

TD EM2

Magnétostatique

A. Fil infini _____ ●○○

On cherche à déterminer le champ magnétique créé par un fil illimité parcouru par un courant d'intensité I .

1. Étudier précisément les invariances et les symétries.
2. Faire le calcul en utilisant le théorème d'AMPÈRE.
3. La carte de champ est-elle adéquate ?

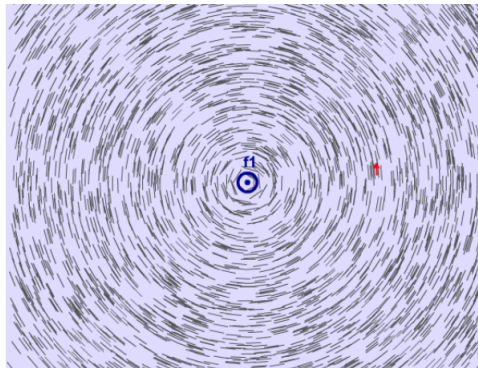


FIGURE 1 – Carte de champ

B. Solénoïde infini et théorème d'AMPÈRE _____ ●○○

Dans le cas du solénoïde infiniment long, déterminer le champ en tout point en utilisant le théorème d'AMPÈRE. On considérera que le champ magnétique à l'extérieur est nul.

C. Tube de courant _____ ●○○

On cherche à déterminer le champ magnétique créé par un tube de courant de rayon b parcouru par un courant d'intensité I .

1. Par quel type de distribution de courant peut-on modéliser la situation ? Définir et calculer la grandeur définie.
2. Après avoir étudié précisément les invariances et les symétries, déterminer le champ magnétostatique en tout point de l'espace.

D. Champ magnétique créé par un câble coaxial infini _____ ●●○

On considère un câble coaxial constitué par un conducteur cylindrique (âme) de rayon extérieur et un conducteur cylindrique extérieur (gaine) de rayon intérieur R_2 ($R_2 > R_1$). Les deux conducteurs ont pour axe commun (z'/z), et sont séparés par un espace vide. La longueur h du câble peut être considérée comme infiniment grande devant le rayon R_2 . Dans tout le problème, on utilisera le système de coordonnées cylindriques.

Sur la surface du conducteur interne circule un courant I dans le sens (z'/z). Ce même courant circule dans l'autre sens sur le conducteur externe.

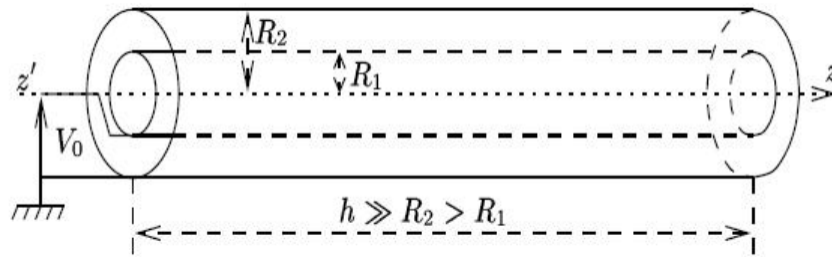


FIGURE 2 – Modélisation d'un câble coaxial infini

1. Étudier les symétries et invariances de la distribution de courant.
2. Déterminer le champ en tout point de l'espace.
3. Tracer l'intensité du champ en fonction de r . On discutera de la continuité du champ magnétique.
4. Quels sont les avantages d'utiliser un câble coaxial ?

E. Magnéton de BOHR • • •

Un électron de charge $q = -e$ et de masse m décrit, dans une représentation planétaire classique, une trajectoire circulaire d'axe (Oz) et de rayon r autour de Oz . On note v sa vitesse.

On admet que son moment cinétique par rapport à l'axe (Oz) , L_z est le rapport de la constante de PLANCK h sur 2π . h vaut $6,62 \cdot 10^{-34}$ USI.

1. Exprimer le moment cinétique.
2. Déterminer le moment magnétique en fonction de e , r et v .
3. Relier le moment magnétique au moment cinétique.
4. Calculer le moment magnétique associé à ce mouvement orbital de l'électron. Cette grandeur porte le nom de magnéton de BOHR.

F. Tige conductrice et force de LAPLACE • • •

L'espace est repéré par une base cartésienne, dont l'axe (Oz) est dirigé verticalement vers le haut, (Oy) horizontalement vers la droite.

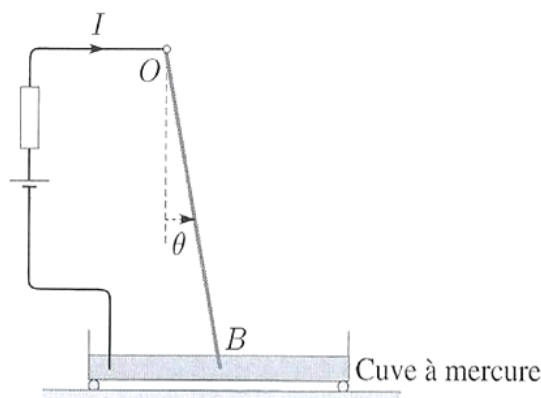


FIGURE 3 – Montage étudié

Une tige conductrice homogène OB , de masse m et de longueur L , peut tourner parfaitement dans un plan vertical autour de l'axe (Oz) . Son extrémité mobile B affleure dans une cuve à mercure, ce qui permet

le passage d'un courant continu I . On applique un champ magnétique uniforme perpendiculaire au plan vertical dans la direction $-\vec{e}_x$. Le moment d'inertie de la tige par rapport au point O vaut $\frac{mL^2}{3}$.

1. Déterminer les positions d'équilibre. Existent-elles toujours ?
2. Montrer que la position d'équilibre stable de la tige, repérée par l'angle θ permet d'évaluer le champ magnétique B . Estimer le champ magnétique si $I = 10 \text{ A}$, $L = 10 \text{ cm}$, $m = 50 \text{ g}$, $\theta = 5,0^\circ$.
3. On écarte la tige de sa position d'équilibre stable d'un petit angle α_0 et on l'abandonne sans vitesse initiale. Établir l'équation différentielle du mouvement et l'équation horaire du mouvement.

G. Moteur synchrone

On crée dans un volume de l'espace un champ magnétique d'intensité B_0 tournant à la pulsation ω_0 . D'autre part, une pièce mobile (rotor) constituée d'un aimant permanent de moment magnétique $\vec{m}$, tourne dans le même plan que le vecteur $\vec{B}$ à la vitesse angulaire ω . La valeur de l'angle initial entre ces deux vecteurs est noté α .

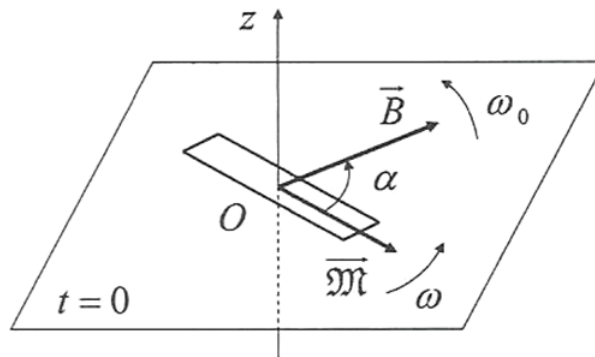


FIGURE 4 – Moteur synchrone

1. Exprimer la valeur instantanée du couple magnétique s'exerçant sur l'aimant.
2. En déduire sa valeur moyenne. On distinguera les cas où $\omega = \omega_0$ et $\omega \neq \omega_0$.
3. Pour quelles valeurs de ω et α ce dispositif fonctionne-t-il en moteur ? Pourquoi porte-t-il le nom de moteur synchrone ?
4. Déterminer la puissance maximale de ce moteur.

H. Champ sur l'axe d'une spire

Le champ créé par une spire circulaire de rayon R parcourue par un courant d'intensité I peut se calculer analytiquement. En un point M de cote z appartenant à l'axe de la spire, il prend la forme particulièrement simple

$$\vec{B}(M) = \pm \frac{\mu_0 I}{2R} \sin^3 \alpha \vec{e}_z$$

où α est l'angle sous lequel la spire est vue depuis le point M .

Sur la figure 5, la portion de la spire où le courant remonte est placée en arrière du plan de la feuille.

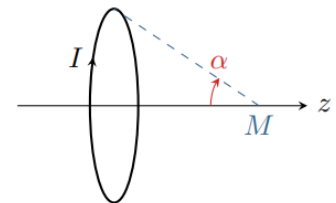


FIGURE 5 – Spire

1. Dans quel sens est orienté le champ $\vec{B}$ en M ? En déduire le signe $\pm$ à conserver dans l'expression de $\vec{B}(M)$.
2. Exprimer le moment magnétique $\vec{m}$ de la spire.
3. Montrer que lorsque le point M est très éloigné de la spire ($z \gg R$), le champ sur l'axe s'exprime directement en fonction du moment magnétique $\vec{m}$ sans faire intervenir ni l'intensité I ni le rayon R .

I. Aimantation

Le tableau ci-contre indique les ordres de grandeur d'aimantation de plusieurs matériaux magnétiques permettant de fabriquer des aimants permanents. L'aimantation d'un matériau est définie comme le moment magnétique volumique, c'est-à-dire le moment magnétique d'un échantillon de ce matériau rapporté à son volume.

Matériau	Aimantation (kA.m^{-1})
AlNiCo 200	600
Ferrite 1000	1700
NdFeB	2000 à 4000
SmCo 5	2000 à 3000
SmCo 17	3500 à 5000



FIGURE 6 – Aimant cylindrique au Néodyme

1. Rappeler la dimension d'un moment magnétique et vérifier l'unité de l'aimantation donnée dans le tableau.
2. Les matériaux pour fabriquer des aimants permanents doivent-ils posséder une aimantation forte ou faible ?
3. Considérons un aimant cylindrique NdFeB (néodyme, fer, bore) d'épaisseur $e = 1 \text{ mm}$ et de rayon $R = 5 \text{ mm}$. Calculer son moment magnétique.
4. Combien de spires de même rayon R et parcourues par un courant d'intensité $I = 100 \text{ mA}$ faudrait-il bobiner pour obtenir le même moment magnétique ?

J. Railgun (RP)

Le canon électrique, connu aussi sous le nom anglais de *railgun*, est une arme à projectile accéléré par une force électromagnétique. Le dispositif revient à établir une différence de potentiel électrique entre deux longs rails parallèles conducteurs, et à insérer entre eux un projectile, conducteur également, pouvant glisser ou rouler dessus. La source peut délivrer un courant de $1 \times 10^6 \text{ A}$. Le conducteur pèse 500 g et les rails sont longs de 3 m et séparés de 10 cm.

Montrer que l'on peut accélérer la masse jusqu'à une vitesse supersonique sans champ extérieur.

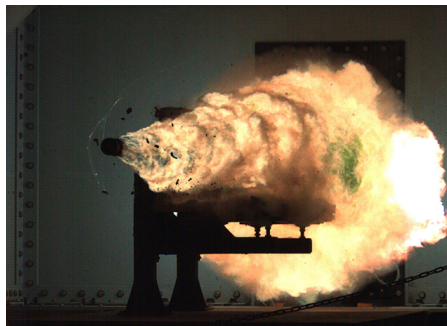


FIGURE 7 – Essai d'un *railgun* par la Navy américaine