

Transferts thermiques

Dans ce chapitre, on s'intéresse aux transferts thermiques, et plus particulièrement au transfert thermique par conduction. On définira les différents types de transfert, introduira la loi de FOURIER énoncée en 1822, démontrera l'équation de diffusion. Enfin, on traitera du cas important des régimes stationnaires.

A. Transfert thermique

A.1 Transfert thermique ?

Pour commencer, il est nécessaire de redéfinir le transfert thermique, parfois encore appelé chaleur. Le transfert thermique Q est un transfert d'énergie ne passant pas par une action mécanique macroscopique. Le transfert énergétique dû aux actions mécaniques macroscopiques constitue ce qu'on a appelé le travail mécanique W .

Les transferts énergétiques font varier l'énergie totale E du système selon le premier principe de la thermodynamique :

$$\Delta E = Q + W$$

Le transfert énergétique par travail se calcule à partir des lois de la mécanique et on détermine donc le transfert thermique de la manière suivante :

$$Q = \Delta E - W$$

A.2 Flux thermique ϕ

Définition T3.1 - Flux thermique ϕ

La puissance thermique échangée porte le nom de flux thermique et est généralement noté ϕ (on la voit aussi notée P_{th}). Si on considère une transformation infinitésimale (de durée dt) au cours de laquelle se produit un transfert thermique δQ , on définit la puissance (ou flux) thermique ϕ :

$$\phi = \frac{\delta Q}{dt} \quad (1)$$

Le flux thermique ϕ est homogène à une puissance et s'exprime donc en W.

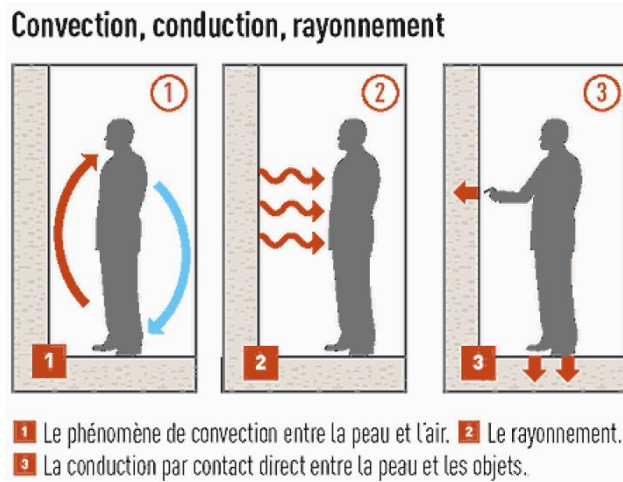


FIGURE 1 – Les modes de transferts thermiques

A.3 Modes de transfert

Le transfert thermique Q est donc un transfert énergétique et peut s'effectuer de trois manières distinctes et complémentaires :

- le transfert par conduction
- le transfert par convection
- le transfert par rayonnement

A.3.1 Transfert par conduction

La *conduction thermique* est un transport d'énergie à travers un milieu matériel (solide ou fluide) **sans déplacement macroscopique de matière**. Ce transport d'énergie est dû à l'agitation des particules microscopiques existant dans le matériau. La transfert à travers les murs d'une maison ou à travers le fond d'une casserole est un transfert conductif. Ce mode de transfert est donc privilégié dans les solides, où les mouvements de matière macroscopique n'existent pas.

A.3.2 Transfert par convection

La *convection thermique* est un transfert thermique dû à un **déplacement macroscopique de matière** : un fluide en mouvement transporte avec lui son énergie interne. Ce type de transfert peut coexister avec le transfert par conduction. On distingue deux types de convection : naturelle et forcée.

On parle de *convection naturelle* lorsque le mouvement de matière apparaît de manière spontanée, du fait des inégalités de température. Dans une casserole, l'eau, chauffée par le bas, est mise en mouvement.

On parle de *convection forcée* lorsque le mouvement de fluide est provoqué par une cause extérieure, un ventilateur par exemple. C'est aussi le cas dans un chauffe-eau solaire.

A.3.3 Transfert par rayonnement

Le rayonnement est un transfert d'énergie à travers un milieu transparent (le vide notamment¹) par l'intermédiaire d'un champ électromagnétique. Le plus souvent, le rayonnement est dans le domaine de l'infrarouge (IR). Les transferts radiatifs sont donc les seuls à pouvoir *exister dans le vide*. Devant un feu de cheminée ou éclairé par le soleil, c'est ce mode de transfert qui est majoritairement efficient.

1. mais pas uniquement

B. Conduction thermique

B.1 Densité de flux et loi de FOURIER

Afin de modéliser les transferts thermiques, on définit un vecteur densité de flux thermique $\vec{j}_{th}$ dont les caractéristiques sont les suivantes :

1. $\vec{j}_{th}$ est un vecteur dont la direction et le sens sont ceux du transfert thermique.
2. La norme du vecteur $\vec{j}_{th}$ est une puissance surfacique (en $W \cdot m^{-2}$).

Définition T3.2 - Flux et densité de flux

Le flux thermique ϕ traversant une surface S par la relation est le flux du vecteur densité de flux thermique $\vec{j}_{th}$ à travers la surface S :

$$\phi = \iint_S \vec{j}_{th} \cdot \vec{dS} \quad (2)$$

Le vecteur densité de flux thermique est relié aux variations de la température par la loi de FOURIER.

Loi T3.1 - Loi de FOURIER

Le vecteur densité de flux thermique $\vec{j}_{th}$ est donnée par la loi de FOURIER ci-dessous. Cette loi est une loi expérimentale établie en 1822.

$$\vec{j}_{th} = -\lambda \cdot \vec{\text{grad}} T \quad (3)$$

Dans cette relation,

- ▶ $\vec{j}_{th}$ est le vecteur densité de flux thermique dont la norme s'exprime en $W \cdot m^{-2}$
- ▶ $\vec{\text{grad}} T$ est le gradient de (la) température dont la norme s'exprime en $K \cdot m^{-1}$
- ▶ λ est la conductivité thermique du matériau qui s'exprime donc en $W \cdot K^{-1} \cdot m^{-1}$

B.2 Conductivité thermique

La conductivité thermique λ est une grandeur caractéristique du matériau dans lequel se déroule le transfert thermique par conduction. Elle quantifie l'aptitude du matériau à permettre le transfert par conduction, à conduire la chaleur. On donne quelques valeurs dans le tableau 1.

Matériau	Conductivité thermique en $W \cdot K^{-1} \cdot m^{-1}$
Métal bon conducteur (Cu, Ag)	400
Acier	40
Béton	1
Verre	0,8
Bois	0,2
Laine de verre	0,04
Air	0,03
Polystyrène expansé	0,001

TABLE 1 – Quelques valeurs de conductivité thermique λ

B.3 Que dit la loi de FOURIER ?

L'expression empirique de FOURIER (3) contient plusieurs informations détaillées ci-après.

- ▶ le flux thermique ϕ n'existe que si la température est non-uniforme. En effet, une uniformité de T implique la nullité de $\vec{\text{grad}} T$.
- ▶ le signe «-» indique que le transfert thermique s'effectue dans le sens opposé du gradient de température, soit de la zone chaude vers la zone froide.
- ▶ le flux thermique ϕ est d'autant plus important que $\vec{\text{grad}} T$ est grand. Pour deux échantillons de même dimension, le flux thermique traversant sera plus grand si l'écart de température est grand.

Enfin, la loi de Fourier est un modèle empirique dont l'application est contrainte par quelques règles : le gradient de température $\vec{\text{grad}} T$ ne doit pas être trop grand et ne doit pas varier pas trop rapidement. Sinon, ce modèle est mis en défaut. De plus, il existe des milieux anisotropes où λ dépend de la direction : $\vec{j}_{\text{th}}$ n'est plus forcément colinéaire à $\vec{\text{grad}} T$.

C. Convection thermique

Le phénomène de convection thermique est généralement modélisée par la loi de NEWTON. C'est à nouveau une loi empirique.

Loi T3.2 - Loi de NEWTON

Cette loi relie le flux élémentaire $d\phi$ traversant une surface élémentaire dS à l'écart de température entre une paroi à la température T et un fluide à la température T_a :

$$d\phi = h \cdot (T - T_a) dS \quad (4)$$

h est le coefficient de convection. Il s'exprime en $\text{W.K}^{-1}.\text{m}^{-2}$

Cette loi intègre souvent la conduction qui existe entre la paroi et l'air ; c'est pourquoi h est parfois appelé coefficient conducto-convectif. Parfois, le rayonnement est aussi intégré dans ce coefficient.

Type de convection	Matériau	Coefficient de convection en $\text{W.K}^{-1}.\text{m}^{-2}$
Convection naturelle	Air	5 à 50
	Eau	100 à 1000
Convection forcée	Air	10 à 500
	Eau	100 à 15000
	Huile	50 à 1500
	Métaux liquides	5000 à 250000

TABLE 2 – Ordres de grandeur du coefficient de convection h

D. Équation de diffusion

Dans cette partie, seule les transferts par conduction existent.

D.1 Bilan énergétique à 1D

On s'intéresse à un solide homogène, isotrope, de masse volumique ρ , de conductivité thermique λ et de capacité thermique massique c .

L'étude qui va suivre traite d'un cas unidimensionnel, comme l'impose le programme. Le transfert thermique par conduction se déroule uniquement suivant la direction $\vec{e}_x$. La conséquence est que les grandeurs ne dépendent que de x et de t , notamment $T(M, t) = T(x, t)$.

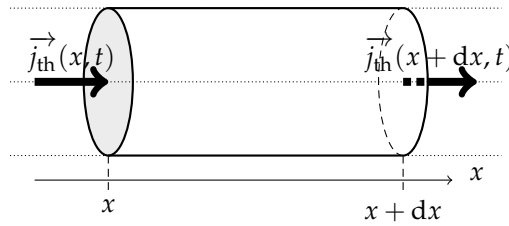


FIGURE 2 – Échantillon de longueur dx pour un bilan thermique à 1D

Démonstration : Bilan local d'énergie

Précisons les dimensions du système étudié. On considère un cylindre d'axe $\vec{e}_x$, compris entre x et $x + dx$. La surface orthogonale à la direction de conduction est notée S .

Pour effectuer ce bilan local d'énergie, on s'appuie sur le **premier principe de la thermodynamique**, qu'on utilise entre t et $t + dt$. On a donc

$$dU = \delta Q + \delta W$$

- On considère que la température T est uniforme dans le système de petite taille dx . Pendant dt la température de l'échantillon passe de $T(x, t)$ à $T(x, t + dt)$.

$$dU = cdm (T(x, t + dt) - T(x, t)) = cdm \frac{\partial T}{\partial t} dt$$

La masse dm vaut $\rho dV = \rho S dx$, ainsi :

$$dU = \rho c S dx \frac{\partial T}{\partial t} dt$$

Notons que dU est du second ordre² : le bilan est fait sur un système de dimension dx pendant un temps dt , deux grandeurs infiniment petites. On retrouve ces deux termes dans l'expression de dU .

- Cette variation d'énergie n'existe que grâce aux énergies thermiques échangées en x et $x + dx$. En effet, le solide étant indéformable, il n'y a pas de travail échangé via les forces de pression : $\delta W = 0$. L'énergie thermique échangée δQ est la soustraction de l'énergie entrant en x et de l'énergie sortant $x + dx$, soit

$$\begin{aligned} \delta Q &= \delta Q_x - \delta Q_{x+dx} \\ &= (\phi_x - \phi_{x+dx}) dt \\ &= (j_{th}(x)S - j_{th}(x+dx)S) dt \\ &\quad \text{qui, grâce à la relation de TAYLOR}^3 \text{ devient} \\ &= -S \frac{\partial j_{th}}{\partial x} dx dt \end{aligned}$$

...

Démonstration (suite)

On a donc

$$dU = \delta Q + \delta W$$

- En écrivant le premier principe, on a

$$\begin{aligned} dU &= \delta Q \\ \rho c S dx \frac{\partial T}{\partial t} dt &= -S \frac{\partial j_{th}}{\partial x} dx dt \\ \rho c \frac{\partial T}{\partial t} &= -\frac{\partial j_{th}}{\partial x} \end{aligned} \quad (5)$$

$$\text{soit } \rho c \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial j_{th}}{\partial x} = 0 \quad (6)$$

■

Remarque

On notera que la dernière équation obtenue (6) est une équation typique des bilans, déjà rencontrée pour la conservation de la charge par exemple.

D.2 Équation de "la chaleur" et diffusivité

D.2.1 Équation de diffusion 1D

Il est intéressant d'obtenir une équation aux dérivées partielles qui soit une équation de $T(x, t)$ uniquement.

Démonstration : Équation de la "chaleur"

Pour obtenir cette équation, il faut repartir du bilan local d'énergie précédent (5) :

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{\partial j_{th}}{\partial x}$$

La loi de FOURIER (3), dans le cas unidimensionnel cartésien indique que $j_{th}(x) = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x}$. Il en résulte que :

$$\begin{aligned} \rho c \frac{\partial T}{\partial t} &= -\frac{\partial}{\partial x} \left(-\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) \\ \rho c \frac{\partial T}{\partial t} &= \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \end{aligned}$$

■

2. Certains auteurs précisent cela en notant d^2U

3. $f(x + dx) = f(x) + \frac{\partial f}{\partial x} dx$ au premier ordre

Résultat T3.1 - Équation de diffusion à 1D

Le phénomène de conduction satisfait à l'équation aux dérivées partielles suivant, nommée équation de diffusion ou équation de la chaleur.

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{\rho c} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad (7)$$

Remarques

- ① Cette équation de diffusion ne nous est pas inconnue : elle s'appliquait déjà lors de la propagation des ondes électromagnétiques dans les métaux.
- ② L'équation de diffusion *n'est pas* similaire à l'équation de D'ALEMBERT. La dérivée temporelle, première dans l'équation de diffusion, est seconde dans l'équation de D'ALEMBERT.
- ③ L'irréversibilité des phénomènes de conduction est contenue dans l'équation de diffusion. Une inversion du temps (t devient $-t$) donne une équation différente⁴, au contraire de l'équation de D'ALEMBERT qui elle est donc réversible.

Définition T3.3 - Diffusivité thermique

Le terme $\frac{\lambda}{\rho c}$ ne dépend que du matériau étudié, et pas des conditions d'utilisation. On peut donc définir une grandeur intrinsèque au matériau, appelée **diffusivité thermique** (ou coefficient de diffusion), notée a (ou D) :

$$a = \frac{\lambda}{\rho c} \quad (8)$$

La diffusivité s'exprime en $\text{m}^2.\text{s}^{-1}$

L'équation de diffusion se note alors sous une forme simplifiée :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

D.2.2 Équation de diffusion 3D

Le raisonnement effectué pour une dimension peut être étendu à trois dimensions. Il est assez aisé d'imaginer que le fait de prendre en compte une diffusion suivant la direction $\vec{e}_y$ ajoutera un terme en $\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$. De même suivant la troisième direction. On a donc

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right)$$

On reconnait le laplacien de la température ΔT en coordonnées cartésiennes

Résultat T3.2 - Équation de diffusion à 3D

Le champ de température $T(M, t)$ dans le matériau vérifie l'équation de diffusion thermique à trois dimensions, quelque soit le système de coordonnées choisi :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \Delta T \quad (9)$$

4. On observe une inversion de signe : $\frac{\partial T}{\partial(-t)} = -\frac{\partial T}{\partial t}$ et l'équation devient $\frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{\lambda}{\rho c} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$

D.3 Diffusivité, longueur et temps caractéristique de diffusion

La diffusivité, définie précédemment, est donc une grandeur caractéristique du phénomène de diffusion thermique dans un matériau donné. Elle est homogène au carré d'une distance divisée par un temps. On en arrive donc à définir une longueur L et un temps τ caractéristiques du phénomène de diffusion, reliés à la diffusivité par la relation :

$$a = \frac{L^2}{\tau}$$

Cette relation entre distance caractéristique L et temps caractéristique τ met en évidence le comportement dissymétrique entre espace et temps pour les phénomènes de diffusion.

Exemples

- ① Prenons comme exemple un solide en acier dont la diffusivité vaut $a = 10^{-5} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$. Déterminons le temps caractéristique de diffusion τ pour deux solides de longueurs 1 cm et 1 m.
 - si $L = 1 \text{ cm}$, on trouve $\tau = 10 \text{ s}$.
 - si $L = 1 \text{ m}$, on trouve $\tau = 10^5 \text{ s}$, soit environ 1 jour et 4 heures.

En multipliant par 100 la distance du système, le temps caractéristique a explosé.

- ② Dans ce second exemple, on s'intéresse à une tige métallique, calorifugée de telle sorte que le transfert thermique soit unidimensionnel. Cet échantillon, de diffusivité $a = 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$, de longueur $d = 50 \text{ cm}$, est initialement à une température $T_0 = 20^\circ \text{C}$. On porte une des faces à la température de 80°C . La courbe (3) donne l'évolution du profil de température dans la barre en fonction du temps t . Dans cet exemple, un rapide calcul de τ donne 2500 s.

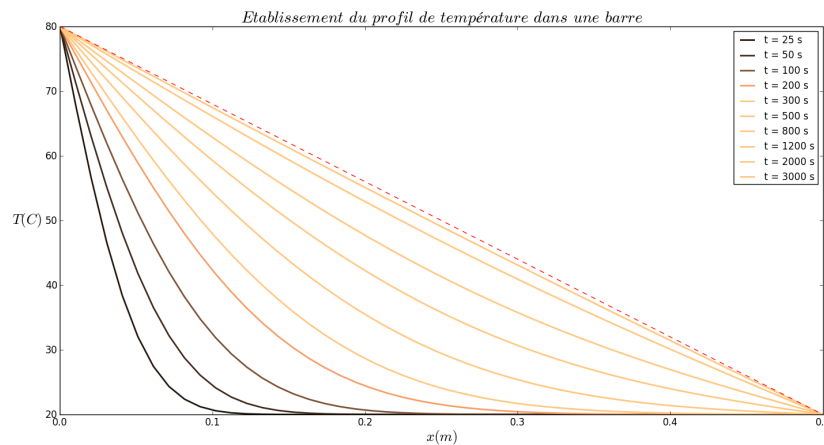


FIGURE 3 – Profil de température pour une solide de diffusivité $a = 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$

Au bout d'un temps de l'ordre de τ , le régime transitoire est terminé et commence un régime où le champ de température ne varie plus dans le temps : $T(x, t) = T(x)$. C'est le **régime stationnaire**.

D.4 Régime stationnaire (ou permanent)

D.4.1 Équation de LAPLACE

En régime stationnaire, la température T ne dépend plus du temps t : $\frac{\partial T}{\partial t} = 0$. L'équation de diffusion se simplifie donc sous la forme $a \Delta T = 0$.

Résultat T3.3 - Régime stationnaire

En régime stationnaire, et en l'absence de termes sources, le champ de température satisfait l'équation :

$$\Delta T = 0 \quad (10)$$

On reconnaît ici l'équation aux dérivées partielles de LAPLACE, déjà rencontrée en électrostatique et satisfaite par le potentiel électrique V dans un milieu vide de charges.

D.4.2 Loi d'OHM

Réolvons l'équation de LAPLACE (10) dans le cas unidimensionnel. On a donc $T(M) = T(x)$. Imaginons pour cela un mur parfaitement homogène, d'épaisseur e , dont une des faces est à la température T_1 et l'autre face à la température T_2 .

En régime stationnaire, le champ de température $T(x)$ satisfait l'équation de LAPLACE : $\Delta T = 0$, ce qui dans ce cas se ramène à

$$\begin{aligned} \frac{d^2 T}{dx^2} &= 0 \\ \frac{dT}{dx} &= A \\ T(x) &= Ax + B \end{aligned}$$

L'application des conditions aux limites ($T(0) = T_1$ et $T(e) = T_2$) permet de déterminer sans difficulté les coefficients A et B . Au final, on obtient :

$$T(x) = -\frac{T_1 - T_2}{e}x + T_1 \quad (11)$$

On voit apparaître le fait que le profil de température est un profil affine. C'est qu'on pouvait prédire en observant l'évolution temporelle du profil de température (Figure 3).

Quel est le flux thermique ϕ qui traverse ce mur ? Effectuons le calcul.

$$\begin{aligned} \phi &= \iint_S \vec{j}_{th} \cdot d\vec{S} \quad \text{or ces deux vecteurs sont colinéaires} \\ &= \iint_S j_{th} dS = j_{th} S \quad \text{car } j_{th} \text{ est uniforme sur la surface} \end{aligned}$$

Or, la densité de flux est déterminé par la loi de FOURIER, qui est réduite ici à la forme : $j_{th} = -\lambda \frac{dT}{dx}$, soit $j_{th} = \lambda \frac{T_1 - T_2}{e}$. On en déduit donc que le flux ϕ traversant l'échantillon vaut :

$$\phi = \lambda S \frac{T_1 - T_2}{e} = \frac{T_1 - T_2}{\frac{e}{\lambda S}} \quad (12)$$

Définition T3.4 - Résistance thermique de conduction

On définit la résistance thermique de conduction R_{th} , qui rend compte de la capacité d'un échantillon à limiter le flux thermique ϕ pour une différence de température $T_1 - T_2$ donnée.

$$R_{th} = \frac{e}{\lambda S} \quad (13)$$

La résistance thermique R_{th} s'exprime en $K.W^{-1}$.

On voit donc apparaître une loi qui permet de relier directement la flux échangé ϕ et la différence de température.

Résultat T3.4 - Loi d'OHM en thermique

En régime stationnaire, le flux thermique ϕ traversant un échantillon de résistance thermique R_{th} , soumis à la différence de température $(T_1 - T_2)$ est relié par la loi d'OHM :

$$\phi = \frac{(T_1 - T_2)}{R_{th}} \quad \text{ou} \quad (T_1 - T_2) = R_{th} \phi \quad (14)$$

D.5 Équation avec un terme source

Au sein du système étudié, il peut exister des phénomènes qui libèrent (ou absorbent) de l'énergie thermique. On peut citer par exemple l'effet JOULES qui libère de la chaleur au passage d'un courant électrique, des réactions chimiques (exothermique ou endothermique), des réactions nucléaires, des changements de phase (solidification,...).

Ces phénomènes sont modélisés par une puissance volumique générée $\mathcal{P}_v$ qui s'exprime donc en $W.m^{-3}$. Si on s'intéresse au cas de l'effet JOULES, la puissance volumique vaut $\mathcal{P}_v = \vec{j} \cdot \vec{E} = \gamma E^2 = \frac{j^2}{\gamma}$. L'équation de diffusion est modifiée pour prendre en compte cette énergie thermique δQ_p , qu'on exprime :

$$\begin{aligned} \delta Q_p &= \mathcal{P}_v dt \\ &= \mathcal{P}_v S dx dt \end{aligned}$$

On réécrit le premier principe :

$$\begin{aligned} dU &= \delta Q + \delta Q_p \\ \rho c S dx dt \frac{\partial T}{\partial t} &= \lambda S dx dt \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \mathcal{P}_v S dx dt \\ \rho c \frac{\partial T}{\partial t} &= \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \mathcal{P}_v \end{aligned}$$

Résultat T3.5 - Équation de diffusion avec terme source $\mathcal{P}_v$

Dans le cas où une source de chaleur est présente dans le système, modélisée par sa puissance volumique $\mathcal{P}_v$, l'équation de diffusion est modifiée :

$$\frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial t} = \Delta T + \frac{\mathcal{P}_v}{\lambda} \quad (15)$$

Des exemples seront traités en TD : étude d'un fusible, d'un mammifère marin, d'un cœur de réacteur nucléaire...

E. Analogie électrique

Il existe une analogie forte en l'électrocinétique et la thermique. On l'a déjà évoqué plusieurs fois.

E.1 Mise en évidence des similitudes

Conduction thermique	Conduction électrique
$\vec{j}_{th} = -\lambda \cdot \vec{\text{grad}} T$	$\vec{j} = -\gamma \cdot \vec{\text{grad}} V$
Température $T(K)$	Potentiel $V(V)$
Flux $\phi(W)$	Intensité $I(A)$
$(T_1 - T_2) = R_{th} \phi$	$(V_1 - V_2) = U_{12} = R I$

TABLE 3 – Analogie Thermique-Électricité

E.2 Résistances thermiques

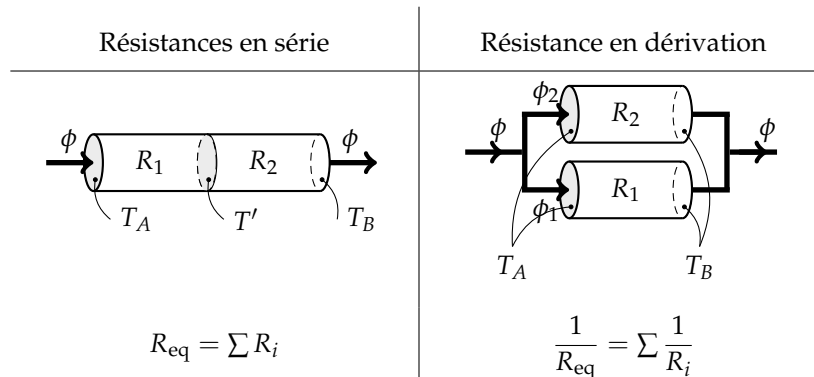
Nous avons défini la résistance thermique de conduction R_{th} . En écrivant le flux ϕ transitant par convection, en utilisant la loi de NEWTON (4), on peut faire apparaître une résistance thermique de convection R_{conv} .

$$R_{cond} = \frac{e}{\lambda S} \quad \text{pour la conduction,} \quad R_{conv} = \frac{1}{hS} \quad \text{pour la convection} \quad (16)$$

E.3 Associations de résistances

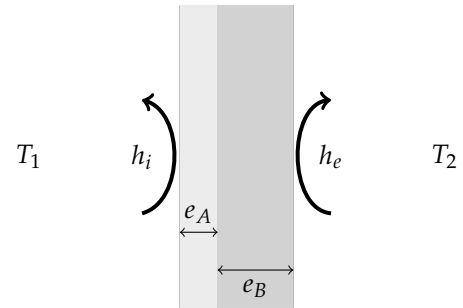
L'analogie se poursuit quand des résistances sont associées en série ou en dérivation.

- Des résistances thermiques sont placées en série quand elles sont traversées par le même flux thermique ϕ . C'est le cas par exemple pour les différentes couches constituant l'épaisseur d'un mur. Comme en électricité, la résistance équivalente est alors la somme des résistances.
- Des résistances thermiques sont placées en dérivation si elles sont soumises à la même différence de température, mais, a priori, traversées par des flux différents. C'est le cas du mur et d'une fenêtre d'une maison.



F. Exemple : Isolation d'un mur

On s'intéresse à un mur d'épaisseur $e_B = 35 \text{ cm}$, de conductivité $\lambda_B = 0,12 \text{ W.K}^{-1}.\text{m}^{-1}$ séparant l'intérieur d'une maison à $T_1 = 20^\circ\text{C}$ de l'extérieur à $T_2 = 5^\circ\text{C}$. Les coefficients de convection avec l'air intérieur et extérieur valent respectivement $h_i = 20 \text{ W.K}^{-1}.\text{m}^{-2}$ et $h_e = 90 \text{ W.K}^{-1}.\text{m}^{-2}$. On souhaite isoler ce mur avec un isolant d'épaisseur $e_A = 10 \text{ cm}$, de conductivité $\lambda_A = 0,045 \text{ W.K}^{-1}.\text{m}^{-1}$. Afin de démontrer l'impact de l'isolation, déterminer le flux thermique avec et sans isolation, pour une surface de mur $S = 1 \text{ m}$.



Calculons les différentes résistances.

$$R_i = \frac{1}{h_i S} = 0,05 \text{ K.W}^{-1}, \quad R_e = \frac{1}{h_e S} = 0,011 \text{ K.W}^{-1}, \quad R_A = \frac{e_A}{\lambda_A S} = 2,92 \text{ K.W}^{-1}, \quad R_B = \frac{e_B}{\lambda_B S} = 2,22 \text{ K.W}^{-1}$$

Les résistances sont placées en série : on les somme donc pour obtenir la résistance équivalente.

Sans isolation	Avec isolation
$R_{\text{tot}} = 2,98 \text{ K.W}^{-1}$	$R_{\text{tot}} = 5,20 \text{ K.W}^{-1}$
$\phi = 5,0 \text{ W}$	$\phi = 2,9 \text{ W}$

Sans surprise, l'ajout d'une isolation permet de diminuer le flux thermique ϕ , et donc la perte thermique.