MATHÉMATIQUES

20

Plans d'expérience

BTS | Mathématiques | Groupement C2

Objectifs du chapitre

- Comprendre les notions de facteur, niveau et variable réponse dans un plan d'expérience.
- Construire et analyser un plan factoriel complet 2^2 et 2^3.
- Calculer les effets principaux et les interactions à partir de la matrice des essais.
- Utiliser un plan fractionnaire 2^{k-p} et identifier les alias.
- Établir le modèle mathématique du premier ordre et valider les résidus.
- Introduire les surfaces de réponse et les plans composites centraux.
- Présenter la méthode de Taguchi et la notion de rapport signal/bruit.
- Conduire une démarche complète d'optimisation d'un procédé industriel.

Situation professionnelle

Chloé est ingénieure qualité dans une usine de soudage par résistance. La ligne produit des assemblages d'acier inoxydable pour l'industrie alimentaire. Des contrôles révèlent une résistance mécanique des soudures trop variable selon les équipes et les cycles de production.

On suspecte l'influence de trois paramètres : la **température des électrodes**, la **vitesse d'avance** et la **pression de serrage**. Chloé doit déterminer, avec un minimum d'essais coûteux, quels facteurs ont un impact réel et trouver les réglages optimaux pour maximiser la résistance des soudures.

Elle décide d'utiliser un **plan d'expérience** plutôt que de tester chaque paramètre séparément : cette approche lui permettra d'analyser les interactions entre facteurs et de réduire le nombre d'essais de plusieurs dizaines à seulement huit.

1. Introduction aux plans d'expérience

1.1 Pourquoi les plans d'expérience ?

Optimiser un procédé industriel nécessite souvent d'étudier plusieurs paramètres simultanément. L'approche dite *« un facteur à la fois »* (OFAT — One Factor At a Time) consiste à faire varier un seul paramètre pendant que tous les autres restent fixes.

> Attention L'approche OFAT est **inefficace et trompeuse** : elle ne détecte pas les **interactions** entre facteurs (situation où l'effet d'un facteur dépend du niveau d'un autre). Elle peut nécessiter un nombre d'essais beaucoup plus grand et conduire à des conclusions erronées.

Les **plans d'expérience** (Design of Experiments, DoE) permettent de :

- Étudier *simultanément* plusieurs facteurs.
- Estimer les interactions entre facteurs.
- Réduire le nombre d'essais tout en conservant la qualité de l'information.
- Construire un modèle mathématique du procédé.
- Trouver les réglages optimaux (maximisation, minimisation ou cible).

1.2 Vocabulaire fondamental

Définitions

- **Variable réponse Y** : grandeur mesurée lors de chaque essai (résistance de soudure en N, rugosité en µm, dureté en HV…).
- **Facteur X_i** : paramètre du procédé susceptible d'influencer Y (température, vitesse, pression…).
- **Niveau** : valeur prise par un facteur lors d'un essai. Pour les plans à deux niveaux, on utilise les valeurs codées -1 (bas) et $+1$ (haut).
- **Essai** (**run**) : une combinaison particulière de niveaux de tous les facteurs.
- **Domaine expérimental** : l'ensemble des combinaisons possibles de niveaux.
- **Effet principal** : variation de Y due à la variation d'un seul facteur (tous les autres moyennés).
- **Interaction** : l'effet d'un facteur sur Y dépend du niveau d'un autre facteur.

1.3 Codage des facteurs

On transforme les niveaux réels en niveaux codés -1 et $+1$ par la formule :

$$x_i = \frac{X_i - \bar{X}_i}{\Delta X_i} \qquad \text{avec } \bar{X}_i = \frac{X_{i,\max} + X_{i,\min}}{2}, \quad \Delta X_i = \frac{X_{i,\max} - X_{i,\min}}{2}$$

Exemple La température varie entre $200\ ^\circ\mathrm{C}$ et $240\ ^\circ\mathrm{C}$. $\bar{X} = 220\ ^\circ\mathrm{C}$, $\Delta X = 20\ ^\circ\mathrm{C}$.
Niveau bas $200\ ^\circ\mathrm{C} \Rightarrow x = -1$. Niveau haut $240\ ^\circ\mathrm{C} \Rightarrow x = +1$.

2. Plan factoriel complet 2^2

2.1 Principe

Avec $k = 2$ facteurs à 2 niveaux, on réalise $2^2 = 4$ essais couvrant toutes les combinaisons possibles. Ce plan permet d'estimer les deux effets principaux et leur interaction.

2.2 Matrice des essais — exemple soudage

Facteur A : Température des électrodes ($200\,^{\circ}\mathrm{C} = -1$; $240\,^{\circ}\mathrm{C} = +1$).

Facteur B : Vitesse d'avance ($1.5\,\mathrm{m/min} = -1$; $2.5\,\mathrm{m/min} = +1$).

Réponse Y : Résistance à la traction (N).

Essai	x_A	x_B	$x_A x_B$	Y (N)
1	−1	−1	+1	1 820
2	+1	−1	−1	2 150
3	−1	+1	−1	1 680
4	+1	+1	+1	2 430

2.3 Calcul des effets

Formules Pour un plan 2^k avec $N = 2^k$ essais :

$$E_i = \frac{2}{N} \sum_{j=1}^{N} (x_{ij} \cdot Y_j)$$

La **moyenne générale** (intercept) est :

$$\hat{Y}_0 = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{N} Y_j$$

Application numérique

Avec les données du tableau ($N = 4$) :

$$\hat{Y}_0 = \frac{1820 + 2150 + 1680 + 2430}{4} = \frac{8080}{4} = 2020\,\text{N}$$

$$E_A = \frac{1}{2}\big[(-1)(1820) + (+1)(2150) + (-1)(1680) + (+1)(2430)\big] = \frac{1080}{2} = 540\,\text{N}$$

$$E_B = \frac{1}{2}\big[(-1)(1820) + (-1)(2150) + (+1)(1680) + (+1)(2430)\big] = \frac{140}{2} = 70\,\text{N}$$

$$E_{AB} = \frac{1}{2}\big[(+1)(1820) + (-1)(2150) + (-1)(1680) + (+1)(2430)\big] = \frac{420}{2} = 210\,\text{N}$$

Interprétation : la température ($E_A = 540\,\text{N}$) est le facteur dominant. L'interaction $E_{AB} = 210\,\text{N}$ est significative : l'effet de la température dépend de la vitesse d'avance.

2.4 Modèle du premier ordre (2^2)

$$\hat{Y} = \hat{Y}_0 + \frac{E_A}{2}\,x_A + \frac{E_B}{2}\,x_B + \frac{E_{AB}}{2}\,x_A x_B$$

$$\hat{Y} = 2020 + 270\,x_A + 35\,x_B + 105\,x_A x_B$$

Attention Dans le modèle de régression, les **coefficients** $\hat{\beta}_i$ sont égaux à la **moitié** des effets estimés : $\hat{\beta}_i = E_i/2$.

3. Plan factoriel complet 2^3

3.1 Principe et tableau de Yates

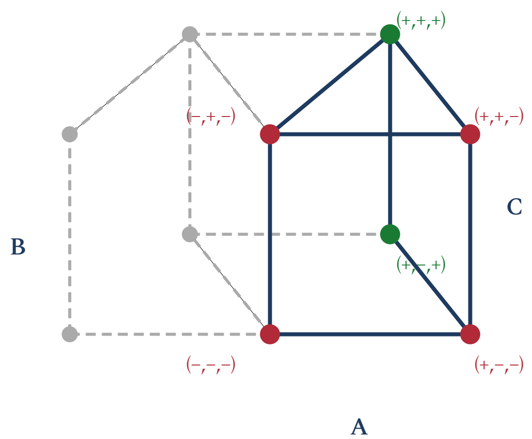
Avec $k = 3$ facteurs à 2 niveaux, on effectue $2^3 = 8$ essais. On peut estimer : 3 effets principaux, 3 interactions d'ordre 2 et 1 interaction d'ordre 3. L'ordre des essais suit la **notation de Yates** : le premier facteur alterne $-1/+1$ à chaque essai, le deuxième tous les 2, le troisième tous les 4.

Essai	x_A	x_B	x_C	$x_A x_B$	$x_A x_C$	$x_B x_C$	$x_A x_B x_C$	Y
1	-1	-1	-1	$+1$	$+1$	$+1$	-1	y_1
2	$+1$	-1	-1	-1	-1	$+1$	$+1$	y_2
3	-1	$+1$	-1	-1	$+1$	-1	$+1$	y_3
4	$+1$	$+1$	-1	$+1$	-1	-1	-1	y_4
5	-1	-1	$+1$	$+1$	-1	-1	$+1$	y_5
6	$+1$	-1	$+1$	-1	$+1$	-1	-1	y_6
7	-1	$+1$	$+1$	-1	-1	$+1$	-1	y_7
8	$+1$	$+1$	$+1$	$+1$	$+1$	$+1$	$+1$	y_8

Formule générale Pour un plan 2^3, l'effet de chaque contraste (colonne c) est :

$$E_c = \frac{1}{4} \sum_{j=1}^{8} (x_{cj} \cdot Y_j)$$

3.2 Représentation géométrique (cube)



Représentation des 8 essais du plan 2^3 aux sommets d'un cube en variables codées.

3.3 Application numérique — soudage 2^3

Facteur A : Température (200/240 °C). **Facteur B** : Vitesse (1.5/2.5 m/min). **Facteur C** : Pression (3/5 bar). Réponse Y : résistance (N).

Essai	x_A	x_B	x_C	Y (N)
1	−1	−1	−1	1 780
2	+1	−1	−1	2 100
3	−1	+1	−1	1 650
4	+1	+1	−1	2 380
5	−1	−1	+1	1 920
6	+1	−1	+1	2 280
7	−1	+1	+1	1 760
8	+1	+1	+1	2 510

4. Plans factoriels fractionnaires 2^{k-p}

4.1 Principe

Lorsque le nombre de facteurs k est grand, le plan complet 2^k nécessite trop d'essais. Un plan **fractionnaire** 2^{k-p} ne réalise qu'une fraction $1/2^p$ du plan complet.

> Définition — Alias (confusion) Dans un plan fractionnaire, certains effets sont **confondus** (aliasés) : il est impossible de les distinguer l'un de l'autre. Le **générateur de confusion** définit quels effets sont aliasés.

4.2 Plan 2^{3-1} — 4 essais pour 3 facteurs

On choisit le générateur $I = ABC$, soit $x_C = x_A x_B$. Le plan est la demi-fraction du plan 2^3 dont les essais vérifient $x_A x_B x_C = +1$.

Essai	x_A	x_B	$x_C = x_A x_B$	Y
1	-1	-1	$+1$	y_1
2	$+1$	-1	-1	y_2
3	-1	$+1$	-1	y_3
4	$+1$	$+1$	$+1$	y_4

Structure des alias (plan de résolution III) :

$$I = ABC$$

$$A \leftrightarrow BC, \quad B \leftrightarrow AC, \quad C \leftrightarrow AB$$

Chaque effet principal est confondu avec une interaction d'ordre 2.

Résolution d'un plan La **résolution** (notée en chiffres romains) indique le rang minimal des effets confondus :

- **Résolution III** : effets principaux aliasés avec des interactions d'ordre 2.
- **Résolution IV** : effets principaux non aliasés entre eux ; interactions d'ordre 2 aliasées entre elles.
- **Résolution V** : effets principaux et interactions d'ordre 2 tous estimables sans confusion.

4.3 Plan 2^{4-1} de résolution IV

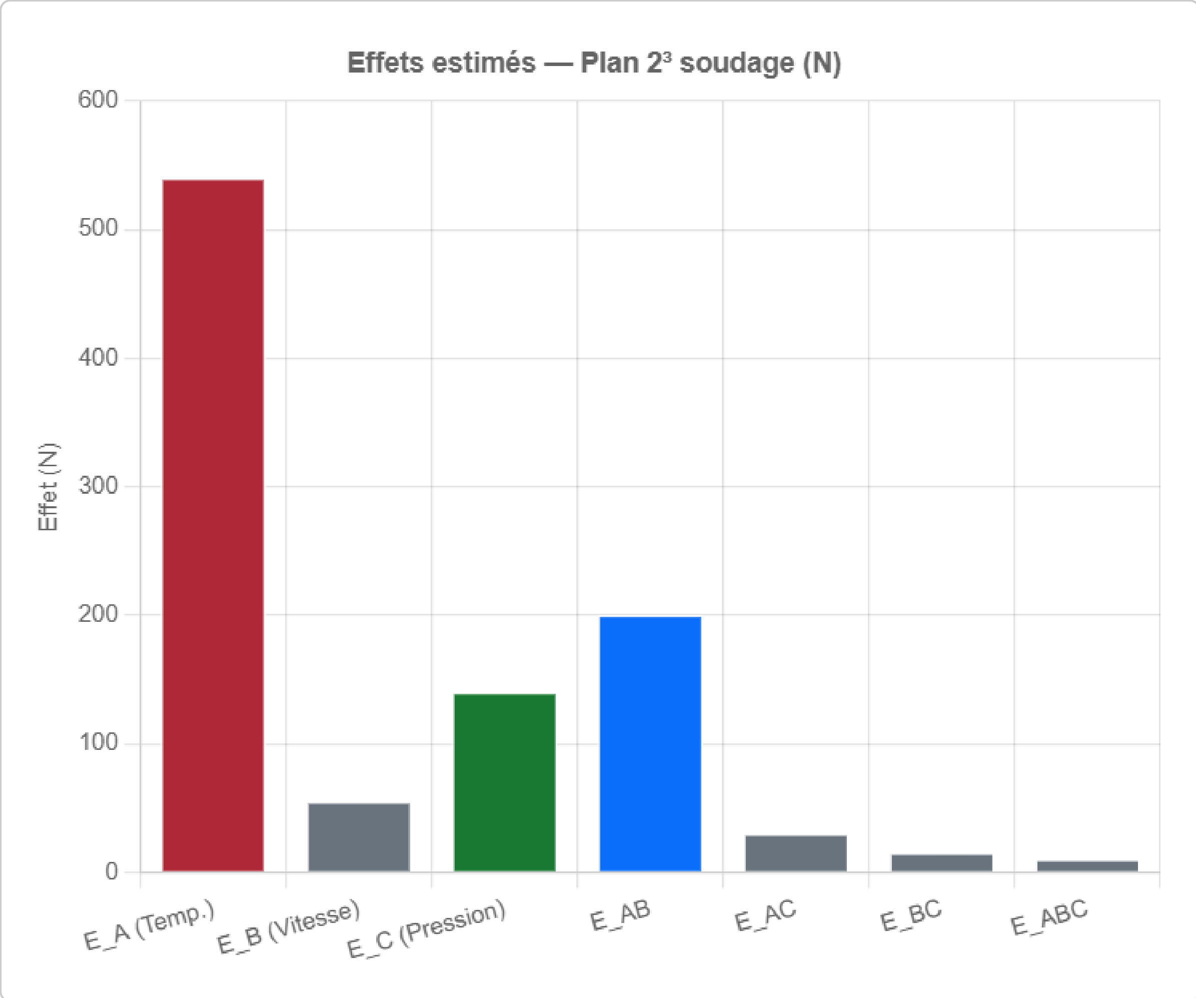
Générateur : $I = ABCD$ ($x_D = x_A x_B x_C$). Permet d'estimer les 4 effets principaux sans confusion.

Essai	x_A	x_B	x_C	$x_D = x_A x_B x_C$
1	-1	-1	-1	-1
2	$+1$	-1	-1	$+1$
3	-1	$+1$	-1	$+1$
4	$+1$	$+1$	-1	-1
5	-1	-1	$+1$	$+1$
6	$+1$	-1	$+1$	-1
7	-1	$+1$	$+1$	-1
8	$+1$	$+1$	$+1$	$+1$

5. Analyse des résultats

5.1 Diagramme des effets

Les effets estimés sont représentés graphiquement. Les effets **significatifs** se détachent nettement des effets de bruit.



5.2 Droite de Henry — test de normalité

Pour identifier les effets significatifs de façon rigoureuse, on utilise la **droite de Henry** (diagramme quantile-quantile normal). Les effets non significatifs sont de simples fluctuations aléatoires : ils s'alignent sur la droite. Les points qui s'écartent notablement correspondent aux effets **réellement significatifs**.

1. Trier les effets estimés par ordre croissant : $E_{(1)} \leq \cdots \leq E_{(m)}$.
2. Calculer les quantiles théoriques : $z_i = \Phi^{-1}\left(\dfrac{i - 0.5}{m}\right)$.
3. Porter les points $(z_i, E_{(i)})$ sur un graphique.
4. Tracer la droite passant par les quartiles.
5. Les points éloignés de la droite sont significatifs.

5.3 Critère de Lenth

En l'absence de répétitions, la méthode de **Lenth** fournit une estimation de l'erreur expérimentale :

$$s_0 = 1.5 \cdot \text{médiane}(|E_i|), \qquad \text{PSE} = 1.5 \cdot \text{médiane}\big(|E_i| \mid |E_i| < 2.5\, s_0\big)$$

Un effet est déclaré significatif si $|E_i| > 2.0 \cdot \text{PSE}$.

6. Modèle mathématique du premier ordre

6.1 Équation du modèle

Modèle de régression

$$\hat{Y} = \beta_0 + \sum_{i=1}^{k} \beta_i x_i + \sum_{i<j} \beta_{ij} x_i x_j + \varepsilon \qquad \varepsilon \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$$

avec $\beta_i = E_i/2$.

En notation matricielle ($\mathbf{X}$ = matrice des essais, $\mathbf{y}$ = vecteur des réponses) :

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\mathbf{X}^\top \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^\top \mathbf{y}$$

Pour un plan orthogonal : $\mathbf{X}^\top \mathbf{X} = N\,\mathbf{I}$ donc $\hat{\beta}_i = \frac{1}{N} \sum_j x_{ij} Y_j$.

6.2 Application — modèle du soudage 2^3

À partir des effets calculés en section 3.3 :

$$\hat{Y} = 2047.5 + 270\, x_A + 27.5\, x_B + 70\, x_C + 100\, x_A x_B$$

6.3 Validation du modèle — résidus

Les **résidus** $e_j = Y_j - \hat{Y}_j$ doivent vérifier :

- **Normalité** : tracé de Henry des résidus aligné sur la droite.
- **Homoscédasticité** : variance des résidus constante (graphe résidus vs $\hat{Y}$).
- **Indépendance** : pas d'autocorrélation.

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_j e_j^2}{\sum_j (Y_j - \bar{Y})^2}, \qquad R^2_{\text{adj}} = 1 - \frac{(1 - R^2)(N-1)}{N - p - 1}$$

Un bon modèle a généralement $R^2_{\text{adj}} > 0.90$.

7. Surfaces de réponse (RSM)

7.1 Motivation

Le modèle du premier ordre ne peut pas localiser un optimum (il décrit des plans inclinés). Pour trouver les conditions optimales, on utilise des **plans composites centraux** (PCC) permettant d'estimer les termes du second ordre.

7.2 Modèle du second ordre

$$\hat{Y} = \beta_0 + \sum_{i=1}^{k} \beta_i x_i + \sum_{i=1}^{k} \beta_{ii} x_i^2 + \sum_{i<j} \beta_{ij} x_i x_j$$

Ce modèle comporte $\frac{(k+1)(k+2)}{2}$ paramètres (ex. : 6 pour $k = 2$, 10 pour $k = 3$).

7.3 Plans composites centraux (PCC)

Un PCC est formé de trois parties :

1. Noyau factoriel 2^k : sommets du cube (± 1).

2. Points axiaux (étoile) : les points $(\pm\alpha, 0, \ldots, 0)$ avec $\alpha = 2^{k/4}$ (CCC) ou $\alpha = 1$ (CCF).

3. Point central : au moins 3 répétitions en $(0, 0, \ldots, 0)$ pour estimer l'erreur pure.

Nombre total d'essais : $N = 2^k + 2k + n_0$ ($n_0 \geq 3$).

Types de PCC

- **CCC (Circumscribed)** : $\alpha > 1$, points hors du cube, domaine sphérique.
- **CCI (Inscribed)** : $\alpha < 1$, plan inscrit dans le carré initial.
- **CCF (Face-centered)** : $\alpha = 1$, points au centre des faces.

7.4 Optimisation — point stationnaire

Le point stationnaire du modèle quadratique est :

$$\mathbf{x}_s = -\tfrac{1}{2}\mathbf{B}^{-1}\mathbf{b}$$

où $\mathbf{B}$ est la matrice symétrique des termes du second ordre (β_{ii} sur la diagonale, $\beta_{ij}/2$ hors diagonale) et $\mathbf{b}$ le vecteur des termes linéaires.

Nature du point stationnaire selon les valeurs propres de $\mathbf{B}$:

- Toutes négatives $\rightarrow$ **maximum**.
- Toutes positives $\rightarrow$ **minimum**.
- De signes opposés $\rightarrow$ **point de selle**.

Exemple Pour $k = 2$, le modèle ajusté est :

$$\hat{Y} = 25.0 + 4.2\,x_A - 1.8\,x_B - 3.5\,x_A^2 - 2.0\,x_B^2 + 0.5\,x_A x_B$$

$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} -3.5 & 0.25 \\ 0.25 & -2.0 \end{pmatrix}$, $\mathbf{b} = \begin{pmatrix} 4.2 \\ -1.8 \end{pmatrix}$.
Les deux valeurs propres de $\mathbf{B}$ sont négatives $\rightarrow$ la surface a un **maximum**.

8. Introduction à la méthode de Taguchi

8.1 Philosophie

Genichi Taguchi (1924–2012) propose d'optimiser les procédés en réduisant simultanément la valeur moyenne et la **variabilité**. Il distingue :

Facteurs de contrôle : paramètres que l'ingénieur peut fixer (température, vitesse…).

Facteurs de bruit : facteurs incontrôlables en production (variations matière, humidité, usure…).

8.2 Rapport signal/bruit (S/N)

Maximiser Y	$\frac{S}{N} = -10\log_{10}\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{y_i^2}\right)$
Minimiser Y	$\frac{S}{N} = -10\log_{10}\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}y_i^2\right)$
Valeur cible	$\frac{S}{N} = 10\log_{10}\left(\frac{\bar{y}^2}{s^2}\right)$

On choisit le réglage qui **maximise** le rapport S/N : on réduit ainsi l'effet des facteurs de bruit tout en maintenant la performance.

8.3 Tableaux orthogonaux

Taguchi a pré-calculé des tables spécialisées : L4, L8, L9, L16, L18, L27… Le tableau **L8** permet d'étudier jusqu'à 7 facteurs à 2 niveaux avec 8 essais.

> Attention Les tableaux de Taguchi confondent systématiquement certaines interactions, ce qui peut conduire à des erreurs si des interactions importantes existent. Les plans factoriels classiques restent plus rigoureux pour détecter les interactions.

9. Application industrielle complète — traitement de surface

Problème posé

Un technicien spécialisé en traitement de surface dans une entreprise d'aéronautique cherche à optimiser un bain de placage électrolytique pour des pièces en aluminium. Trois facteurs sont étudiés :

- A : Densité de courant ($2\,\mathrm{A/dm^2} \to -1$; $6\,\mathrm{A/dm^2} \to +1$)
- B : Température du bain ($20\,^\circ\mathrm{C} \to -1$; $40\,^\circ\mathrm{C} \to +1$)
- C : Concentration en sel ($100\,\mathrm{g/L} \to -1$; $200\,\mathrm{g/L} \to +1$)

Réponse Y : épaisseur du dépôt (µm). Objectif : atteindre 25 μm.

9.1 Résultats du plan 2^3 avec répliques

Essai	A	B	C	Y_1	Y_2	$\bar{Y}$	s
1	−1	−1	−1	15.2	14.8	15.0	0.28
2	+1	−1	−1	22.1	21.9	22.0	0.14
3	−1	+1	−1	18.3	18.7	18.5	0.28
4	+1	+1	−1	26.8	27.2	27.0	0.28
5	−1	−1	+1	16.9	17.1	17.0	0.14
6	+1	−1	+1	24.4	24.6	24.5	0.14
7	−1	+1	+1	20.6	21.4	21.0	0.57
8	+1	+1	+1	29.8	30.2	30.0	0.28

Méthode — Démarche d'un plan d'expérience

1. **Définir l'objectif** : maximiser, minimiser ou atteindre une cible ?
2. **Choisir la variable réponse Y** : précise, mesurable, reproductible.
3. **Identifier les facteurs** : contrôlables vs non contrôlables.
4. **Fixer les niveaux** : coder en $-1/+1$.
5. **Choisir le plan** : complet, fractionnaire ou composite selon les contraintes.
6. **Réaliser les essais** : en ordre aléatoire (randomisation).
7. **Calculer les effets** : utiliser la matrice des contrastes.
8. **Identifier les effets significatifs** : droite de Henry ou critère de Lenth.
9. **Construire et valider le modèle** : vérifier les résidus.
10. **Optimiser** : trouver les conditions optimales à partir du modèle.
11. **Confirmer** : essais de confirmation aux réglages optimaux.

À retenir

- Un plan factoriel 2^k comprend 2^k essais et estime $2^k - 1$ effets.
- Formule des effets : $E_c = \dfrac{1}{N/2} \sum_j x_{cj} Y_j$.
- Coefficients du modèle : $\hat{\beta}_i = E_i/2$.
- Plan fractionnaire 2^{k-p} : réduit les essais au prix d'alias entre effets.
- La résolution mesure la gravité des alias (III < IV < V).
- Les plans composites centraux permettent d'estimer les termes quadratiques et de localiser un optimum (surface de réponse).
- La méthode de Taguchi vise la robustesse en maximisant le rapport signal/bruit.
- Toujours valider le modèle par analyse des résidus avant d'utiliser les prédictions.

Exercices

Exercice 1 — Codage et décodage

Un paramètre d'injection plastique, la pression, varie entre 80 bar (niveau bas) et 120 bar (niveau haut).

1. Calculer $\bar{X}$ et ΔX.
2. Coder les valeurs 80 bar, 100 bar et 120 bar.
3. Décoder le niveau codé $x = +0.5$.

Exercice 2 — Plan 2^2 et effets

Un plan 2^2 sur la rugosité (µm) d'une pièce fraisée donne les résultats suivants :

Essai	x_A (vitesse)	x_B (avance)	Y (µm)
1	−1	−1	1.8
2	+1	−1	1.2
3	−1	+1	2.6
4	+1	+1	2.0

1. Calculer $\hat{Y}_0$, E_A, E_B et E_{AB}.
2. Écrire le modèle de régression.
3. Quel réglage donne la rugosité minimale ?

Exercice 3 — Plan fractionnaire 2^{3-1}

On étudie 3 facteurs (A, B, C) sur la dureté Vickers d'un acier traité thermiquement avec le plan 2^{3-1} ($x_C = x_A x_B$). Résultats : $y_1 = 280$, $y_2 = 350$, $y_3 = 310$, $y_4 = 420$ HV.

1. Dresser la matrice des essais.
2. Calculer E_A et indiquer son alias.
3. Calculer la moyenne générale $\hat{Y}_0$.

Exercice 4 — Rapport signal/bruit de Taguchi

Un mécanicien-outilleur mesure la dureté HRC de pièces après traitement thermique. Pour un réglage donné, il obtient 5 mesures : 58, 60, 59, 61, 58 HRC. L'objectif est de maximiser la dureté.

1. Calculer le rapport S/N pour cet objectif.
2. Si un second réglage donne S/N = 35.2 dB, lequel préférer ?

MATHÉMATIQUES

20

Plans d'expérience

Plans d'expérience | BTS | Mathématiques

Rappels : un plan factoriel complet à k facteurs à 2 niveaux comporte 2^k essais. Les niveaux sont codés -1 (bas) et $+1$ (haut). Effet d'un facteur = (moyenne des réponses à $+1$) – (moyenne des réponses à -1).

Exercice 1 — Nombre d'essais

Combien d'essais comporte un plan factoriel complet à : **1.** 2 facteurs ? **2.** 3 facteurs ? **3.** 4 facteurs ?

Exercice 2 — Codage des niveaux

Une température varie entre 20 °C (bas) et 60 °C (haut).

1. À quels codes correspondent ces deux valeurs ?

2. À quelle température réelle correspond le centre du domaine (code 0) ?

Exercice 3 — Calcul d'un effet

Plan 2^2, facteur A. Les réponses sont : pour A à -1 : 12 et 16 ; pour A à $+1$: 20 et 24.

Calcule l'effet du facteur A.

Exercice 4 — Plan fractionnaire

On a 5 facteurs mais on ne veut pas faire $2^5 = 32$ essais. Un plan fractionnaire 2^{5-2} est proposé.

Combien d'essais comporte-t-il ?

Exercice 5 — Modèle du premier ordre (type BTS)

On modélise une réponse par $y = 10 + 3x_A - 2x_B$ ($x_A, x_B \in \{-1; +1\}$).

1. Prédis y pour $x_A = +1$, $x_B = -1$.

2. Quel facteur a le plus d'influence ? Justifie.

MATHÉMATIQUES

20

Plans d'expérience

Plans d'expérience | BTS | Mathématiques

Durée : 1 heure **Calculatrice :** autorisée **Barème :** 20 points

Documents : non autorisés

Exercice 1 — Vocabulaire et essais *(6 points)*

1. Combien d'essais pour un plan complet à 3 facteurs ? *(2 pts)*

2. Un débit varie de 5 à 15 L/min. Donne les codes des bornes et la valeur au centre. *(4 pts)*

Exercice 2 — Effets *(8 points)*

Plan 2^2. Réponses : A à -1 : 30 et 34 ; A à $+1$: 40 et 46.

1. Calcule la moyenne générale des 4 réponses. *(3 pts)*

2. Calcule l'effet du facteur A. *(5 pts)*

Exercice 3 — Modèle et prédiction *(6 points)*

Modèle : $y = 50 + 4x_A + x_B - 3x_{AB}$ ($x \in \{-1; +1\}$, $x_{AB} = x_A \times x_B$).

1. Prédis y pour $x_A = +1$, $x_B = +1$. *(3 pts)*

2. Prédis y pour $x_A = +1$, $x_B = -1$. *(3 pts)*