grand.

## A.2 Expérience 2

Dans cette deuxième expérience, on lance le solide vers le haut du plan incliné le long de la direction de plus grande pente. On constate là aussi deux comportements possibles. Dans tous les cas le solide commence par glisser vers le haut le long du plan incliné. Sa vitesse diminue progressivement jusqu'à s'annuler. Ensuite, soit le solide reste immobile, soit il redescend le long de la ligne de plus grande pente.

## A.3 Modélisation

### A.3.1 Description des actions de contact

On modélise l'action de contact d'un solide  $S_1$  sur un solide  $S_2$  par une force  $\vec{R}_{1 \rightarrow 2}$  appliquée en un point I de la surface de contact entre les deux solides.

#### Définition M1.1 - Actions de contact

On décompose cette force  $\vec{R}_{1 \rightarrow 2}$  en une composante perpendiculaire (normale) au plan de contact, notée  $\vec{N}_{1 \rightarrow 2}$  et une composante tangentielle  $\vec{T}_{1 \rightarrow 2}$  :

$$\vec{R}_{1 \rightarrow 2} = \vec{N}_{1 \rightarrow 2} + \vec{T}_{1 \rightarrow 2}$$

La composante normale lutte contre la pénétration de  $S_2$  dans  $S_1$  et la composante tangentielle modélise les frottements solides.

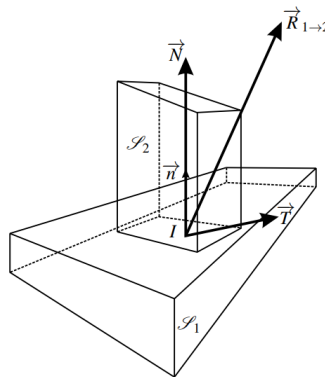


FIGURE 2 – Modélisation du contact entre deux solides

### A.3.2 Vitesse de glissement

Les deux solides sont en mouvement de glissement l'un sur l'autre. Ce mouvement est décrit par une vitesse de glissement  $\vec{v}_g(2/1)$ .

#### Définition M1.2 - Vitesse de glissement $\vec{v}_g$

$\vec{v}_g(2/1)$  est la vitesse de glissement du solide  $S_2$  par rapport au solide  $S_1$ , définie comme la vitesse du solide 2 par rapport au solide 1. C'est la vitesse du solide 2 dans le référentiel lié au solide 1. Elle est nécessairement tangente aux deux solides au point I.

Une situation de glissement est caractérisée par une vitesse de glissement non-nulle :  $\vec{v}_g \neq \vec{0}$

## B. Lois de COULOMB

Les lois qui décrivent le frottement solide ont été établies expérimentalement de façon progressive ; les principaux contributeurs sont DE VINCI, AMONTONS et COULOMB.

### B.1 Énoncé

#### Loi M1.1 - Lois de COULOMB(-AMONTONS)

Ces lois s'expriment différemment selon qu'il y a glissement ou non.

**Situation de non-glissement** 
$$\begin{cases} \vec{v}_g = \vec{0} \\ T \leq f_s N \end{cases}$$

où  $f_s$  est le coefficient de frottement statique entre les deux solides.

**Situation de glissement** 
$$\begin{cases} \vec{v}_g \neq \vec{0} \\ \vec{T} \text{ et } \vec{v}_g \text{ sont colinéaires et de sens opposés : } \vec{T} \cdot \vec{v}_g < 0 \\ T = f_d N \end{cases}$$

où  $f_d$  est le coefficient de frottement dynamique entre les deux solides.

### B.2 Coefficients de frottement

Les lois de COULOMB font apparaître des coefficients de frottements statique  $f_s$  et dynamique  $f_d$ . Quelques ordres de grandeurs sont fournis dans le tableau ci-dessous.

| Surfaces en contact      | $f_s$ | $f_d$ |
|--------------------------|-------|-------|
| Bois/Bois                | 0,5   | 0,3   |
| Glace / Glace            | 0,1   | 0,03  |
| Acier/Acier              | 0,74  | 0,57  |
| Teflon/Teflon            | 0,04  | 0,04  |
| Pneu sur route sèche     |       | 0,7   |
| Pneu sur route humide    |       | 0,2   |
| Pneu sur route verglacée |       | 0,1   |

TABLE 1 – Ordres de grandeurs de coefficients de frottement

Ces coefficients sont sans dimension, ne dépendent ni la vitesse de glissement, ni des forces mises en jeu, ni de l'aire de la surface de contact. En revanche, ils dépendent des actions microscopiques et de l'état de surface.

Les valeurs de  $f_s$  et  $f_d$  sont souvent proches ; il arrive fréquemment que l'on ne définisse qu'un seul coefficient de frottement  $f$  identique dans les deux situations. Néanmoins, certains phénomènes ne sont explicables que par la différence entre  $f_s$  et  $f_d$  : le crissement d'une craie ou le grincement d'une porte, conséquences d'un mouvement appelé fixe-glisse (stick-slip).

### B.3 Mesure de $f_s$ et cône de frottement

Mise en équ de la mesure de  $f_s$ .

Dans le cas du plan incliné, nous avons déjà évoqué la notion d'angle limite  $\alpha_\ell$  au-delà duquel un solide sort de sa condition d'immobilité. Cet angle défini est l'angle au sommet d'un cône ayant pour axe la normale à la surface de contact, qu'on appelle *cône de frottement*. Si la réaction totale  $\vec{R}$  est contenue à l'intérieur du cône de frottement, le système reste statique, et si  $\vec{R}$  tend à sortir du cône de frottement, le solide qui son immobilisme.

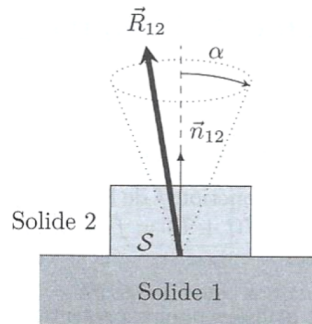


FIGURE 3 – Notion de cône de frottement

## C. Résolution d'un problème avec frottements

Dans un premier temps, il est primordial de définir proprement le référentiel d'étude : la vitesse d'un solide dans le référentiel terrestre n'est pas toujours la vitesse de glissement !

Ensuite, il faut déterminer si on est dans une situation où le solide passe du glissement au non-glissement (dynamique vers statique) ou l'inverse.

### Résultat M1.1 - Résolution d'un problème avec frottement

**Du non-glissement au glissement** : dès que  $T > f_s N$ ,  $\vec{R}$  sort du cône de frottement.

**Du glissement au non-glissement** : dès que  $T \leq f_s N$  et  $\vec{v}_g = \vec{0}$ ,  $\vec{R}$  entre dans le cône de frottement et la vitesse s'annule.

## D. Approche énergétique

Le calcul de la puissance des forces de contact n'est pas différent de ce qui est fait habituellement :

$$\mathcal{P} = \vec{R} \cdot \vec{v}_g = (\vec{N} + \vec{T}) \cdot \vec{v}_g = \vec{T} \cdot \vec{v}_g$$

### Résultat M1.2 - Puissance des actions de contact

La puissance des actions de contact se limitent à la partie tangentielle :

$$\mathcal{P} = \vec{T} \cdot \vec{v}_g$$

Cette puissance est négative (ces frottements font perdre de l'énergie au système) ou nulle. Elle est nulle dans deux cas particuliers :

- quand il y a glissement sans frottements (car  $T = 0$ ),
- quand il n'y a pas de glissement (car  $\vec{v}_g = \vec{0}$ )