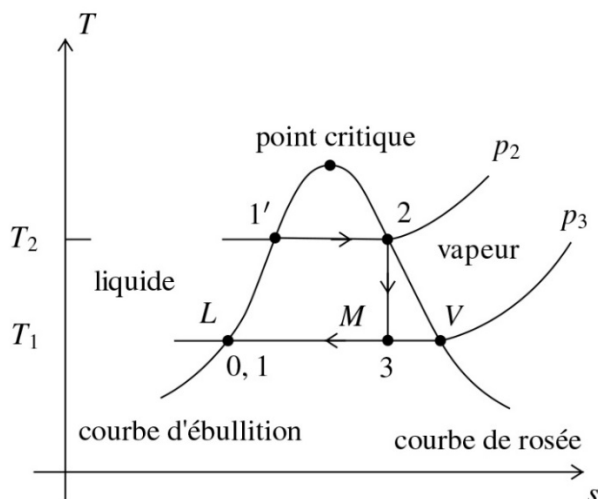


TH1C - Systèmes ouverts en régime stationnaire

A - Travaux dirigés

TH11 – Cycle de Rankine

1. Le diagramme entropique est le diagramme (T,s) .



2. La transformation $2 \rightarrow 3$ est adiabatique réversible, donc isentropique.

On a alors : $s_3 = s_2 = s_V(T_2) = 5,57 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$

On utilise le théorème des moments sur le palier d'équilibre liquide-vapeur à la température T_1 . Le titre massique en vapeur au point 3 est :

$$x_V = \frac{LM}{LV} = \frac{s_3 - s_L(T_1)}{s_V(T_1) - s_L(T_1)} = \frac{s_V(T_2) - s_L(T_1)}{s_V(T_1) - s_L(T_1)} = \frac{5,57 - 0,44}{8,46 - 0,44} = 0,64$$

On en déduit l'enthalpie massique au point 3 :

$$h_3 = x_V h_V (T_1) + (1 - x_V) h_L (T_1) = 1687,6 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

3. On applique le premier principe de la thermodynamique pour un système ouvert en régime stationnaire.

Pour la transformation $2 \rightarrow 3 : h_3 - h_2 = w_{it}$

puisque la turbine est calorifugée. w_{it} est le travail indiqué massique reçu par le fluide. Il est toujours négatif pour une turbine.

Pour la transformation $1 \rightarrow 2 : h_2 - h_1 = q_{GV}$

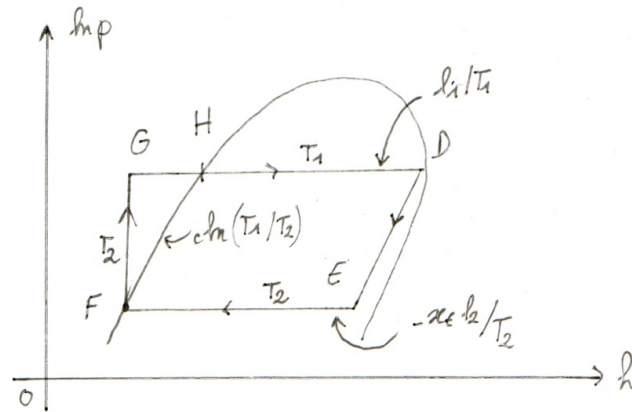
puisque'il n'y a pas de partie mobile de la machine, c'est-à-dire pas de travail autre que celui des forces de pression.

Calcul de l'efficacité :

$$\eta = \frac{-w_{\text{turbine}}}{q_{GV}} = \frac{-(h_3 - h_2)}{(h_2 - h_1)} = \frac{-(1687,6 - 2749)}{2749 - 126} = 40,5 \%$$

4. D'après le diagramme (T,s) , la vapeur est saturante à la fin de la détente. Il y a donc des conditions difficiles pour les parties mobiles de la machine à cause de la corrosion.

TH12 - Turbomachine avec changement d'état



a) $l_2 = h_v - h_l = 2454 \text{ kJ.kg}^{-1}$.

b) L'isentrope de la détente permet d'écrire $s_E - s_D = 0$, exprimée par ailleurs en envisageant la transformation $DHFE$, où H est le point correspondant au liquide saturant à température T_1 . On obtient ainsi :

$$\frac{l_1}{T_1} + c_{\text{liq}} \ln\left(\frac{T_1}{T_2}\right) - x_E \frac{l_2}{T_2} = 0.$$

On en déduit : $x_E = 0,68$.

c) $h_E = h_l + (h_v - h_l)x_E = 1753 \text{ kJ.kg}^{-1}$.

d) $w_u = h_D - h_E = 1047 \text{ kJ.kg}^{-1}$.

e) $h = u + pv$, donc $\Delta h \approx u_{\text{liq}}(p_1 - p_2) = 4 \text{ kJ.kg}^{-1}$, pour une opération quasi adiabatique. On en déduit donc que le travail fourni dans la pompe est négligeable devant celui cédé par la turbine, pour une même quantité de fluide traité.

f) Dans la chaudière, il n'y a pas de travail fourni : $q_c = h_D - h_G = h_D - h_H + h_H - h_G$ avec $h_D - h_H = l_1$ et $h_H - h_G = c_{\text{liq}}(T_1 - T_2)$. Ainsi, $q_c = 2675 \text{ kJ.kg}^{-1}$.

Le rendement défini par : $\eta = \frac{w_u}{q_c}$ vaut donc 0,39.

Or, le rendement de Carnot pour ces températures est

$$\eta_{\text{max}} = 1 - \frac{T_2}{T_1} = 0,44. \text{ L'irréversibilité de la transfor-}$$

mation FH est responsable de cet écart.

g) Si D_m est le débit massique, $P = D_m w_u$ donc :

$$D_m = 0,0955 \text{ kg.s}^{-1}.$$

TH13 - Écoulement supersonique

1. Dans le référentiel de la tuyère, on applique le premier principe à une portion de gaz (système fermé), comprise entre x_A et x_B à l'instant t et que l'on suit dans son mouvement sur l'intervalle $[t, t + dt]$. Cela consiste à redémontrer le « premier principe industriel » (voir exercice 2.8 page 58). Sachant que le système considéré ne reçoit pas de transfert thermique ni de travail autres que ceux des gaz amont et aval, la relation (2.8.9) (voir page 61) s'écrit $(h_B - h_A) + (\frac{1}{2}v_B^2 - \frac{1}{2}v_A^2) = 0$, où h désigne l'enthalpie massique.

Méthode**Utilisation du premier principe industriel**

Lors de l'étude d'une machine thermique, le premier principe industriel

$$D_m [(h_B - h_A) + (e_{cB} - e_{cA}) + (e_{pB} - e_{pA})] = \mathcal{P}_W + \mathcal{P}_Q \quad (2.9.1)$$

(établi page 61) permet de lier $\mathcal{P}_W$ et $\mathcal{P}_Q$ aux variations des propriétés thermodynamiques (enthalpie massique h et vitesse V) du fluide entre l'entrée et la sortie de la machine.

Le but est en général de lier $\mathcal{P}_W$ et $\mathcal{P}_Q$ à des grandeurs *directement mesurables*, ce qui n'est pas le cas de h (il n'existe pas « d'enthalpiemètre »). L'enthalpie h n'est donc qu'un intermédiaire de calcul, ce qui conduit à une méthode en deux temps.

1. Appliquer la relation (2.9.1) à la machine.

2. Par ailleurs, exprimer $h_B - h_A$.

► Si le fluide est à l'état de gaz (supposé parfait) à l'entrée et à la sortie,

$$h_B - h_A = c_p(T_B - T_A),$$

où c_p est la capacité thermique massique à pression constante du gaz.

► Si le fluide est un liquide à l'entrée et à la sortie,

$$h_B - h_A = c(T_B - T_A),$$

où c est la capacité thermique massique du liquide.

► Si le fluide a changé (partiellement ou totalement) d'état entre l'entrée et la sortie, il faut imaginer une évolution (fictive) qui amène le fluide de l'état A à l'état B , de manière à calculer $h_B - h_A$ en faisant intervenir les grandeurs mesurables nécessaires (température et pression, par exemple).

Pour l'étude pratique des machines thermiques, des diagrammes relatifs au fluide considéré permettent de lire graphiquement $h_B - h_A$, ce qui évite des calculs fastidieux.

Par ailleurs, un échantillon fermé de gaz parfait homogène vérifie la deuxième loi de Joule $dh = c_p dT$, ce qui s'intègre le long d'une évolution quasi stationnaire (pour que T soit définie) fictive allant de l'état A à l'état B , en $h_B - h_A = c_p(T_B - T_A)$. L'enthalpie étant une fonction d'état, ses variations entre A et B ne dépendent pas du chemin suivi pour aller de A à B . On peut donc identifier les deux expressions de $h_B - h_A$, ce qui donne la relation demandée,

$$c_p(T_A - T_B) = \frac{1}{2}(v_B^2 - v_A^2). \quad (2.9.2)$$

2. La relation de Mayer s'écrit, en termes de capacités thermiques *molaires*, $c_p - c_v = R$. En divisant cette relation membre à membre par la masse molaire M , les capacités thermiques molaires deviennent massiques, donc $c_p - c_v = \frac{R}{M}$. Par ailleurs, l'exposant adiabatique du gaz est défini par $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$, donc

$$c_p = \frac{1}{M} \frac{\gamma R}{\gamma - 1}. \quad (2.9.3)$$

Les relations (2.9.2) et (2.9.3) donnent $\frac{1}{M} \frac{\gamma R}{\gamma - 1} (T_A - T_B) = \frac{1}{2} (v_B^2 - v_A^2)$. En faisant tendre B vers A , les différences finies deviennent infinitésimales (différentielles),

$$\frac{1}{M} \frac{\gamma R}{\gamma - 1} dT = -\frac{1}{2} d(v^2). \quad (2.9.4)$$

3. La loi de Laplace $P^{1-\gamma} T^\gamma = \text{cte}$ a pour différentielle logarithmique

$$(1 - \gamma) \frac{dP}{P} + \gamma \frac{dT}{T} = 0. \quad (2.9.5)$$

Attention

Réversibilité

L'énoncé indique que l'évolution du gaz est réversible. Cela signifie que, si on filme l'évolution d'une particule mésoscopique de gaz et que l'on projette le film à l'envers, alors on ne constate pas d'absurdité physique (critère de réversibilité). En effet, sur le film à l'endroit, la particule avance en se détendant, alors qu'elle recule en se comprimant sur le film à l'envers. La réversibilité de l'évolution justifie l'application de la loi de Laplace.

En revanche, l'écoulement est *globalement* irréversible, car il se fait spontanément des hautes pressions (sortie d'un réacteur d'avion, par exemple) vers les basses pressions (air ambiant). Le film de l'écoulement global, projeté à l'envers, serait absurde (irréversibilité).

4. L'équation d'état du gaz parfait sous forme locale s'écrit $P = \frac{\varrho RT}{M}$, d'où $\varrho = \frac{PM}{RT}$. La différentielle logarithmique de cette expression est

$$\frac{d\varrho}{\varrho} = \frac{dP}{P} - \frac{dT}{T}. \quad (2.9.6)$$

5. Le débit massique à travers une section $S(x)$ s'écrit $D(x) = \varrho(x)v(x)S(x)$. En régime permanent, il est indépendant de x , sinon il y aurait accumulation ou disparition de matière en un endroit de la tuyère, donc $\varrho(x)v(x)S(x) = D = \text{cte}$. La différentielle logarithmique s'écrit

$$\frac{d\varrho}{\varrho} + \frac{dv}{v} + \frac{dS}{S} = 0. \quad (2.9.7)$$

6. Pour établir une relation différentielle entre dv et dS , on fait d'abord apparaître dv dans l'expression (2.9.4),

$$\frac{1}{M} \frac{\gamma R}{\gamma - 1} dT = -v dv. \quad (2.9.8)$$

Le système $\{(2.9.5), (2.9.6), (2.9.7), (2.9.8)\}$ constitue un système de 4 équations liant les cinq « variables » formelles dv , dT , dP , $d\rho$ et dS . Il suffit d'éliminer dT , dP et $d\rho$ pour obtenir la relation demandée. On élimine d'abord dP qui ne figure que dans les deux équations (2.9.5) et (2.9.6),

$$\frac{d\rho}{\rho} - \frac{1}{\gamma - 1} \frac{dT}{T} = 0. \quad (2.9.9)$$

Les relations (2.9.8) et (2.9.9) permettent d'éliminer dT ,

$$\underbrace{\frac{\gamma RT}{M}}_{=c^2} \frac{d\rho}{\rho} = -v dv. \quad (2.9.10)$$

Enfin, les relations (2.9.7) et (2.9.10) permettent d'éliminer $\frac{d\rho}{\rho}$ selon

$$-\frac{v}{c^2} dv + \frac{dv}{v} + \frac{dS}{S} = 0,$$

d'où

$$\frac{dS}{S} + [1 - \mathcal{M}^2] \frac{dv}{v} = 0 \text{ avec } \mathcal{M} = \frac{v}{c} \text{ (théorème de Rankine-Hugoniot)}. \quad (2.9.11)$$

7. L'écoulement est dit subsonique quand le nombre de Mach $\mathcal{M}$ est inférieur à 1 et supersonique si $\mathcal{M} > 1$. À défaut de résoudre l'équation (2.9.11) de Hugoniot, on peut l'utiliser pour prévoir le sens de variation de la vitesse $v(x)$ en fonction de celui de la section $S(x)$.

► Si l'écoulement est subsonique ($\mathcal{M} < 1$), alors une diminution de section ($dS < 0$) provoque une accélération du fluide ($dv > 0$). Ce résultat est le même que pour un écoulement incompressible.

► Si l'écoulement est supersonique ($\mathcal{M} > 1$), c'est un élargissement de la tuyère ($dS > 0$) qui provoque une accélération du fluide ($dv > 0$). Ce résultat, contre-intuitif à cause de l'habitude des écoulements incompressibles, est ici dû au fait que le gaz se détend. Les diverses relations différentielles établies permettent de prévoir le comportement de T , P , ρ le long de la tuyère.

La relation de Hugoniot est donc d'une grande importance pratique pour la mise au point des tuyères de réacteurs. Pour accélérer le fluide tout le long de l'axe x , le profil de la tuyère doit d'abord être convergent pour accélérer le fluide jusqu'à la vitesse du son ($\mathcal{M} = 1$), puis doit devenir divergent pour que le fluide continue d'accélérer. Le point le plus étroit de la tuyère est appelé « col sonique ». On parle de tuyère « convergente-divergente ».

B – Exercices supplémentaires

TH14 - Machine à vapeur

1) La pression en 6 est de 1 bar puisque le changement d'état basse pression ($6 \rightarrow 1$) se fait sous 1 bar. La vapeur est saturante sans liquide, donc la fraction massique de cette vapeur vaut $x = 1$. La pression en 5 est de 50 bars puisque le changement haute pression ($3 \rightarrow 4$) se fait à 50 bars et que $4 \rightarrow 5$ est isobare.

La transformation $5 \rightarrow 6$ est isentropique : c'est une verticale sur le diagramme de Mollier. Il suffit alors de partir du point (1 bar, 100°C , $x = 1$) sur le diagramme et de tracer la verticale : l'intersection avec l'isobare 50 bars correspond au point 5 cherché ; on lit alors la température : $T_5 = 620^\circ\text{C}$ ou 893 K .

2) • $1 \rightarrow 2$ est isentropique et, comme le liquide est incompressible, la variation de température durant la compression est négligeable : 1 et 2 sont confondus.

• $2 \rightarrow 3$ peut être représentée sur la courbe de saturation : le liquide est incompressible.

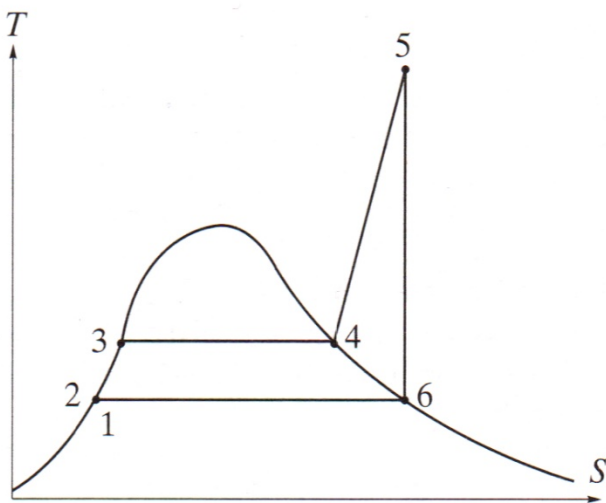
• $3 \rightarrow 4$ est une isotherme (changement d'état isobare).

• $4 \rightarrow 5$ correspond à une augmentation de température à pression constante ; l'entropie augmente (augmentation du désordre).

• $5 \rightarrow 6$ est une isentropique.

• $6 \rightarrow 1$ est une isotherme (changement d'état isobare).

Le diagramme entropique est représenté qualitativement ci-après.



3) Pour chaque élément de la machine :

$$\Delta h + \Delta e_K + \Delta e_P, \text{ext} = q + w_m.$$

Ici la variation d'énergie cinétique et celle d'énergie potentielle ne sont pas à prendre en compte. Rappelons que q est le transfert thermique massique entre le fluide et l'élément de la machine et que w_m représente le travail utile (différent de w_{pression}).

Ainsi, pour :

• la pompe, $w_p = h_2 - h_1 = v_{\ell}(P_2 - P_1)$

$$= 10^{-3}(50 - 1)10^5 = 4,9 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} ;$$

• le générateur de vapeur, $q_{\text{GV}} = c_{\ell}(T_3 - T_1) + l_v(T_3)$, T_3 est lu par extrapolation sur le diagramme de Mollier à l'intersection de l'isobare 50 bars et de l'isotitre $x = 1$;

$$q_{\text{GV}} = 4,45(275 - 100) + 1\,641 = 2\,420 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} ;$$

• le surchauffeur :

$$q_s = h_5 - h_4 = 3\,700 - 2\,810 = 890 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1},$$

les enthalpies massiques sont lues sur le diagramme : 5 (50 bars, 620°C) et 4 (50 bars, $x = 1$) ;

• la turbine :

$$w_T = h_6 - h_5 = 2\,675 - 3\,700 = -1\,025 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} ;$$

h_6 est lu sur le diagramme pour (1 bar, $x = 1$) ;

• le condenseur, $q_C = -l_v(1 \text{ bar}) = -2\,256 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$.

Le rendement correspond au travail total échangé sur un cycle rapporté à la somme des transferts thermiques effectivement reçus par le fluide :

$$\rho = \frac{|w_p + w_T|}{q_{\text{GV}} + q_s} = 0,31.$$

Remarque : On vérifiera que la somme des termes énergétiques calculés ci-dessus est nulle aux erreurs de lecture et d'arrondis près : h est une fonction d'état.

TH15 – Cycle industriel de réfrigération

1. Les isobares sont confondues avec les isothermes à l'intérieur de la courbe de saturation et sont représentées par des segments de droite horizontaux.

D'après la deuxième loi de Joule, l'enthalpie d'un gaz parfait n'est fonction que de la température donc sur une isotherme h est constante. Les isothermes pour un gaz parfait sont donc des droites verticales dans le domaine où le fluide est gazeux, ce qui est en désaccord avec la figure fournie.

2. Tracé du cycle : voir figure à la fin du corrigé.

	1	2	3	4
h (kJ.kg ⁻¹)	245	245	343	366
p (bar)	15	4	4	15
T (°C)	36	-11	-11	44
x	0	0,36	1	vapeur sèche

Les grandeurs en gras dans le tableau ci-dessus sont données par l'énoncé, les autres sont lues sur le diagramme.

On utilise le théorème des moments pour calculer le titre massique en vapeur :

$$x = \frac{LM}{LV} = \frac{h_2 - h_L(-10^\circ\text{C})}{h_V(-10^\circ\text{C}) - h_L(-10^\circ\text{C})}$$

avec $h_2 = h_1 = 245 \text{ kJ.kg}^{-1}$; $h_L(-10^\circ\text{C}) = 188 \text{ kJ.kg}^{-1}$ et $h_V(-10^\circ\text{C}) = h_3 = 343 \text{ kJ.kg}^{-1}$.

On en déduit que : $x = \frac{245 - 188}{343 - 188} = 0,37$. C'est tout à fait cohérent avec la lecture sur le diagramme.

3.

	5	6	7	8
h (kJ.kg ⁻¹)	188	188	328	347
p (bar)	4	1,5	1,5	4
T (°C)	-11	-37	-37	3
x	0	0,16	1	vapeur sèche

Comme dans le tableau précédent, les grandeurs en gras dans le tableau ci-dessus sont données par l'énoncé, les autres sont lues sur le diagramme.

4. Compresseur HP : $P_{\text{méca CP HP}} = D_{\text{HP}}(h_4 - h_3) = 55,9 \text{ kW}.$

Compresseur BP : $P_{\text{méca CP BP}} = D_{\text{BP}}(h_8 - h_7) = 28,5 \text{ kW}.$

On en déduit la puissance mécanique reçue par les deux compresseurs :

$$P_{\text{méca CP HP+BP}} = 84,4 \text{ kW}$$

La puissance thermique algébriquement reçue par l'évaporateur est :

$$P_{\text{th,évaporateur}} = D_{\text{BP}}(h_7 - h_6) = 210 \text{ kW}$$

La puissance thermique algébriquement reçue par le condenseur est :

$$P_{\text{th,condenseur}} = D_{\text{HP}}(h_1 - h_4) = -294 \text{ kW}$$

On a bien une valeur négative puisqu'on a un changement d'état vapeur $\rightarrow$ liquide.

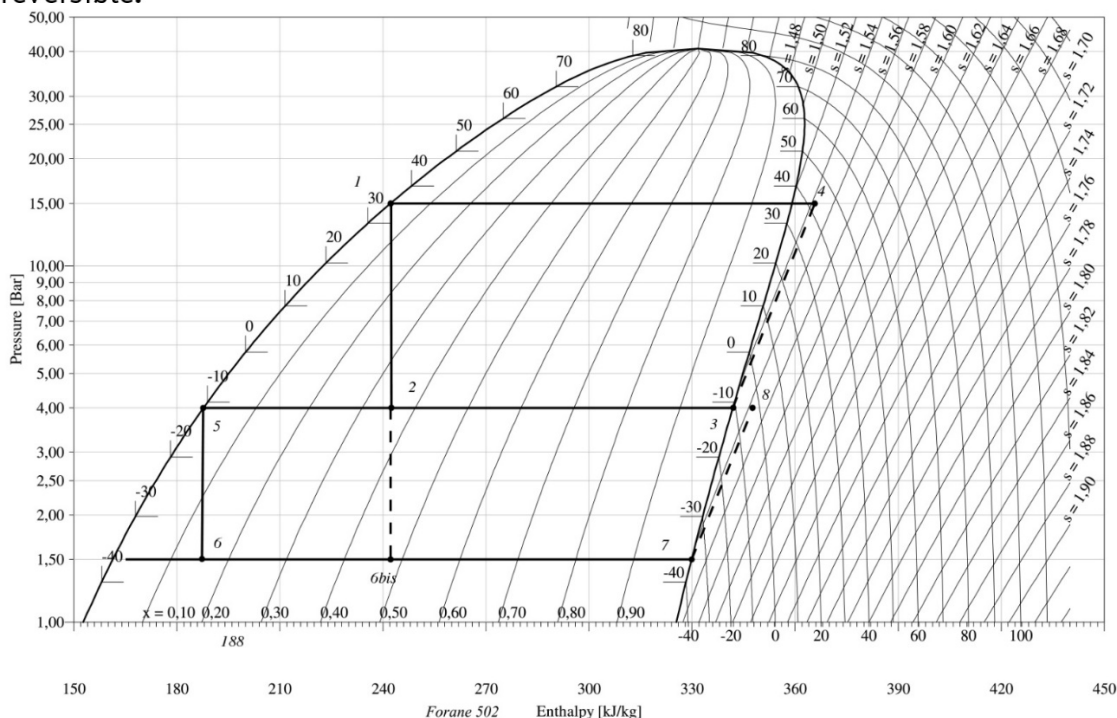
$$\text{COP} = \frac{\text{utile}}{\text{coût}} = \frac{P_{\text{th, évaporateur}}}{P_{\text{méca CP HP+BP}}} = \frac{210}{84,4} = 2,49.$$

$$\text{COP}_{\text{Carnot}} = \frac{T_F}{T_C - T_F} = 3,23$$

avec $T_F = -37 + 273$ K et $T_C = 36 + 273$ K. Il faut choisir les températures de T_C et T_F de façon à obtenir le plus grand COP pour la machine de Carnot. Cela revient à prendre T_F le plus grand et T_C le plus petit. Nous en

déduisons le rendement du cycle : $\eta = \frac{\text{COP}}{\text{COP}_{\text{Carnot}}} = \frac{2,49}{3,23} = 77\%$. C'est

normal d'avoir un rendement inférieur à 1. Le cycle réel n'est pas un cycle de Carnot. Le laminage n'est pas réversible. Le transfert thermique isobare ($4 \rightarrow 1' \rightarrow 1$) nécessiterait une infinité de sources de chaleur pour être réversible.



TH16 - Turboréacteur

1. La compression est adiabatique, réversible avec un gaz parfait. On peut donc appliquer les lois de Laplace pour la transformation $1 \rightarrow 2$:

$$T_1 P_1^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_2 P_2^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}. \text{ On a donc :}$$

$$T_2 = T_1 \left(\frac{P_1}{P_2} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = 484 \text{ K}$$

On applique au compresseur le premier principe de la thermodynamique à un système ouvert en régime permanent : $\Delta h = w_i = c_p (T_2 - T_1)$.

$q_e = 0$ car la transformation est adiabatique et $\Delta h = c_p (T_2 - T_1)$ car on a un gaz parfait.

On a donc :

$$w_i = c_p (T_2 - T_1) = 196 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

Le compresseur est entraîné par la turbine. Le travail fourni par la turbine est récupéré par le compresseur : $|w_{34}| = w_{12}$.

Comme $w_{34} < 0$, on a $w_{12} + w_{34} = 0 = c_p (T_2 - T_1) + c_p (T_4 - T_3)$, d'où :

$$T_4 = T_3 - T_2 + T_1 = 1054 \text{ K}$$

La transformation $3 \rightarrow 4$ est adiabatique, réversible avec un gaz parfait. On peut appliquer les lois de Laplace : $T_3 P_3^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_4 P_4^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$, donc :

$$P_4 = P_3 \left(\frac{T_3}{T_4} \right)^{\frac{\gamma}{1-\gamma}} = 3,39 \text{ bar}$$

La transformation $4 \rightarrow 5$ est adiabatique, réversible, gaz parfait. On peut appliquer les lois de Laplace pour la transformation $4 \rightarrow 5$:

$$T_4 P_4^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_5 P_5^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}. \text{ On a donc :}$$

$$T_5 = T_4 \left(\frac{P_4}{P_5} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = 744 \text{ K}$$

On applique à la tuyère le premier principe pour un système ouvert en régime permanent : $h_5 - h_4 + \frac{1}{2}c_5^2 = 0$ car on néglige toutes les vitesses sauf celle en sortie de la tuyère. On a donc :

$$c_5 = \sqrt{2(h_4 - h_5)} = \sqrt{2c_p (T_4 - T_5)} = 787 \text{ m.s}^{-1}$$

2. On applique à la chambre de combustion le premier principe pour un système ouvert en régime permanent :

$$h_3 - h_2 = q_{23} = q_{\text{combustion}} = c_p (T_3 - T_2) = 766 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

$w_i = 0$ car il n'y a pas de partie mobile de la machine. On a donc :

$$e_c = \frac{1}{2}c_5^2 = 310 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

Le rendement thermique vaut :

$$\eta_{th} = \frac{\text{utile}}{\text{coût}} = \frac{\frac{1}{2}c_5^2}{q_{23}} = 40,4 \%$$

3. On retrouve les mêmes résultats que dans la question 1 : $T_2 = 484 \text{ K}$; $T_4 = 1054 \text{ K}$ et $P_4 = 3,39 \text{ bar}$.

La transformation $5 \rightarrow 6$ est adiabatique, réversible avec un gaz parfait. On peut appliquer les lois de Laplace pour la transformation $5 \rightarrow 6$:

$$T_5 P_5^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_6 P_6^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}.$$

On a donc :

$$T_6 = T_5 \left(\frac{P_5}{P_6} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = 1362 \text{ K}$$

On applique à la tuyère le premier principe pour un système ouvert en régime permanent : $h_6 - h_5 + \frac{1}{2}c_6^2 = 0$ car on néglige toutes les vitesses sauf celle en sortie de la tuyère. On a donc :

$$c_6 = \sqrt{2(h_5 - h_6)} = \sqrt{2c_p(T_5 - T_6)} = 1066 \text{ m.s}^{-1}$$

4. On applique à la chambre de combustion le premier principe pour un système ouvert en régime permanent :

$$h_5 - h_4 = q_{45} = c_p(T_5 - T_4) = 876 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

$w_i = 0$ car il n'y a pas de partie mobile de la machine.

On en déduit que :

$$q_{\text{combustion}} = q_{23} + q_{45} = 1642 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

L'énergie cinétique massique est :

$$e_c = \frac{1}{2}c_6^2 = 568 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

Le rendement thermique vaut :

$$\eta_{th} = \frac{\text{utile}}{\text{coût}} = \frac{e_c}{q_{\text{combustion}}} = 34,6 \%$$

Le turboréacteur de la 2^e partie a un moins bon rendement que celui de la 1^{re} partie. On récupère moins d'énergie cinétique pour un coût identique.

TH17 - Cycle Diesel

1.

2.

- $V_2 = \frac{V_1}{a}, p_2 = a^\gamma p_1$ et $T_2 = a^{\gamma-1} T_1$;
- $V_3 = \frac{V_1}{b}, \frac{T_3}{T_1} = \frac{a^\gamma}{b}$ et $p_3 = a^\gamma p_1$;
- $V_4 = V_1, P_4 = \left(\frac{a}{b}\right)^\gamma \cdot p_1$ et $T_4 = T_1 \left(\frac{a}{b}\right)^\gamma$

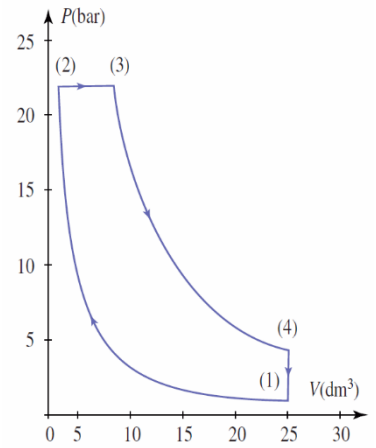
3.

- $1 \rightarrow 2 : \Delta U = C_{vm}(T_2 - T_1) = W$ et $Q = 0$,
- $2 \rightarrow 3 : Q = \gamma C_{vm}(T_3 - T_2)$ et $W = -p_2(V_3 - V_2)$,
- $3 \rightarrow 4 : Q = 0$ et $\Delta U = W = C_{vm}(T_4 - T_3)$,
- et $4 \rightarrow 1 : W = 0$ et $\Delta U = Q = C_{vm}(T_1 - T_4)$

4. En utilisant $r = -\frac{W}{Q_c} = 1 + \frac{Q_{41}}{Q_{23}} = 1 + \frac{1}{\gamma} \frac{T_1 - T_4}{T_3 - T_2}$

$$\text{Or } T_4 = \left(\frac{a}{b}\right)^\gamma T_1 ; T_3 = \frac{a^\gamma}{b} T_1 \text{ et } T_2 = a^{\gamma-1} T_1$$

$$\Rightarrow r = 1 + \frac{1}{\gamma} \frac{1 - \left(\frac{a}{b}\right)^\gamma}{\frac{a^\gamma}{b} - a^{\gamma-1}} = 1 + \frac{1}{\gamma} \frac{b^\gamma - a^\gamma}{a^\gamma b^{\gamma-1} - a^{\gamma-1} b^\gamma} = 1 - \frac{1}{\gamma} \frac{a^\gamma - b^\gamma}{(ab)^{\gamma-1}(a-b)} = 0,46$$



TH18 – Machine thermique avec régénérateur

1. Le second principe pour un système ouvert en régime permanent s'écrit, pour le compresseur : $s_2 - s_1 = \frac{q_{12}}{T_{fr}}$, puisque la transformation est réversible ($s_{crée} = 0$) et que la surface du système est (comme tout le système) à la température T_{fr} . Il vient donc :

$$q_{12} = T_{fr}(s_2 - s_1) = -RT_{fr} \ln \frac{P_2}{P_1}.$$

De même : $q_{34} = T_{ch}(s_4 - s_3) = RT_{ch} \ln \frac{P_2}{P_1}.$

2. Le premier principe pour un système ouvert en régime permanent s'écrit, pour le compresseur : $h_2 - h_1 = q_{12} + w_{u,12}$, puisque la variation d'énergie cinétique et la variation d'énergie potentielle sont négligeables. La transformation étant isotherme : $h_2 - h_1 = c_p(T_2 - T_1) = 0$ donc $w_{u,12} = -q_{12} = RT_{fr} \ln \frac{P_2}{P_1}$. De même : $w_{u,34} = -q_{34} = -RT_{ch} \ln \frac{P_2}{P_1}$.

L'énergie utile est le travail fourni par la turbine à l'alternateur, qui vaut, par unité de masse de fluide : $w_{alt} = |w_{u,34}| - w_{u,12} = -w_{u,34} - w_{u,12} = R(T_{ch} - T_{fr}) \ln \frac{P_2}{P_1}.$

Le rendement de la machine est donc : $\rho = \frac{w_{alt}}{q_{34}} = \frac{R(T_{ch} - T_{fr}) \ln \frac{P_2}{P_1}}{RT_{ch} \ln \frac{P_2}{P_1}} = 1 - \frac{T_{fr}}{T_{ch}}.$

3. Le rendement que l'on a trouvé est le rendement de Carnot, ce qui signifie que le fonctionnement de la machine est réversible.

TH19 – Oreille moyenne

1. Le caractère adiabatique est réaliste dès lors que les transformations sont suffisamment **rapides** pour pouvoir négliger tout transfert thermique. C'est la bonne hypothèse pour la propagation des ondes acoustiques.

Gaz parfait + transformation adiabatique et réversible, on peut utiliser la loi de Laplace :

$$PV^\gamma = P_0 V_0^\gamma \Leftrightarrow P = P_0 V_0^\gamma V^{-\gamma} \text{ d'où } dP = -\gamma P_0 V_0^\gamma V^{-\gamma-1} dV \Leftrightarrow dP = -\gamma P V^{-1} dV$$

On peut considérer que $P \simeq P_0$ et $V \simeq V_0$, ainsi $dP = -\gamma P_0 V_0^{-1} dV$.

$$dV = V - V_0 = S_2 x_2 - S_1 x_1$$

$$dP = -\frac{7P_0}{5V_0} dV \Leftrightarrow dP = -\frac{7P_0}{5V_0} (S_2 x_2 - S_1 x_1)$$

Remarque : on peut utiliser la différentielle logarithmique : $\frac{dP}{P} + \gamma \frac{dV}{V} = 0 \Leftrightarrow dP = -\gamma P V^{-1} dV$.

2. Système = {membrane 1}, on se place dans le référentiel terrestre considéré comme galiléen.

Deuxième loi de Newton : $m_1 \ddot{x}_1 = -dP S_1 + F - k_1 x_1 \Leftrightarrow m_1 \ddot{x}_1 = \frac{7P_0}{5V_0} (S_2 x_2 - S_1 x_1) S_1 + F - k_1 x_1$.

On l'écrit sous forme canonique :

$$\ddot{x}_1 + \left(\frac{7P_0 S_1^2}{5m_1 V_0} + \frac{k_1}{m_1} \right) x_1 - \frac{7P_0 S_1 S_2}{5m_1 V_0} x_2 = \frac{F}{m_1} \quad (1).$$

Système = {membrane 2}, on se place dans le référentiel terrestre considéré comme galiléen. La force imposée par le son $\vec{F}$, n'intervient plus et la force pressante exercée par la surpression du gaz de l'enceinte a un sens opposé par rapport à celle exercée sur le tympan.

Deuxième loi de Newton : $m_2 \ddot{x}_2 = dP S_2 - k_2 x_2 \Leftrightarrow m_2 \ddot{x}_2 = -\frac{7P_0}{5V_0} (S_2 x_2 - S_1 x_1) S_2 - k_2 x_2$. On l'écrit sous forme canonique :

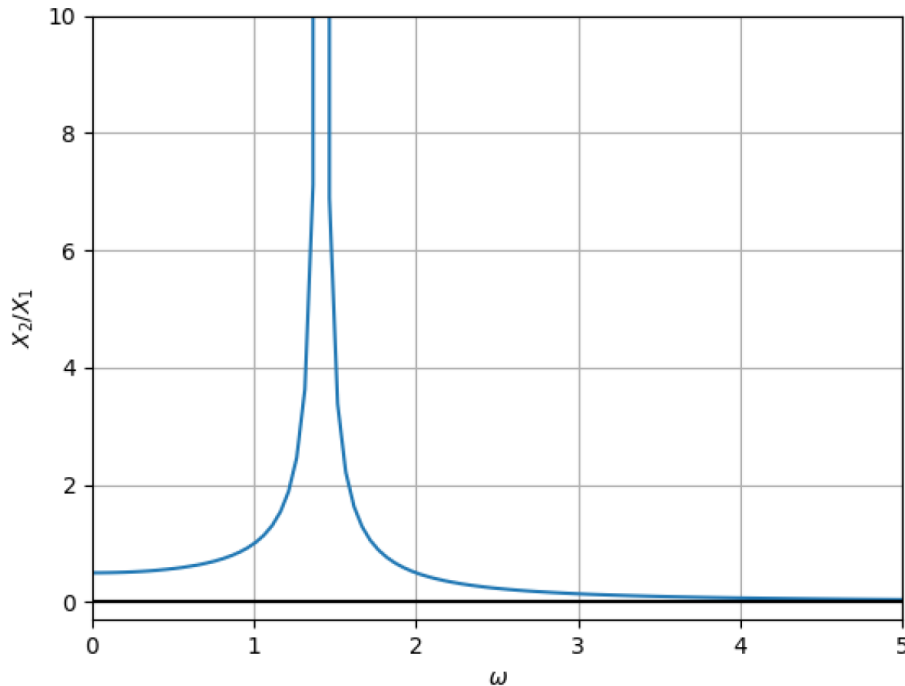
$$\ddot{x}_2 + \left(\frac{7P_0 S_2^2}{5m_2 V_0} + \frac{k_2}{m_2} \right) x_2 - \frac{7P_0 S_1 S_2}{5m_2 V_0} x_1 = 0 \quad (2).$$

3. Les déplacements sont aussi sinusoïdaux, à la même pulsation et déphasés : $x_1(t) = X_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$ et $x_2(t) = X_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$.

On écrit l'équation (2) avec les notations de l'énoncé : $\ddot{x}_2 + (\Omega_2^2 + \omega_2^2) x_2 - \Omega_c^2 x_1 = 0$. En complexes, on obtient : $-\omega^2 \underline{X}_2 + (\Omega_2^2 + \omega_2^2) \underline{X}_2 - \Omega_c^2 \underline{X}_1 = 0$ avec $\underline{X}_2 = X_2 \exp(j\varphi_2)$ et $\underline{X}_1 = X_1 \exp(j\varphi_1)$, on

en déduit $\frac{X_2}{X_1} = \left| \frac{\Omega_c^2}{\Omega_2^2 + \omega_2^2 - \omega^2} \right|$. On pose $\omega_1 = \sqrt{\Omega_2^2 + \omega_2^2}$.

$\frac{X_2}{X_1}(\omega = 0) = \left| \frac{\Omega_c^2}{\Omega_2^2 + \omega_2^2} \right|$; $\frac{X_2}{X_1} \xrightarrow{\omega \rightarrow \infty} 0$ et $\frac{X_2}{X_1}(\omega = \omega_1) \rightarrow \infty$. On en déduit le graphe suivant :



4. On constate un phénomène de **résonance** autour de ω_1 où $\frac{X_2}{X_1}$ tend vers l'infini. Si on prend en compte les frottements fluides, la valeur de pulsation de résonance serait légèrement différentes et le maximum de la courbe aurait une valeur finie.

La réponse est un filtre passe-bas en position. Cela devient un passe-bande pour une réponse en vitesse de la seconde membrane. Le modèle est donc conforme à ce que l'on connaît à savoir l'oreille qui est sensible aux fréquences entre 20 Hz et 20 kHz.

5. Dans le modèle acoustique, l'oreille interne sert d'**adaptation d'impédance**. Sans elle, le coefficient de transmission en puissance acoustique entre l'air et l'eau est faible. L'oreille interne, c'est comme le gel que l'on met entre une sonde échographique et la peau.

Le système mécanique des trois osselets permet de soulager la pression due au liquide présent dans l'oreille interne. Il permet également un couplage instantané entre l'entrée et la sortie de l'oreille moyenne, avec un phénomène d'amplification de pression qui se traduit par des surfaces de contact de plus en plus faibles entre les trois osselets.

TH20 – Machine frigorifique à Ammoniac

Dans un premier temps, il est nécessaire d'écrire les relations caractéristiques des différents éléments entre leur entrée et leur sortie.

Une détente adiabatique est isenthalpique ($q_e = 0$, $w_i = 0$ et $\Delta h = w_i + q_e = 0$).

Une compression adiabatique n'est pas nécessairement isentropique (uniquement dans le cas idéal d'une compression adiabatique réversible). On a toujours $\Delta h = w_i$ ($q_e = 0$) (mais $\Delta s \geq 0$ non demandé ici).

À la température t , la vapeur est saturante si elle est à la pression d'équilibre liquide vapeur $P_S(t)$.

Elle est :

– sèche si il n'y a pas de phase liquide.

Ceci impose $p \leq P_S(t)$;

– humide dans le cas contraire. Elle est alors nécessairement saturante $p = P_S(t)$.

L'enthalpie de la vapeur et du liquide ne sont égales aux valeurs $h_v(t)$ et $h_\ell(t)$ que s'ils sont saturants c'est à dire que soit la pression p est égale à $P_S(t)$ ou que les deux phases coexistent.

1-2 : B.P compression adiabatique : $q_e = 0$, $h_2 - h_1 = w_i$

2-3 : E_1 refroidissement isobare : $p_3 = p_2$

3-4 : M mélangeur isobare : $p_4 = p_3 = p_9$

4-5 : H.P compression adiabatique : $q_e = 0$, $h_5 - h_4 = w'_i$

5-6 : C_1 condensation isobare : $p_6 = p_5$

6-7 : R_2 détente adiabatique : ($q_e = 0$) sans travail indiqué ($w_i = 0$) donc isenthalpique $h_7 = h_6$

7-8 : V_2 évaporateur isobare : $p_8 = p_7$

8-9 : S extraction isobare de la vapeur : $p_9 = p_8$

8-10 : S extraction isobare du liquide : $p_{10} = p_9$

10-11 : R_1 détente isenthalpique (même raison que pour R_2) : $h_{11} = h_{10}$

11-1 : V_1 évaporateur isobare-isobare : $p_1 = p_{11}$

Le mélangeur et le séparateur sont calorifugés sans travail indiqué donc pour M et S , l'enthalpie entrante est égale à l'enthalpie sortante.

1) Reprenons les résultats pour les pressions sur les différentes étapes :

- Refroidisseur E_1 isobare : $p_2 = p_3$
- Mélangeur M isobare : $p_9 = p_3 = p_4$
- Séparateur S isobare : $p_8 = p_9 = p_{10}$
- Évaporateur V_1 isobare : $p_1 = p_{11}$
- Évaporateur V_2 isobare : $p_7 = p_8$

Comme l'état 8 correspond à un mélange liquide vapeur à -5°C , sa pression est égale à $P_S(-5^\circ\text{C})$ soit $p_8 = 3,459 \cdot 10^5 \text{ Pa}$.

D'où : $p_2 = p_3 = p_4 = p_7 = p_8 = p_9 = p_{10} = 3,459 \text{ bar}$.

De même, dans l'état 1, la vapeur est saturante sèche donc $p_1 = P_S(-20^\circ\text{C})$.

D'où $p_1 = p_{11} = 1,902 \cdot 10^5 \text{ Pa}$.

2) Dans les états 1 et 9, la vapeur est saturante sèche donc l'enthalpie massique est égale à $h_v(t)$ soit :

$$h_1 = h_v(-20^\circ\text{C}) = 1\,653,0 \text{ kJ.kg}^{-1} \text{ et } h_9 = h_v(-5^\circ\text{C}) = 1\,672,6 \text{ kJ.kg}^{-1}.$$

Dans les états 6 et 10, le liquide est saturant, son enthalpie est égale à $h_l(t)$ d'où

$$h_{10} = h_l(-5^\circ\text{C}) = 395,0 \text{ kJ.kg}^{-1} \text{ et } h_6 = h_l(20^\circ\text{C}) = 511,5 \text{ kJ.kg}^{-1}.$$

La relation entre la chaleur latente massique de changement d'état (ou enthalpie de changement d'état) avec h_1 et h_v est à connaître. Une relation identique relie l'entropie de changement d'état s_ℓ et s_v ;

$$s_{\text{vap}} = s_v - s_\ell = \frac{\ell_{\text{vap}}}{T}.$$

Pour calculer un titre massique, il faut penser soit :

- à appliquer la règle des moments si on a une représentation graphique ;
- à utiliser la relation entre l'enthalpie massique du système et les enthalpies massiques des phase liquide et vapeur, si on donne des valeurs numériques.

Les deux méthodes utilisent le fait que l'enthalpie du mélange est la somme des enthalpies de la phase vapeur et de la phase liquide.

Dans un séparateur adiabatique, on peut écrire deux relations :

- la conservation de la matière : débit entrant = débit total sortant ;
- la conservation du débit d'enthalpie entre l'entrée et les sorties.

Pour passer du transfert thermique massique à la puissance thermique ou du travail massique indiqué à la puissance indiquée, il faut introduire le débit massique. Le résultat peut être retrouvé facilement par homogénéité :

w_i est en J.kg^{-1} , $\mathcal{P}_i$ est en W soit en J.s^{-1} donc : $\mathcal{P}_1 = \alpha w_1$ ou α est en kg.s^{-1} , ce qui correspond à un débit massique.

Attention, le débit massique n'est pas le même dans toutes les parties de la machine.

Ici, il faut utiliser la conservation du débit d'enthalpie dans un mélangeur calorifugé

Attention, écrire $\Delta h = 0$ ne signifie rien dans un mélangeur car il y a plusieurs entrées.

Les chaleurs latentes massiques de vaporisation du fluide sont les différence d'enthalpie massique entre l'état gazeux et l'état liquide soit :

$$\ell_{\text{vap}}(-5^\circ\text{C}) = h_v(-5^\circ\text{C}) - h_1(-5^\circ\text{C}) = 1\,277,6 \text{ kJ.kg}^{-1}.$$

$$\ell_{\text{vap}}(-20^\circ\text{C}) = h_v(-20^\circ\text{C}) - h_1(-20^\circ\text{C}) = 1\,326,3 \text{ kJ.kg}^{-1}.$$

3) Dans le détendeur R_2 (calorifugé $q_e = 0$ sans partie mobile $w_i = 0$), la transformation est isenthalpique donc : $h_7 = h_6 = h_1(20^\circ\text{C}) = 511,5 \text{ kJ.kg}^{-1}$.

Dans l'état 7, le fluide est un mélange liquide-vapeur car $p_7 = P_S(t_7)$, d'où

$$h_7 = x_7 h_v(-5^\circ\text{C}) + (1 - x_7) h_1(-5^\circ\text{C}).$$

En égalant ces enthalpies on trouve :

$$x_7 = \frac{h_1(20^\circ\text{C}) - h_1(-5^\circ\text{C})}{h_v(-5^\circ\text{C}) - h_1(-5^\circ\text{C})} = 9,12 \text{ \%}.$$

De même, dans le détendeur R_1 , le fluide subit une transformation isenthalpique. D'où $h_{11} = h_{10} = h_1(-5^\circ\text{C})$.

Le fluide est un mélange liquide vapeur dans l'état 11 car $p_{11} = P_S(t_{11})$ d'où :

$$h_{11} = x_{11} h_v(-20^\circ\text{C}) + (1 - x_{11}) h_1(-20^\circ\text{C})$$

$$x_{11} = \frac{h_1(-5^\circ\text{C}) - h_1(-20^\circ\text{C})}{h_v(-20^\circ\text{C}) - h_1(-20^\circ\text{C})} = 5,15 \text{ \%}.$$

4) Il y a conservation du débit massique entre l'entrée et les sorties du séparateur. Le débit entrant est $(1 + y) \cdot q_m$. Le fluide sortant a la même composition en vapeur que le séparateur, le débit massique sortant de vapeur $y q_m$ est donc égal à $x_8(1 + y) q_m$ et le débit massique sortant de liquide $(1 - x_8)(1 + y) q_m$; d'où :

$$y = \frac{x_8}{1 - x_8}.$$

5) Les transferts thermiques se produisent dans les évaporateurs V_1 et V_2 .

Pour chacun d'eux il n'y a pas de travail indiqué donc $\Delta h = q_e$ dans les deux évaporateurs.

Dans l'état 8, le fluide est diphasé donc $h_8 = x_8 h_v(-5^\circ\text{C}) + (1 - x_8) h_1(-5^\circ\text{C})$.

La puissance thermique est liée au débit massique D_m et au transfert thermique massique q_e par la relation $\mathcal{P}_{\text{th}} = D_m q_e$. D'où :

$$\mathcal{P}_{\text{qh}} = q_m(1 + y)(h_8 - h_7) = q_m[(x_8 - x_7)(h_v(-5^\circ\text{C}) - h_1(-5^\circ\text{C}))]$$

$$\text{soit : } \mathcal{P}_{\text{qh}} = q_m(1 + y)(x_8 - x_7) \ell_{\text{vap}}(-5^\circ\text{C}) = q_m \frac{x_8 - x_7}{1 - x_8} \ell_{\text{vap}}(-5^\circ\text{C}).$$

Avec le même raisonnement $\mathcal{P}_{\text{qb}} = q_m(h_1 - h_{11}) = q_m[(1 - x_{11}) \ell_{\text{vap}}(-20^\circ\text{C})]$ car $x_1 = 1$ (vapeur saturante sèche dans l'état 1).

$$\text{D'où : } a = \frac{\mathcal{P}_{\text{qh}}}{\mathcal{P}_{\text{qb}}} = \frac{(x_8 - x_7) \ell_{\text{vap}}(-5^\circ\text{C})}{(1 - x_8)(1 - x_{11}) \ell_{\text{vap}}(-20^\circ\text{C})}.$$

6) En tirant x_8 de la relation précédente :

$$x_8 = \frac{x_7 \ell_{\text{vap}}(-5^\circ\text{C}) + a(1 - x_{11}) \ell_{\text{vap}}(-20^\circ\text{C})}{\ell_{\text{vap}}(-5^\circ\text{C}) + a(1 - x_{11}) \ell_{\text{vap}}(-20^\circ\text{C})} = 73,7 \text{ \%};$$

d'où $y = 2,81$ et $h_8 = 1\,337,2 \text{ kJ.kg}^{-1}$.

7) Le mélange se fait à enthalpie constante puisque le mélangeur est calorifugé et sans partie mobile. Donc les enthalpies entrant et sortant par unité de temps sont égales :

$(1 + y) q_m h_4 = q_m h_3 + y q_m h_9$ soit :

$$h_4 = \frac{h_3 + y h_v(-5^\circ\text{C})}{1 + y} = 1\,687,7 \text{ kJ.kg}^{-1}.$$

Dans l'évaporateur V_1 , on vaporise le liquide qui est apparu lors de la détente dans R_1 . Celui-ci représente la fraction massique x_{11} .

Une efficacité contrairement à un rendement peut être supérieure à 1. Les machines frigorifiques et les pompes à chaleur actuelles ont des efficacités de l'ordre de 2 à 3 environ.

8) Au niveau de l'évaporateur V_1 , le bilan enthalpique donne :

$$\mathcal{P}_{qb} = (h_1 - h_{11}) q_m = q_m (1 - x_{11}) \ell_{\text{vap}}(-20^\circ\text{C}) \text{ d'où :}$$

$$q_m = \frac{\mathcal{P}_{qb}}{(1 - x_{11}) \ell_{\text{vap}}(-20^\circ\text{C})} = 46,1 \text{ g.s}^{-1}.$$

9) Le bilan enthalpique d'un compresseur adiabatique est :

$$w_i = \Delta h \text{ ou } \mathcal{P}_i = D_m \Delta h \text{ d'où en sommant la puissance des deux compresseurs}$$

$$\mathcal{P}_m = (h_2 - h_1) q_m + (h_5 - h_4)(1 + y) q_m = 27,2 \text{ kW et } \eta = 2,98.$$

Cet ordre de grandeur d'efficacité est courante dans les machines frigorifiques.

10) Il suffit de réunir les différentes données puis de tracer le diagramme.

états	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$p \text{ } 10^5 \text{ Pa}$	1,90	3,46	3,46	3,46	8,57	8,57	3,46	3,46	3,46	3,46	1,90
$h \text{ kJ.kg}^{-1}$	1 653	1 740	1 730	1 688	1 820	511	511	1 337	1 672	395	395

