

Corrigé du TD M4.1 - Champs électriques et magnétiques

Table des matières

1	Questions de cours	1
1.1	Sources de champ magnétique	1
1.2	Lignes de champ magnétique	1
1.3	Fil rectiligne infini	2
1.4	Création d'un champ magnétique uniforme	2
2	Cartographie de champ électrique	2
2.1	Analyse des lignes de champ électrique	2
3	Cartographies de champ magnétique	2
3.1	Aimant droit	2
3.2	Association de deux fils parallèles	3
4	Champ créé par une bobine longue	3
4.1	Approximation du solénoïde infini	3
4.2	Nombre de spires	4
4.3	Nombre de couches	4
5	Questions de culture scientifique	4
5.1	Appareil de mesure de champ magnétique	4
5.2	Repérage des pôles d'un aimant	4
6	Bobines de Helmholtz	5
6.1	Champ magnétique en un point de l'axe de la spire	5
6.2	Champ magnétique en un point de l'axe des deux spires	5
6.3	Etude de 3 cas	6
6.4	Cas où $d = R$	6
6.5	Calcul de $B(0)$ dans le cas où $d = R$	6

1 Questions de cours

1.1 Sources de champ magnétique

Les sources de champ magnétiques sont les distributions de courants (bobines, tores, fils, etc...) ou les aimants (aimant droit, aimant en U, etc...).

1.2 Lignes de champ magnétique

Une ligne de champ magnétique est une ligne qui est tangente au vecteur $\vec{B}(M)$ en chacun de ses points M .

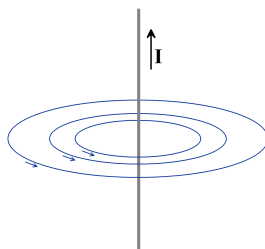
Lorsque les lignes de champ s'écartent, la norme du champ diminue le long des lignes de champ. Lorsqu'elles se resserrent, la norme du champ augmente.

Lorsque le champ est uniforme, les lignes de champ sont parallèles entre elle et gardent un

écartement constant entre elles.

Le champ magnétique tourne autour des sources de champ.

1.3 Fil rectiligne infini



$$\|\vec{B}\| = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1}{2\pi \cdot 10^{-2}} = 2 \cdot 10^{-5} \text{ T} \approx B_{\text{Th}}$$

La valeur trouvée est égale à celle de la composante horizontale du champ magnétique terrestre B_{Th} .

Le modèle du fil infini pour évaluer $\vec{B}(M)$ est valable lorsque la distance r à laquelle M se trouve du fil, est très petite devant la longueur du fil.

1.4 Création d'un champ magnétique uniforme

Dispositifs simples permettant de réaliser dans une zone donnée un champ magnétique quasi-uniforme :

- Solénoïde
- Bobines de HELMHOLTZ

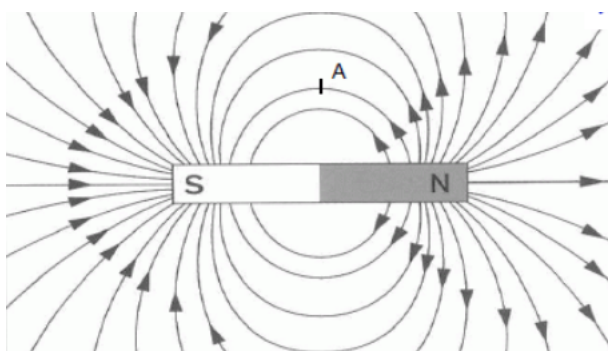
2 Cartographie de champ électrique

2.1 Analyse des lignes de champ électrique

Le champ électrique est produit par les deux plaques d'un condensateur, les lignes de champ divergent depuis la plaque chargée positivement et convergent vers la plaque chargée négativement. Le champ le plus intense est situé entre les deux plaques, là où les lignes de champ se resserrent contrairement aux bords où elles s'écartent. Le champ est uniforme entre les deux plaques, là où les lignes de champ sont parallèles entre elles.

3 Cartographies de champ magnétique

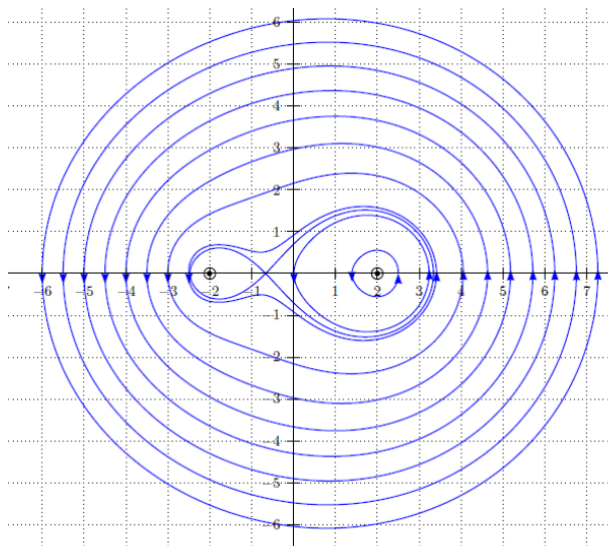
3.1 Aimant droit



Ces lignes de champ sont celles d'un aimant droit.

Le champ est le plus intense lorsque les lignes de champ se resserrent, c'est-à-dire à proximité immédiate des pôles de l'aimant.

3.2 Association de deux fils parallèles



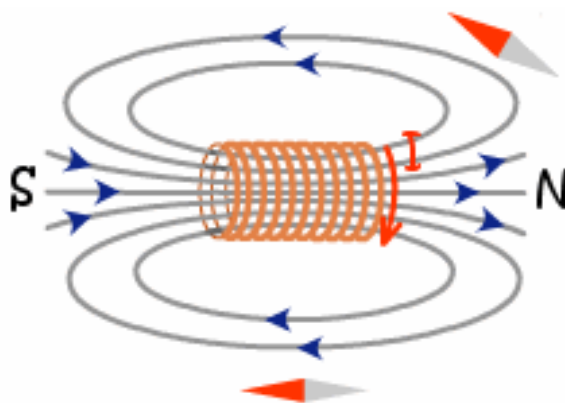
Le champ magnétique ci-dessus est produit par deux fils très longs perpendiculaires au plan de la figure dont les courants dirigés vers l'observateur, placés sur l'axe des abscisses en $+2$ et -2 . Le champ est le plus intense au voisinage immédiat des fils.

Le champ est nul lorsque deux lignes de champ se coupent (concerne ici un point de la partie négative de l'axe des abscisses).

4 Champ créé par une bobine longue

4.1 Approximation du solénoïde infini

On considère une bobine de longueur $\ell = 60$ cm, de rayon $R = 4$ cm, parcouru par un courant d'intensité $I = 0,6$ A.



La formule du champ dans un solénoïde est valable car $\ell \gg R$

4.2 Nombre de spires

La norme B du champ magnétique à l'intérieur de la bobine vaut :

$$B = \mu_0 \frac{N}{\ell} I \quad \Leftrightarrow \quad N = \frac{B\ell}{\mu_0 I}$$

$$\Leftrightarrow N = \frac{10^{-3} \cdot 0,6}{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 0,6} = 796$$

4.3 Nombre de couches

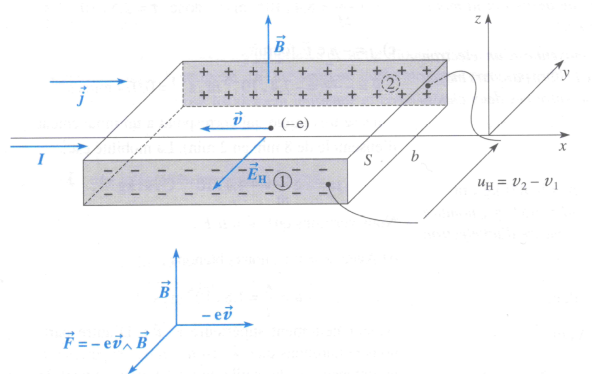
On note $d = 1,5 \text{ mm}$ le diamètre du fil et N_1 le nombre de spires que l'on peut enrouler autour du cylindre en carton en une couche :

$$N_1 = \frac{\ell}{d} = 400$$

Il faudra donc **2 couches** pour enrouler $2N_1 = 800 \approx N$ spires autour du cylindre en carton pour obtenir un champ de 1 mT à l'intérieur du cylindre en carton.

5 Questions de culture scientifique

5.1 Appareil de mesure de champ magnétique



On peut mesurer l'intensité d'un champ magnétique avec une **sonde à effet Hall**.

Son principe consiste à faire passer un courant I dans un semi-conducteur placé dans un champ magnétique (cf. figure) pour mesurer une tension U_H proportionnelle à B en régime établi.

5.2 Repérage des pôles d'un aimant

On commence par repérer le pôle nord de l'aiguille aimantée en l'éloignant de l'aimant, pour que son pôle nord s'oriente vers le pôle sud magnétique de la TERRE (c'est-à-dire le pôle nord géographique).

On approche ensuite l'aiguille aimantée de l'aimant droit le pôle nord de l'aiguille aimantée est attiré par le pôle sud de l'aimant droit.

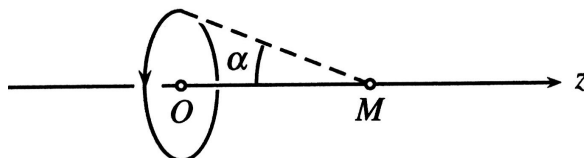
6 Bobines de Helmholtz

6.1 Champ magnétique en un point de l'axe de la spire

Dans le cas d'une spire de rayon R et d'axe (Oz) , parcourue par un courant d'intensité I , on admettra que le champ magnétique en un point M de l'axe est de la forme :

$$\vec{B}_s(M) = \frac{\mu_0 I}{2R} \sin^3(\alpha) \vec{u}_z$$

où $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H.m}^{-1}$ est la perméabilité magnétique du vide.



On remarque que :

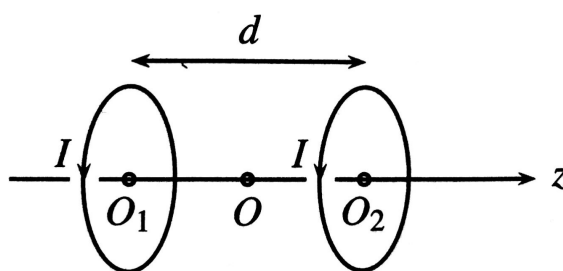
$$\sin(\alpha) = \frac{R}{\sqrt{R^2 + OM^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{OM}{R}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{z}{R}\right)^2}} \quad \text{avec } OM = z$$

On en déduit :

$$\vec{B}_s(M) = \frac{\mu_0 I}{2R} \frac{1}{\left(1 + Z^2\right)^{\frac{3}{2}}} = B_0 f(Z) \vec{u}_z$$

où $Z = \frac{z}{R}$, $B_0 = \frac{\mu_0 I}{2R}$ et $f(Z) = \frac{1}{\left(1 + Z^2\right)^{\frac{3}{2}}}$

6.2 Champ magnétique en un point de l'axe des deux spires



Le champ magnétique est la superposition (la somme) des champs créés par chaque bobine comportant chacune N spires :

$$\begin{aligned} \vec{B}(M) &= N\vec{B}_{s1}(M) + N\vec{B}_{s2}(M) \\ &= NB_0 \frac{1}{\left(1 + \left(\frac{O_1M}{R}\right)^2\right)^{\frac{3}{2}}} \vec{u}_z + NB_0 \frac{1}{\left(1 + \left(\frac{O_2M}{R}\right)^2\right)^{\frac{3}{2}}} \vec{u}_z \end{aligned}$$

Or

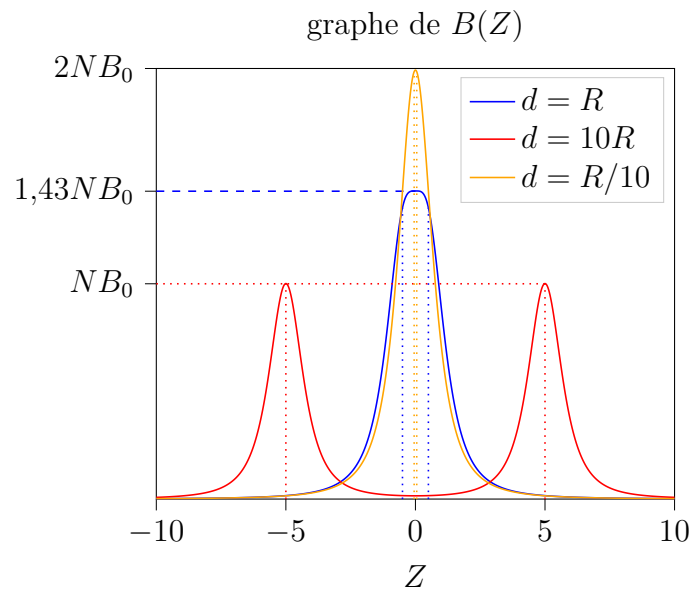
$$O_1M^2 = \left(z + \frac{d}{2}\right)^2 \quad \text{et} \quad O_2M^2 = \left(z - \frac{d}{2}\right)^2$$

On en déduit :

$$\vec{B}(M) = NB_0 \left(\frac{1}{\left(1 + \left(\frac{z}{R} + \frac{d}{2R}\right)^2\right)^{\frac{3}{2}}} + \frac{1}{\left(1 + \left(\frac{z}{R} - \frac{d}{2R}\right)^2\right)^{\frac{3}{2}}} \right) \vec{u}_z$$

$$\Leftrightarrow \vec{B}(M) = NB_0 \left(f\left(Z - \frac{d}{2R}\right) + f\left(Z + \frac{d}{2R}\right) \right) \vec{u}_z$$

6.3 Etude de 3 cas



6.4 Cas où $d = R$

L'intérêt du cas $d = R$ est l'apparition d'une zone de champ uniforme autour de l'origine O .

6.5 Calcul de $B(0)$ dans le cas où $d = R$

La norme dans champ en $O(Z = 0)$ vaut :

$$B(0) = NB_0 \cdot (f(-0,5) + f(0,5)) \approx \frac{N\mu_0 I}{2R} \cdot 1,43$$

$$\Rightarrow B(0) \approx \frac{100 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 0,5}{2 \cdot 0,2} \cdot 1,43 \approx 2,2 \cdot 10^{-4} \text{ T}$$