

Objectifs du chapitre :

- Connaître la fonction carré $f(x) = x^2$ et tracer sa parabole
- Identifier les variations de la fonction carré (décroissante puis croissante)
- Dédire de la parabole celle de $x \mapsto x^2 + k$ (translation verticale) et de $x \mapsto kx^2$
- Résoudre une équation du type $x^2 = c$ (ou $kx^2 = c$) et déterminer graphiquement l'extremum

1. Introduction — La surface dans les métiers

 Situation professionnelle — Atelier de menuiserie

Un agenceur doit poser un revêtement de sol dans une pièce carrée de côté c mètres.

La surface à couvrir est : $A = c \times c = c^2$

Plus le côté est grand, plus la surface augmente — mais pas de façon proportionnelle.

Si on passe d'un côté de 2 m à 4 m (on double), la surface passe de 4 m^2 à 16 m^2 — elle est **multipliée par 4**.

C'est la propriété fondamentale de la **fonction carré** : $f(c) = c^2$.

La fonction carré est la première fonction **non linéaire** étudiée. Sa courbe, en forme de U, s'appelle une **parabole**.

2. Définition et calcul d'images

Définition :

La **fonction carré** est définie sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = x^2$$

Elle associe à tout réel x son carré $x^2 = x \times x$.

⚠ Attention — Erreur très fréquente :

$$(-3)^2 = (-3) \times (-3) = \mathbf{9} \text{ et non } -9.$$

Le carré d'un nombre négatif est toujours positif car négatif \times négatif = positif. Le carré d'un nombre est **toujours positif ou nul**.

Calculs d'images

$$f(4) = 4^2 = 16 \mid f(-4) = (-4)^2 = 16 \mid f(0) = 0^2 = 0$$

$$f(1,5) = (1,5)^2 = 2,25 \mid f(-2,5) = (-2,5)^2 = 6,25$$

Propriété — Symétrie :

$$\text{Pour tout réel } x : f(-x) = (-x)^2 = x^2 = f(x)$$

Deux nombres **opposés** ont toujours la **même image** : $f(3) = f(-3) = 9$.

Animation — Explorer la fonction carré

Déplace le curseur pour observer l'image de x par la fonction $f(x) = x^2$.

```
graph LR; A[x = 3] --> B[f(x) = x^2]; B --> C[f(3) = 9];
```

$$f(3) = (3)^2 = 9$$

3. Tableau de valeurs

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(x) = x^2$	16	9	4	1	0	1	4	9	16

On remarque que les valeurs sont **symétriques** par rapport à $x = 0$ et que le minimum est **0**, atteint en $x = 0$.

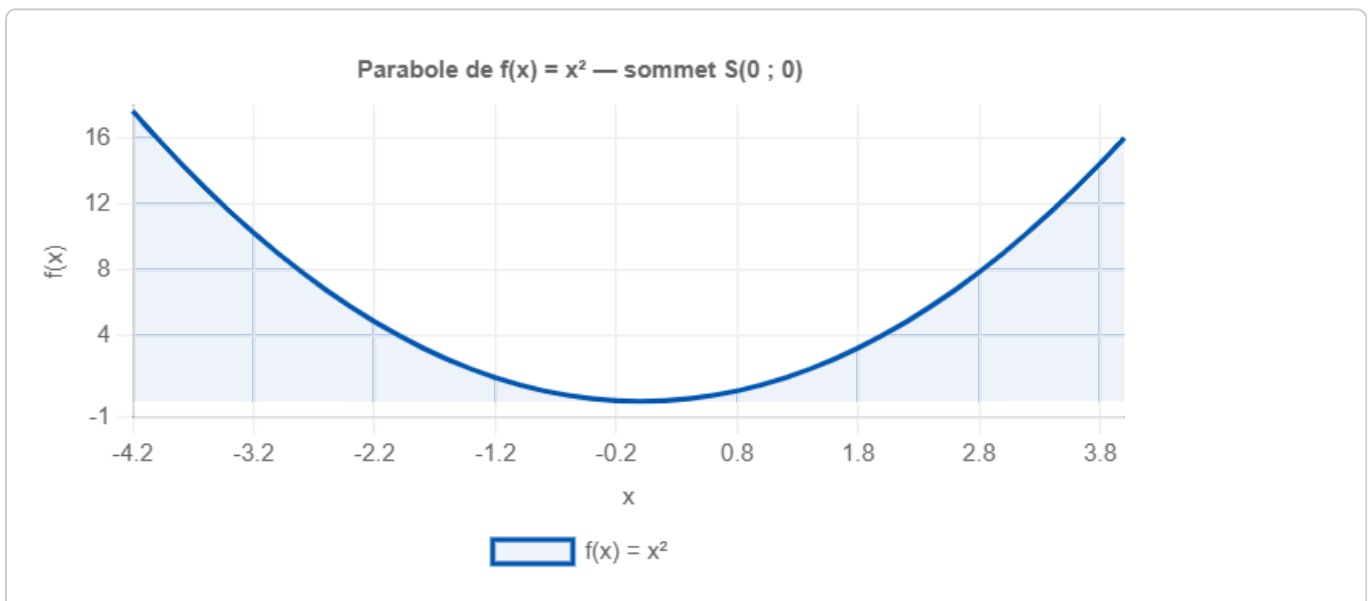
4. Représentation graphique — La parabole

Vocabulaire :

La courbe représentative de $f(x) = x^2$ est une **parabole**.

Elle est symétrique par rapport à l'**axe des ordonnées** (axe y).

Son point le plus bas s'appelle le **sommet** : ici $S(0 ; 0)$.



Méthode — Lire graphiquement :

- **Image d'un nombre** : repérer x sur l'axe horizontal → monter jusqu'à la courbe → lire y sur l'axe vertical.
- **Antécédent(s)** : repérer y sur l'axe vertical → tracer une droite horizontale → lire les abscisses des points d'intersection (souvent deux solutions symétriques).

5. Sens de variation et tableau de variations

Variations de $f(x) = x^2$:

- Sur $] -\infty ; 0]$: f est **décroissante** — la courbe descend vers le sommet.
- Sur $[0 ; +\infty[$: f est **croissante** — la courbe monte depuis le sommet.
- f admet un **minimum** égal à 0, atteint en $x = 0$.
- f n'a **pas de maximum** : la parabole monte sans limite.

Tableau de variations

x	$-\infty$		0		$+\infty$
Variations	$+\infty$	\searrow	0 (min)	\nearrow	$+\infty$

APPLICATION

Calculer $f(-5)$ et $f(5)$ pour $f(x) = x^2$. Que remarque-t-on ?

6. Transformation — $f(x) + k$: déplacement vertical

Définition :

La fonction $g(x) = x^2 + k$ (avec k réel) a pour courbe la **même parabole que $f(x) = x^2$, décalée verticalement de k unités.**

- Si $k > 0$: la parabole est **décalée vers le haut** — le minimum est k .
- Si $k < 0$: la parabole est **décalée vers le bas** — le minimum est k .

Le sommet se déplace en $S(0 ; k)$. Les variations restent les mêmes.

Exemple — $g(x) = x^2 + 3$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$g(x) = x^2 + 3$	12	7	4	3	4	7	12

Minimum de g : **3** en $x = 0$. La parabole est décalée de 3 vers le haut.

Méthode — Déduire les variations de $g(x) = f(x) + k$:

Les intervalles de croissance et décroissance de g sont les **mêmes**

que ceux de f .

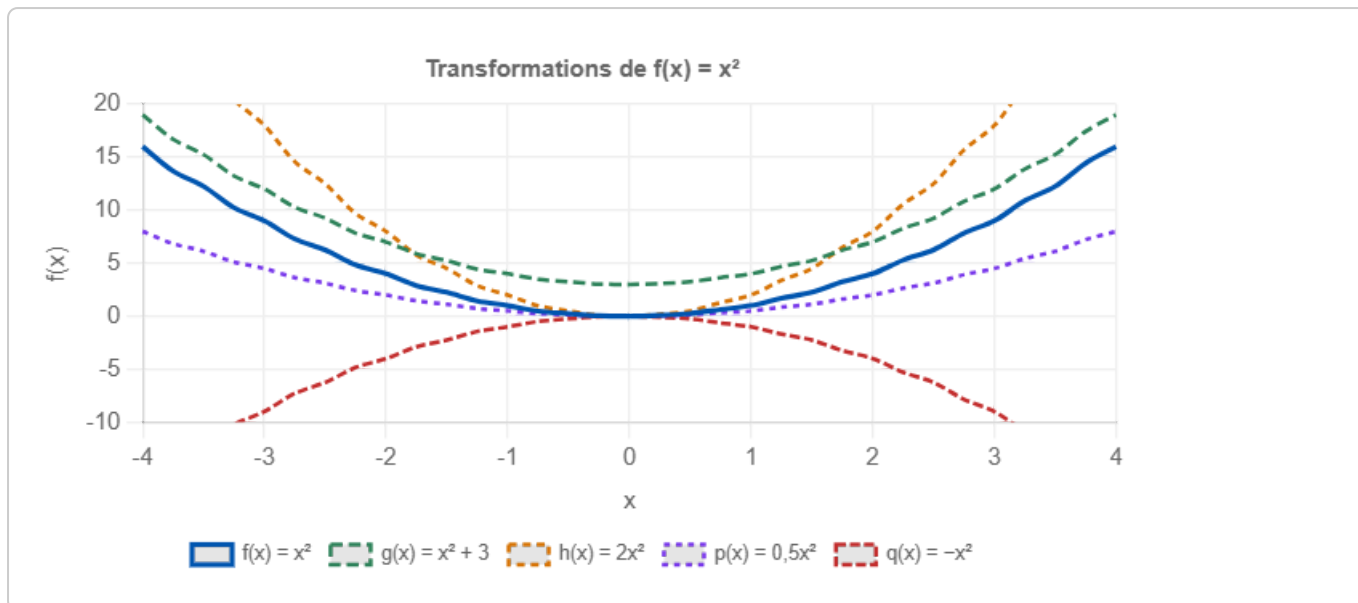
On ajoute simplement k à toutes les valeurs du tableau de variations de f .

7. Transformation — kx^2 : étirement ou aplatissement

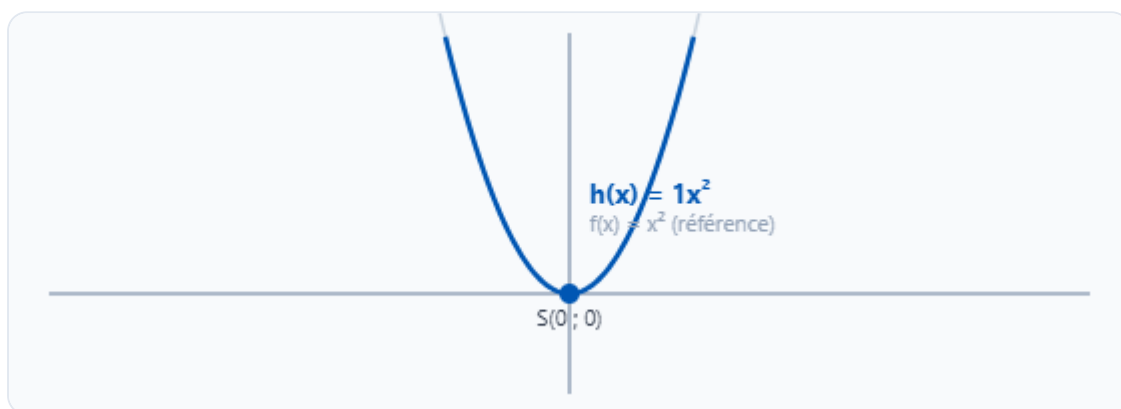
Définition :

La fonction $h(x) = k \cdot x^2$ (avec k réel, $k \neq 0$) a pour courbe une parabole de même sommet $S(0; 0)$, mais d'allure différente.

- $k > 1$: parabole **plus resserrée** (plus étroite).
- $0 < k < 1$: parabole **plus ouverte** (plus large).
- $k < 0$: parabole **retournée** — ouverte vers le bas, maximum en 0.



Animation — Explorer kx^2



Identique à $f(x) = x^2$

Méthode — Déduire les variations de $h(x) = k \cdot f(x)$:

- Si $k > 0$: h a les **mêmes sens de variation** que f . Le minimum reste 0 en $x = 0$.
- Si $k < 0$: les sens de variation sont **inversés**. La fonction a un **maximum** de 0 en $x = 0$.

APPLICATION

Soit $h(x) = 3x^2$. Calculer $h(2)$ et $h(-2)$, puis comparer à $f(2) = 4$.

8. Résolution de $f(x) = c$ et $f(x) < c$

Méthode — Résolution graphique :

- 1 Tracer (ou utiliser) la parabole de $f(x) = x^2$ dans un repère.
- 2 Tracer la droite horizontale d'équation $y = c$.
- 3 $f(x) = c$: lire les abscisses des points d'intersection \rightarrow les solutions.
- 4 $f(x) < c$: repérer les x pour lesquels la courbe est *en dessous* de la droite $y = c$.
- 5 $f(x) > c$: repérer les x pour lesquels la courbe est *au-dessus* de la droite $y = c$.

Exemple — Résoudre $f(x) = 9$, $f(x) \leq 9$ et $f(x) > 9$

La droite $y = 9$ coupe la parabole en $x = -3$ et $x = 3$ (car $(-3)^2 = 9$ et $3^2 = 9$).

$$f(x) = 9 : \mathcal{S} = \{-3; 3\}$$

$$f(x) \leq 9 : \text{la courbe est en dessous entre les deux points} \rightarrow \mathcal{S} = [-3; 3]$$

$$f(x) > 9 : \text{la courbe est au-dessus à l'extérieur} \rightarrow \mathcal{S} =]-\infty; -3[\cup]3; +\infty[$$

⚠ Attention — Pas de solution si $c < 0$:

$f(x) = x^2 \geq 0$ toujours. L'équation $f(x) = -4$ n'a **aucune solution** dans \mathbb{R} . $\mathcal{S} = \emptyset$.

Animation — Résolution graphique de $f(x) = c$



$$f(x) = 4 \rightarrow \text{solutions : } x = -2 \text{ et } x = 2$$

APPLICATION

Résoudre graphiquement $f(x) \leq 16$ pour $f(x) = x^2$. Donner l'ensemble solution.

9. Application — Métiers du bois

Situation — Agencement d'une pièce carrée

Un agenceur doit poser un revêtement de sol dans une pièce carrée de côté c mètres.

Le coût total est : $C(c) = 45c^2 + 120$ euros.

(**Math input error** de revêtement + **Math input error** de forfait déplacement.)

Questions

1. Calculer le coût pour $c = 3$ m :

Math input error

2. Budget de 750 € — quel côté maximal ?

$$C(c) \leq 750 \Rightarrow 45c^2 + 120 \leq 750 \Rightarrow 45c^2 \leq 630 \Rightarrow c^2 \leq 14$$

Graphiquement : $c \leq \sqrt{14} \approx 3,74$ m. La pièce peut mesurer au maximum environ 3,74 m de côté.

3. Si on double le côté, que se passe-t-il ?

$$C(2c) = 45(2c)^2 + 120 = 45 \times 4c^2 + 120. \text{ La partie revêtement est multipliée par 4.}$$

10. Résumé — À retenir

✦ L'essentiel du chapitre

- **Expression** : $f(x) = x^2$, définie sur \mathbb{R} .
- **Courbe** : parabole, symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.
- **Minimum** : 0 en $x = 0$. Pas de maximum.
- **Décroissante** sur $] -\infty ; 0]$, **croissante** sur $[0 ; +\infty[$.
- $f(x) \geq 0$ pour tout x — le carré est toujours positif ou nul.
- $f(-x) = f(x)$ — deux opposés ont la même image.
- $g(x) = x^2 + k \rightarrow$ parabole décalée de k vers le haut (ou bas).
- $h(x) = kx^2 \rightarrow$ parabole resserrée ($k > 1$), élargie ($0 < k < 1$), retournée ($k < 0$).
- $f(x) = c \rightarrow$ deux solutions $x = \pm\sqrt{c}$ si $c > 0$, une si $c = 0$, aucune si $c < 0$.

11. Erreurs fréquentes

✘ Croire que $(-x)^2 = -x^2$

Calculer $f(-3)$ et écrire $f(-3) = -9$ est une erreur très fréquente. Or

$$(-3)^2 = (-3) \times (-3) = +9.$$

Conseil : le carré d'un nombre négatif est toujours positif. $(-x)^2 = x^2$ pour tout x . Penser : "négatif \times négatif = positif".

✘ Confondre le minimum de la parabole et les racines (zéros)

Le minimum de $f(x) = x^2$ est 0, atteint en $x = 0$. Certains élèves confondent ce point avec les racines de $f(x) = 0$, alors qu'il s'agit du même point $(0, 0)$ dans ce cas, mais ce n'est plus vrai pour $f(x) = x^2 - 4$ par exemple.

Conseil : le minimum est un point du graphique (le sommet de la parabole). Les racines sont les valeurs de x pour lesquelles $f(x) = 0$. Ce n'est pas la même chose.

✘ Ne pas voir la symétrie de la parabole par rapport à l'axe des ordonnées

Certains élèves construisent le tableau de valeurs uniquement pour des valeurs positives de x , oubliant que $f(-x) = f(x)$: la courbe est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.

Conseil : toujours calculer des valeurs symétriques (-2 et 2 , -3 et 3 , etc.) pour obtenir une parabole complète et vérifier la symétrie.

✘ Mal lire les coordonnées du sommet sur une parabole décalée

Pour $g(x) = x^2 + 3$, le sommet est en $(0, 3)$ et non en $(0, 0)$. Certains élèves oublient de décaler la parabole vers le haut.

Conseil : dans $g(x) = x^2 + k$, le sommet est en $(0, k)$. Vérifier en calculant $g(0)$.

Simulation interactive

[Fonction du second degré — Traceur](#)

Socle

Standard

Approfondissement

Tout voir

 Objectifs du chapitre[cliquer pour développer](#)

Au programme : calculer des images de la fonction carré, compléter des tableaux de valeurs, construire des tableaux de variations, analyser les transformations de la courbe et résoudre graphiquement des inéquations.

Les exercices sont progressifs : commence par les exercices de base, puis avance à ton rythme.

Exercices guidés pas à pas

EXERCICE 1 Calculer des images de la fonction carré SOCLE

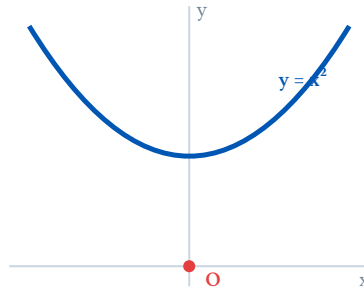
On donne la fonction f définie par $f(x) = x^2$.

- Calculer $f(3)$, $f(-3)$, $f(0)$, $f(5)$, $f(-5)$, $f(0,5)$, $f(-2,5)$.
- Que remarque-t-on entre $f(3)$ et $f(-3)$? Et entre $f(5)$ et $f(-5)$? Expliquer.
- Peut-on trouver un réel x tel que $f(x) = -4$? Justifier.

Mes calculs :

EXERCICE 2 Explorer les propriétés de la fonction carré

SOCLE



On considère la fonction $f(x) = x^2$.

1. Calculer $f(3)$ et $f(-3)$. Que constate-t-on ?
2. Calculer $f(5)$ et $f(-5)$. Retrouve-t-on la même propriété ?
3. Compléter : « Deux nombres *opposés* ont la même ... par la fonction carré. »
4. Peut-on trouver un nombre x tel que $f(x) = -4$? Justifier.
5. La fonction carré est-elle croissante ou décroissante sur $[0; +\infty[$? Et sur $] -\infty; 0]$? Justifier à l'aide de valeurs.
6. Quel est le minimum de la fonction carré ? Pour quelle valeur de x est-il atteint ?

Mes calculs :

EXERCICE 3 Tableau de valeurs — Étape par étape

SOCLE

Rappel :

Pour calculer $f(x) = x^2$, on multiplie x par lui-même.

Exemples : $f(2) = 2 \times 2 = 4$ | $f(-3) = (-3) \times (-3) = 9$ | $f(0) = 0 \times 0 = 0$

Compléter le tableau de valeurs de $f(x) = x^2$. Les cases sont déjà partiellement remplies pour t'aider.

x	-4	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(x) = x^2$	16	?	?	0	?	4	?	?

Guide :

- $f(-2) = (-2) \times \dots = \dots$
- $f(-1) = (-1) \times \dots = \dots$
- $f(1) = 1 \times \dots = \dots$
- $f(3) = 3 \times \dots = \dots$

Mes calculs :

EXERCICE 4 Tableau de variations — Avec flèches guidées

SOCLE

x	$-\infty$	0	$+\infty$
x^2	$+\infty$	0	$+\infty$

Méthode :

Pour remplir un tableau de variations :

- Si les valeurs *diminuent* → flèche ↘ (décroissant)
- Si les valeurs *augmentent* → flèche ↗ (croissant)

En utilisant le tableau de l'exercice 3, compléter le tableau de variations de $f(x) = x^2$:

x	$-\infty$	↘ ou ↗ ?	0	↘ ou ↗ ?	$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$		min = ?		$+\infty$

Questions guidées :

- Quand x va de -4 à 0 , les valeurs de $f(x)$ vont de 16 à 0 : elles (augmentent / diminuent).
- Quand x va de 0 à 4 , les valeurs de $f(x)$ vont de 0 à 16 : elles (augmentent / diminuent).
- La valeur minimale est $f(\text{.....}) = \text{.....}$

Mes calculs :

EXERCICE 5 Surface d'un panneau carré — Très guidé

SOCLE

MENUISERIE - ATELIER

Un menuisier fabrique des panneaux de bois carrés de côté c mètres.

La surface d'un panneau est : $A(c) = c^2$ (en m^2).

1. Compléter le tableau (calcule $c \times c$) :

Côté c (m)	1	1,5	2	3
Surface A (m^2)	?	?	?	?

Rappel : $A(1,5) = 1,5 \times 1,5 = \dots$

2. Un client commande un panneau d'exactement $4 m^2$.

Compléter : $A(c) = 4$ donc $c^2 = 4$ donc $c = \sqrt{4} = \dots$ m.

3. Un autre client veut un panneau d'exactement $2,25 m^2$.

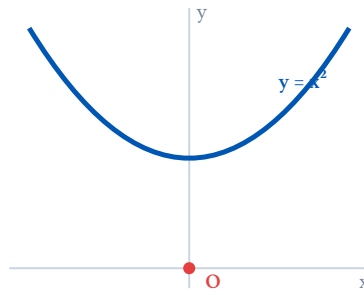
$c^2 = 2,25$ donc $c = \sqrt{2,25} = \dots$ m.

Indice : chercher dans le tableau de la question 1.

Mes calculs :

EXERCICE 6 Comparer des carrés — Sans calculatrice

SOCLE



Rappel :

Sur $[0; +\infty[$, la fonction carré est *croissante* : si $0 \leq a < b$ alors $a^2 < b^2$.

Sur $] -\infty; 0]$, la fonction carré est *décroissante* : si $a < b \leq 0$ alors $a^2 > b^2$.

Comparer les nombres suivants **sans calculer les carrés**, en utilisant les variations de $f(x) = x^2$.

1. Comparer 3^2 et 5^2 .

Aide : 3 et 5 sont positifs. La fonction carré est sur $[0; +\infty[$, donc le plus grand nombre a l'image la plus

2. Comparer $(-7)^2$ et $(-4)^2$.

Aide : -7 et -4 sont négatifs. La fonction carré est sur $] -\infty; 0]$.

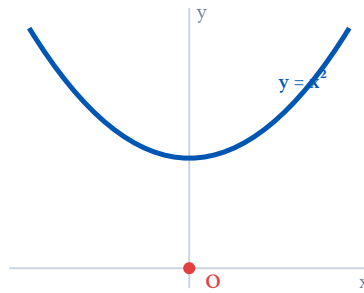
3. Comparer $2,3^2$ et $2,7^2$.

4. Comparer $(-6,1)^2$ et $(-6,5)^2$.

Mes calculs :

EXERCICE 7 Résoudre $x^2 = k$ — Lecture graphique guidée

SOCLE



Méthode :

Pour résoudre $x^2 = k$ graphiquement :

- Tracer la droite horizontale $y = k$
- Lire les abscisses des points d'intersection avec la parabole
- Si $k > 0 \rightarrow$

2 solutions

: $x = \sqrt{k}$ et $x = -\sqrt{k}$

- Si $k = 0 \rightarrow$

1 solution

: $x = 0$

- Si $k < 0 \rightarrow$

aucune solution

En utilisant la parabole de $f(x) = x^2$, résoudre graphiquement :

1. $x^2 = 4$

Trace la droite $y = 4$. Elle coupe la parabole en $x = \dots\dots\dots$ et $x = \dots\dots\dots$

2. $x^2 = 16$

Trace la droite $y = 16$. Les solutions sont $x = \dots\dots\dots$ et $x = \dots\dots\dots$

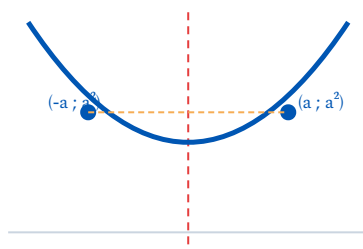
3. $x^2 = 0$

4. $x^2 = -5$. Combien de solutions ?

Mes calculs :

EXERCICE 8 Symétrie de la parabole — Compléter les paires

SOCLE



La parabole $f(x) = x^2$ est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées. Cela signifie que $f(-x) = f(x)$ pour tout x .

1. Compléter le tableau en utilisant la symétrie (sans refaire les calculs) :

x	1	-1	3	-3	7	-7
$f(x)$	1	?	9	?	49	?

2. Si $f(a) = 25$, quelles sont les deux valeurs possibles de a ?

Indice : $a^2 = 25$, donc $a = \dots\dots\dots$ ou $a = \dots\dots\dots$

3. Pourquoi la parabole a-t-elle toujours deux « branches » symétriques ?

Mes calculs :

EXERCICE 9 Aire d'un cadre photo — Situation du quotidien

SOCLE

QUOTIDIEN - DÉCORATION

Un cadre photo carré a un côté de longueur x cm. Son aire est $A(x) = x^2$ (en cm^2).

1. Compléter le tableau :

Côté x (cm)	5	10	15	20	30
Aire (cm^2)	?	?	?	?	?

2. Un cadre a une aire de 400 cm^2 . Quel est son côté ?

Compléter : $x^2 = 400$ donc $x = \sqrt{400} = \dots\dots\dots$

3. Quand le côté double (passe de 10 à 20 cm), l'aire est-elle doublée ? Justifier.

Mes calculs :

EXERCICE 10 Le minimum de la fonction carré — Vrai ou faux guidé

SOCLE

x	$-\infty$ 0 $+\infty$
x^2	$+\infty$ 0 $+\infty$

Pour chaque affirmation, indiquer **Vrai** ou **Faux** et justifier.

1. « Le minimum de $f(x) = x^2$ est 0. »

Aide : le carré d'un nombre est toujours ou

2. « Il existe un nombre x tel que $x^2 = -1$. »

3. « La fonction carré est croissante sur tout \mathbb{R} . »

Aide : compare $f(-3)$ et $f(-1)$.

4. « Si $a < b$ et $a, b > 0$, alors $a^2 < b^2$. »

5. « $f(3) = f(-3)$ car la parabole est symétrique. »

Mes calculs :

EXERCICE 11 Hauteur d'un ballon — Fonction carré et sport

SOCLE

SPORT - BASKET-BALL

Un entraîneur étudie la trajectoire d'un ballon de basket. La hauteur du ballon (en mètres) au-dessus du sol peut être modélisée par $h(t) = -t^2 + 4$, où t est le temps en secondes ($t \geq 0$).

1. Compléter le tableau :

t (s)	0	0,5	1	1,5	2
$h(t)$ (m)	?	?	?	?	?

Aide : $h(0,5) = -(0,5)^2 + 4 = -0,25 + 4 = \dots\dots\dots$

2. Quelle est la hauteur du ballon au départ ($t = 0$) ?

3. À quel instant le ballon touche-t-il le sol ? (On cherche t tel que $h(t) = 0$.)

Compléter : $-t^2 + 4 = 0$ donc $t^2 = \dots\dots\dots$ donc $t = \dots\dots\dots$

Mes calculs :

EXERCICE 12 Puissance d'un panneau solaire — Lecture de tableau

SOCLE

ÉNERGIE - PANNEAUX SOLAIRES

La puissance produite par un panneau solaire carré est proportionnelle à sa surface. On note c le côté du panneau (en mètres).

La puissance est donnée par : $P(c) = 150 \times c^2$ (en watts).

1. Compléter le tableau en calculant c^2 puis $150 \times c^2$:

Côté c (m)	0,5	1	1,5	2
c^2 (m ²)	?	?	?	?
$P(c)$ (W)	?	?	?	?

Aide : $P(0,5) = 150 \times (0,5)^2 = 150 \times 0,25 = \dots\dots$

2. On veut une puissance d'au moins 600 W. Quel côté minimum faut-il ?

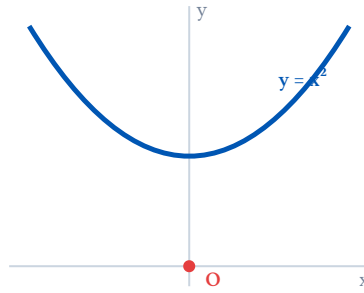
Compléter : $150 \times c^2 \geq 600$ donc $c^2 \geq \dots\dots$ donc $c \geq \dots\dots$

3. Si le côté est multiplié par 3, par combien la puissance est-elle multipliée ?

Mes calculs :

EXERCICE 13 Comparer des carrés — Nombres négatifs guidés

SOCLE



Rappel :

Sur $] -\infty ; 0]$, la fonction carré est *décroissante* : plus un nombre négatif est « grand en valeur absolue », plus son carré est grand.

Exemple : $-5 < -2 < 0$ mais $(-5)^2 = 25 > (-2)^2 = 4$.

Comparer sans calculer, en utilisant les variations de la fonction carré :

1. $(-8)^2$ et $(-3)^2$

Aide : -8 et -3 sont négatifs. On a $-8 < -3 < 0$. La fonction carré est sur $] -\infty ; 0]$, donc l'image du plus petit est la plus

2. $(-1,5)^2$ et $(-4,2)^2$

3. 7^2 et $(-7)^2$. Que remarque-t-on ?

4. $(-10)^2$ et 9^2 .

Attention : les deux nombres ne sont pas du même signe ! Utilise une astuce.

Mes calculs :

EXERCICE 14 Distance de freinage — Situation du quotidien

SOCLE

QUOTIDIEN - SÉCURITÉ ROUTIÈRE

La distance de freinage d (en mètres) d'une voiture sur route sèche dépend de sa vitesse v (en km/h) selon la formule simplifiée :

$$d(v) = 0,006 \times v^2$$

1. Compléter le tableau :

Vitesse v (km/h)	30	50	90	130
Distance d (m)	?	?	?	?

Aide : $d(30) = 0,006 \times 30^2 = 0,006 \times 900 = \dots\dots\dots$

2. Quand la vitesse passe de 50 à 100 km/h (elle double), la distance de freinage est-elle doublée ?

Calculer $d(50)$ et $d(100)$ pour vérifier.

3. Pourquoi la limitation de vitesse en ville est-elle si importante ? Répondre en utilisant les résultats du tableau.

Mes calculs :

EXERCICE 15 Résoudre $x^2 = k$ — Trois cas guidés

SOCLE

Résumé :

- $x^2 = k$ avec $k > 0$ → deux solutions : $x = \sqrt{k}$ et $x = -\sqrt{k}$
- $x^2 = 0$ → une seule solution : $x = 0$
- $x^2 = k$ avec $k < 0$ → aucune solution (un carré est toujours ≥ 0)

Résoudre les équations suivantes en indiquant le nombre de solutions :

1. $x^2 = 9$

$k = 9 > 0$ → solutions : $x = \sqrt{9} = \dots\dots\dots$ et $x = -\sqrt{9} = \dots\dots\dots$

2. $x^2 = 25$

3. $x^2 = -16$

4. $x^2 = 0,49$

Indice : $\sqrt{0,49} = 0,7$ car $0,7 \times 0,7 = 0,49$.

5. $x^2 = 100$

Mes calculs :

EXERCICE 16 Aire d'un disque — Fonction du type ax^2

SOCLE

SCIENCE - GÉOMÉTRIE

Rappel :

L'aire d'un disque de rayon r est $A = \pi r^2$. On peut utiliser $\pi \approx 3,14$.

On étudie la fonction $A(r) = \pi r^2$ qui donne l'aire d'un disque en fonction de son rayon r (en cm).

1. Compléter le tableau (arrondir à l'unité) :

Rayon r (cm)	1	2	3	5	10
Aire A (cm ²)	?	?	?	?	?

Aide : $A(2) = 3,14 \times 2^2 = 3,14 \times 4 = \dots\dots\dots$

2. Quand le rayon double (de 5 à 10), l'aire est-elle doublée ?

Comparer $A(5)$ et $A(10)$. Par combien l'aire est-elle multipliée ?

3. Un couvercle a une aire de 200 cm² environ. Quel est son rayon ?

Compléter : $\pi r^2 = 200$ donc $r^2 = \frac{200}{\pi} \approx \dots\dots\dots$ donc $r \approx \dots\dots\dots$

Mes calculs :

EXERCICE 17 Fonctions $2x^2$ et $3x^2$ — Tableaux guidés

SOCLE

Rappel :Pour une fonction $f(x) = ax^2$ avec $a > 0$:

- On calcule d'abord x^2 , puis on multiplie par a .
- La parabole est plus *resserrée* si $a > 1$ et plus *ouverte* si $0 < a < 1$.

Compléter les tableaux de valeurs suivants :

1. $f(x) = 2x^2$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x) = 2x^2$?	?	?	0	?	?	?

Aide : $f(-3) = 2 \times (-3)^2 = 2 \times 9 = \dots\dots\dots$

2. $g(x) = 3x^2$

x	-2	-1	0	1	2
$g(x) = 3x^2$?	?	0	?	?

3. Quel est le minimum de f ? Et de g ? La symétrie est-elle toujours vérifiée ?*Mes calculs :*

EXERCICE 18 Hublot carré — Découpe en atelier

SOCLE

MENUISERIE - ATELIER

Un artisan menuisier découpe des hublots carrés dans des panneaux de contreplaqué.
Le côté du hublot mesure x cm.

La surface découpée est $S(x) = x^2$ (en cm^2) et le poids de la chute est $P(x) = 0,8 \times x^2$ (en grammes).

1. Compléter le tableau :

Côté x (cm)	5	10	15	20	25
Surface (cm^2)	?	?	?	?	?
Poids (g)	?	?	?	?	?

Aide : $P(5) = 0,8 \times 5^2 = 0,8 \times 25 = \dots\dots\dots$

2. Un hublot doit peser au maximum 200 g. Quel est le côté maximum ?

Compléter : $0,8x^2 \leq 200$ donc $x^2 \leq \dots\dots\dots$ donc $x \leq \dots\dots\dots$

3. Si le menuisier triple le côté du hublot, par combien le poids est-il multiplié ?

Mes calculs :

EXERCICE 19 Terrain de pétanque — Résoudre $x^2 = k$ en contexte

SOCLE

SPORT - PÉTANQUE

Un terrain de pétanque est un carré de côté c mètres. Son aire est $A(c) = c^2$.

1. L'aire du terrain est de 64 m^2 . Trouver le côté.

Compléter : $c^2 = 64$ donc $c = \sqrt{64} = \dots\dots$

2. Un second terrain a une aire de 49 m^2 . Quel est son côté ?

3. Un terrain a une aire de 30 m^2 . Le côté est-il un nombre entier ?

Aide : calculer 5^2 et 6^2 . Encadrer $\sqrt{30}$.

4. Ranger les trois terrains dans l'ordre croissant de côté, puis dans l'ordre croissant d'aire. Est-ce le même ordre ? Pourquoi ?

Mes calculs :

Exercices d'application

EXERCICE 20 Compléter un tableau de valeurs STANDARD

Compléter les tableaux de valeurs suivants, puis indiquer le sens de variation sur chaque intervalle.

1. $f(x) = x^2$

x	-4	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(x)$?	?	?	?	?	?	?	?

2. $g(x) = x^2 + 3$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$g(x)$?	?	?	?	?	?	?

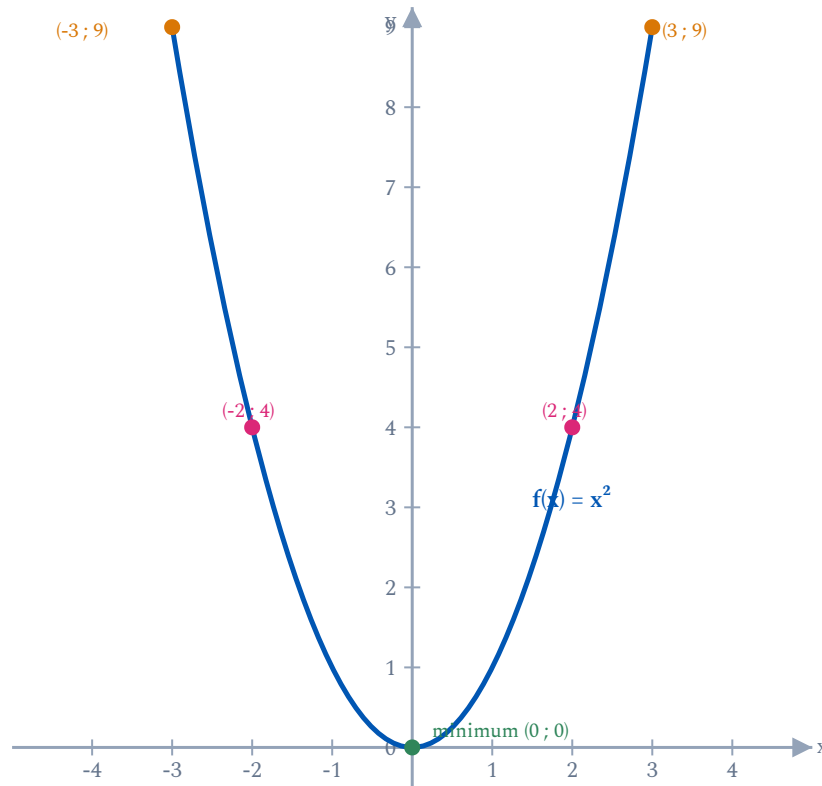
3. Sur quel intervalle $f(x) = x^2$ est-elle décroissante ? Sur quel intervalle est-elle croissante ?

Mes calculs :

EXERCICE 21 Lire une courbe et compléter le tableau de variations

STANDARD

Voici la parabole de $f(x) = x^2$ représentée dans un repère.



1. Lire graphiquement $f(-2)$ et $f(2)$. Que remarque-t-on ?
2. Pour quelles valeurs de x a-t-on $f(x) = 1$? Lire sur le graphique.
3. Pour quelles valeurs de x a-t-on $f(x) \leq 4$? Décrire graphiquement.
4. Compléter le tableau de variations de f :

x	$-\infty$	\rightarrow	0	\rightarrow	$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$?	?	?	$+\infty$

Mes calculs :

EXERCICE 22 Analyser les transformations de la courbe

STANDARD

Méthode — Transformations de $f(x) = x^2$

- $g(x) = x^2 + k$: même parabole, **décalée de k vers le haut** (si $k > 0$) ou vers le bas (si $k < 0$).
- $h(x) = k \cdot x^2$ avec $k > 1$: parabole **plus resserrée** (plus étroite).
- $h(x) = k \cdot x^2$ avec $0 < k < 1$: parabole **plus ouverte** (plus large).

On considère les fonctions : $f(x) = x^2$, $g(x) = x^2 + 4$, $h(x) = 2x^2$, $p(x) = \frac{1}{2}x^2$.

1. Calculer $g(0)$, $g(1)$, $g(-1)$. Où se trouve le minimum de g ?
2. Comparer $h(2)$ et $f(2)$. La parabole de h est-elle plus resserrée ou plus ouverte que celle de f ?
3. Comparer $p(2)$ et $f(2)$. La parabole de p est-elle plus resserrée ou plus ouverte ?
4. Sans calculer, quel est le minimum de g ? Et de h ? Et de p ?

Mes calculs :

EXERCICE 23 Résolution graphique — Résoudre $f(x) = c$, $f(x) < c$ STANDARD

En utilisant le graphique de l'exercice 4, répondre aux questions pour $f(x) = x^2$.

1. Résoudre graphiquement $f(x) = 9$. Vérifier par le calcul.
2. Résoudre graphiquement $f(x) < 9$. Écrire la solution sous forme d'intervalle.
3. Résoudre $f(x) \geq 1$. Écrire la solution sous forme de réunion d'intervalles.
4. A-t-on des solutions à $f(x) = -3$? Justifier.

Mes calculs :

EXERCICE 24 Surface d'un panneau carré — Optimiser les découpes

STANDARD

MENUISERIE - AGENCEMENT

Un menuisier fabrique des panneaux de bois carrés. Si le côté d'un panneau mesure c mètres, alors sa surface est :

$$A(c) = c^2 \quad (\text{en m}^2)$$

avec $c > 0$

1. Calculer la surface pour $c = 1$ m, $c = 1,2$ m, $c = 1,5$ m, $c = 2$ m.
2. Un client commande un panneau de $2,25$ m². Quel doit être le côté c ? Justifier.
3. Le panneau doit tenir dans un espace de 3 m² maximum. Résoudre $A(c) \leq 3$.
4. Le menuisier double le côté. Par quel facteur la surface est-elle multipliée ? Expliquer.

Mes calculs :

EXERCICE 25 Coût de revêtement d'un sol carré — Lecture graphique

STANDARD

AGENCEMENT - REVÊTEMENT DE SOL

Un agenceur pose un revêtement dans une pièce carrée de côté c mètres. Le coût total est :

$$C(c) = 45c^2 + 120 \quad (\text{en } \text{€})$$

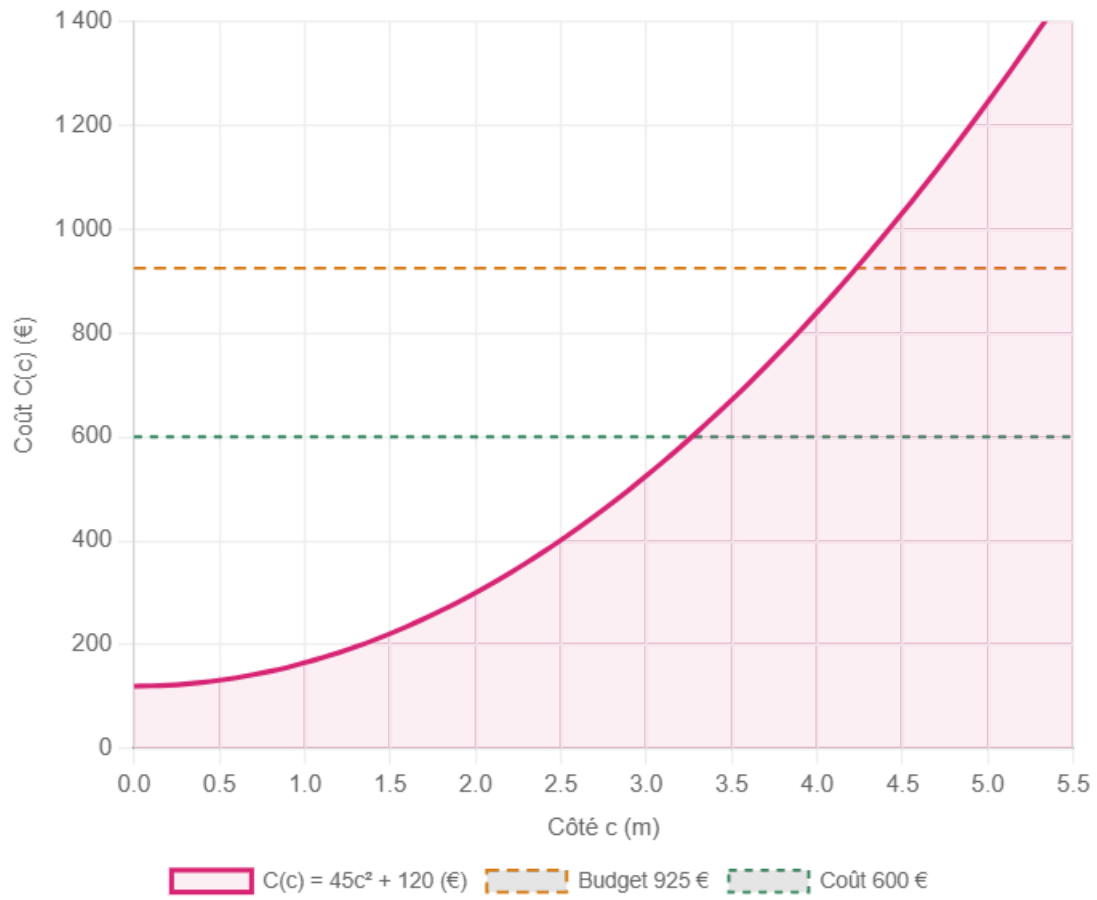
45 €/m² de revêtement + 120 € de forfait déplacement

1. Compléter le tableau de valeurs :

c (m)	1	2	3	4	5
$C(c)$ (€)	?	?	?	?	?

- Un client dispose d'un budget de 925 €. Quelle est la surface maximale de sa pièce ? (Résoudre $C(c) \leq 925$.)
- Quel est le coût minimum possible ? Correspond-il à une situation réelle ?
- Sur le graphique ci-dessous, estimer le côté c pour un coût d'environ 600 €.

Coût de revêtement en fonction du côté de la pièce



Mes calculs :

EXERCICE 26 Comparer des carrés — Sans calculatrice**STANDARD**

Comparer les nombres suivants **sans calculer**, en utilisant les variations de $f(x) = x^2$.

1. $4,1^2$ et $3,9^2$

2. $(-5,3)^2$ et $(-5,8)^2$

3. $(-2)^2$ et $1,5^2$

4. $(\sqrt{7})^2$ et $2,5^2$. *Rappel* : $(\sqrt{7})^2 = 7$.

5. Ranger dans l'ordre croissant : $(-3)^2, 2^2, (-1)^2, 4^2, 0^2$.

Mes calculs :

EXERCICE 27 Terrasse carrée — Aire en fonction du côté**STANDARD****MENUISERIE - AGENCEMENT EXTÉRIEUR**

Un artisan menuisier construit une terrasse en bois de forme carrée de côté x mètres.
Le coût total est donné par :

$$C(x) = 80x^2 + 250 \quad (\text{en } \text{€})$$

— 80 €/m² de lames de bois + 250 € de quincaillerie

1. Calculer le coût pour $x = 2$ m, $x = 3$ m, $x = 4$ m et $x = 5$ m.
2. Un client dispose d'un budget de 2 500 €. Quelle est la taille maximale de terrasse qu'il peut se permettre ?
3. Un second client veut une terrasse de côté 6 m. Le menuisier lui propose de réduire le côté à 4 m pour faire des économies. De combien le coût diminue-t-il ?
4. On multiplie le côté par 1,5. Par quel facteur le coût des lames de bois (hors quincaillerie) est-il multiplié ?

Mes calculs :

EXERCICE 28 Résoudre $x^2 = k$ — Méthode graphique et calcul

STANDARD

On considère la fonction $f(x) = x^2$.

1. Résoudre par le calcul $x^2 = 36$. Donner les deux solutions.
2. Résoudre par le calcul $x^2 = 2,25$.
3. Résoudre graphiquement $x^2 = 5$ (on accepte une valeur approchée lue sur la parabole). Vérifier à la calculatrice que $\sqrt{5} \approx 2,24$.
4. L'équation $x^2 = k$ a exactement une solution. Quelle est la valeur de k ? Justifier.
5. Pour quelles valeurs de k l'équation $x^2 = k$ n'a-t-elle aucune solution ?

Mes calculs :

EXERCICE 29 Chute libre — Distance en fonction du temps

STANDARD

SCIENCE - PHYSIQUE

En physique, la distance parcourue par un objet en chute libre (sans frottement) est :

$$d(t) = 5t^2 \quad (\text{en mètres, } t \text{ en secondes})$$

1. Compléter le tableau de valeurs :

t (s)	0	1	2	3	4	5
$d(t)$ (m)	?	?	?	?	?	?

2. Après combien de secondes l'objet a-t-il parcouru 80 m ? Résoudre $5t^2 = 80$.

3. La distance parcourue entre $t = 0$ et $t = 1$ est-elle la même qu'entre $t = 4$ et $t = 5$? Justifier.

4. La fonction d est-elle croissante sur $[0; +\infty[$? Expliquer le lien avec les variations de $f(x) = x^2$.

Mes calculs :

EXERCICE 30

Inéquations avec la fonction carré — Résolution graphique et algébrique

STANDARD

On considère $f(x) = x^2$. Résoudre les inéquations suivantes :

1. $x^2 \leq 25$. Écrire la solution sous forme d'intervalle.

2. $x^2 > 16$. Écrire la solution comme réunion d'intervalles.

3. $x^2 \geq 0$. Que remarque-t-on ?

4. $x^2 < -1$. Que conclure ?

5. **Application** : Un fabricant de mobilier découpe des pièces carrées de côté x cm. La surface doit être comprise entre 16 cm^2 et 64 cm^2 (inclus). Quelles valeurs de x sont acceptables ?

Mes calculs :

EXERCICE 31 Vitesse du vent et éolienne — Résoudre $ax^2 = k$

STANDARD

ÉNERGIE - ÉOLIENNES

La puissance produite par une éolienne est modélisée par $P(v) = 0,5v^2$ (en watts), où v est la vitesse du vent (en m/s).

1. Calculer la puissance pour $v = 4$ m/s, $v = 8$ m/s, $v = 12$ m/s et $v = 20$ m/s.
2. La puissance est-elle doublée quand la vitesse double ? Vérifier avec $v = 4$ et $v = 8$.
3. On veut une puissance d'au moins 50 W. Résoudre $0,5v^2 \geq 50$.
4. À quelle vitesse de vent obtient-on exactement 200 W ? Résoudre $0,5v^2 = 200$.

Mes calculs :

EXERCICE 32 Comparaison de surfaces — Utiliser les variations

STANDARD

QUOTIDIEN - AMÉNAGEMENT

Trois pièces carrées ont les côtés suivants : $a = 3,8$ m, $b = 4,2$ m et $c = 4,0$ m.

1. Sans calculer les aires, ranger les trois pièces de la plus petite à la plus grande surface. Justifier en utilisant les variations de la fonction carré.
2. Calculer les trois aires pour vérifier le classement.
3. La différence d'aire entre la pièce de 3,8 m et celle de 4,2 m est-elle la même que la différence d'aire entre les pièces de 4,0 m et 4,4 m ? Calculer et commenter.
4. Un métreur affirme : « Quand j'ajoute 0,5 m au côté d'une pièce carrée, la surface augmente toujours du même nombre de m^2 . » A-t-il raison ? Justifier avec un contre-exemple.

Mes calculs :

EXERCICE 33 Carrelage mural — Aire et coût en fonction du côté

STANDARD

MENUISERIE - POSE DE CARRELAGE

Un menuisier agenceur pose du carrelage mural en carreaux carrés de côté x cm. Le prix d'un carreau est proportionnel à sa surface : $C(x) = 0,02x^2$ (en euros par carreau).

1. Compléter le tableau :

Côté x (cm)	10	15	20	25	30
Aire (cm ²)	?	?	?	?	?
Prix (€)	?	?	?	?	?

2. Le budget est de 12,50 € par carreau. Quel est le plus grand carreau possible ?

Résoudre $0,02x^2 \leq 12,50$.

3. Pour couvrir un mur de 1 m², combien faut-il de carreaux de côté 20 cm ? Et de côté 10 cm ?

4. Dans quel cas le coût total est-il le plus élevé : des carreaux de 20 cm ou de 10 cm ?

Justifier par le calcul.

Mes calculs :

EXERCICE 34 Résoudre des équations et inéquations — Synthèse

STANDARD

Résoudre les équations et inéquations suivantes. Donner les solutions sous forme d'ensemble ou d'intervalle.

1. $x^2 = 81$

2. $3x^2 = 75$

3. $x^2 + 5 = 14$

4. $x^2 - 7 = -7$

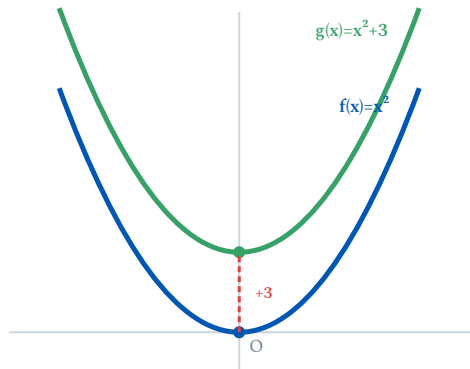
5. $2x^2 \leq 32$

6. $x^2 + 3 > 12$

Mes calculs :

EXERCICE 35 Translation verticale — De x^2 à $x^2 + k$ **STANDARD**

On considère la fonction $f(x) = x^2$ et la fonction $g(x) = x^2 + 3$.



a) Compléter le tableau de valeurs :

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x) = x^2$	9	4	1	0	1	4	9
$g(x) = x^2 + 3$

b) Que remarque-t-on ? Chaque valeur de g est égale à celle de f plus combien ?

c) Quel est le minimum de f ? Et celui de g ?

d) La courbe de g est obtenue à partir de celle de f par quelle transformation ?

Mes calculs :

Exercices d'approfondissement

EXERCICE 36 Comparer $f(x) = x^2$ et $g(x) = -x^2$ — Analyse complète

APPROFONDISSEMENT

Attention — Erreur fréquente ! $-x^2$ signifie $-(x^2)$: on calcule d'abord le carré, puis on prend l'opposé.

Exemple : $-(-3)^2 = -(9) = -9$ et **pas** $(-(-3))^2 = 9$.

On définit $g(x) = -x^2$.

1. Compléter le tableau de valeurs de g :

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$g(x)$?	?	?	?	?	?	?

- g admet-elle un maximum ou un minimum ? Quelle est cette valeur ?
- Sur quel intervalle g est-elle croissante ? Sur quel intervalle est-elle décroissante ?
- $g(x)$ peut-il être positif ? Justifier.
- Résoudre $g(x) \geq -9$. Écrire la solution sous forme d'intervalle.

Mes calculs :

EXERCICE 37

Comparaison de deux offres de revêtement — Mise en équation autonome

APPROFONDISSEMENT

AGENCEMENT - GESTION DE PROJET

Un agenceur reçoit deux devis pour poser un revêtement dans une pièce carrée de côté c mètres :

Prestataire	Tarif
ArtisanBois	50 €/m ² — pas de forfait
ParquetPro	35 €/m ² + 180 € de forfait

1. Écrire le coût total chez chaque prestataire en fonction de c (côté de la pièce).
2. Pour quelle valeur de c les deux devis sont-ils égaux ? (Résoudre l'équation $C_1(c) = C_2(c)$.)
3. Pour une pièce de côté 3,5 m, quel prestataire choisir ? Calculer l'économie réalisée.
4. (Question ouverte) À partir de quelle valeur du côté c ParquetPro devient-il moins cher qu'ArtisanBois ? Justifier en résolvant une inégalité.

Mes calculs :

EXERCICE 38 Modélisation quadratique — Optimisation d'un espace de stockage

APPROFONDISSEMENT

MAINTENANCE AUTOMOBILE - AGENCEMENT D'ATELIER

Un technicien de maintenance automobile souhaite aménager une zone de stockage rectangulaire dans son atelier. Il dispose d'une cloison de 24 mètres pour délimiter trois côtés du rectangle (le quatrième côté est un mur existant).

On appelle x la longueur des deux côtés perpendiculaires au mur (en mètres).

1. Exprimer le troisième côté (parallèle au mur) en fonction de x .
2. Montrer que l'aire de la zone de stockage s'écrit $A(x) = x(24 - 2x)$.
3. Développer et réécrire sous la forme $A(x) = -2x^2 + 24x$.
4. Compléter le tableau de valeurs pour $x \in \{2; 4; 6; 8; 10; 12\}$ et identifier la valeur qui maximise l'aire.
5. (Synthèse) Quelle est la valeur de x qui donne l'aire maximale ? Quelle est cette aire maximale ?

Mes calculs :

EXERCICE 39 Enclos rectangulaire — Optimisation de l'aire

APPROFONDISSEMENT

MENUISERIE - CONSTRUCTION EXTÉRIEURE

Un artisan menuisier dispose de 20 mètres de clôture en bois pour délimiter un enclos rectangulaire.

On appelle x la largeur du rectangle (en mètres), avec $0 < x < 10$.

1. Montrer que la longueur du rectangle s'écrit $L = 10 - x$.
2. Montrer que l'aire de l'enclos est $A(x) = x(10 - x) = -x^2 + 10x$.
3. Compléter le tableau de valeurs :

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$A(x)$?	?	?	?	?	?	?	?	?

4. Pour quelle valeur de x l'aire est-elle maximale ? Quelle forme a alors l'enclos ?
5. Dresser le tableau de variations de A sur $]0 ; 10[$.

Mes calculs :

EXERCICE 40 Comparer $f(a)$ et $f(b)$ — Raisonnement sans calcul

APPROFONDISSEMENT

On considère $f(x) = x^2$. Sans effectuer de calcul numérique, comparer $f(a)$ et $f(b)$ dans chaque cas. Justifier à l'aide des variations de f .

1. $a = 3,14$ et $b = \pi$. (*Rappel : $\pi \approx 3,14159\dots$*)
2. $a = -\sqrt{3}$ et $b = -1,7$. (*Rappel : $\sqrt{3} \approx 1,732$*)
3. $a = -100$ et $b = 99$.
4. $a = n$ et $b = n + 1$ avec $n \geq 0$. Que peut-on affirmer ?
5. Soit a et b deux réels tels que $|a| < |b|$. Montrer que $a^2 < b^2$.

Mes calculs :

EXERCICE 41 Placage de panneaux — Devis et mise en équation

APPROFONDISSEMENT

MENUISERIE - FABRICATION DE MOBILIER

Un fabricant de mobilier plaque des panneaux décoratifs carrés sur des façades de meubles. Le coût de revient d'un panneau de côté c (en décimètres) est :

$$R(c) = 2,5c^2 + 8 \quad (\text{en } \text{€})$$

— matière première + finition

Le prix de vente est fixé à : $V(c) = 15c$ (en €).

1. Exprimer le bénéfice $B(c) = V(c) - R(c)$ en fonction de c .
2. Compléter le tableau de valeurs pour $c \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$:

c (dm)	1	2	3	4	5	6
$R(c)$ (€)	?	?	?	?	?	?
$V(c)$ (€)	?	?	?	?	?	?
$B(c)$ (€)	?	?	?	?	?	?

3. Pour quelles valeurs de c le fabricant réalise-t-il un bénéfice positif ?
4. Résoudre $B(c) = 0$ pour trouver les seuils de rentabilité.

Mes calculs :

EXERCICE 42 Intersection de courbes — x^2 et droite

APPROFONDISSEMENT

On considère les fonctions $f(x) = x^2$ et $g(x) = 2x + 3$.

1. Compléter le tableau pour $x \in \{-2; -1; 0; 1; 2; 3; 4\}$:

x	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(x) = x^2$?	?	?	?	?	?	?
$g(x) = 2x + 3$?	?	?	?	?	?	?

2. Pour quelles valeurs de x du tableau a-t-on $f(x) = g(x)$?

3. À l'aide du tableau, donner les solutions de l'équation $x^2 = 2x + 3$, c'est-à-dire les abscisses des points d'intersection des deux courbes.

4. Pour quelles valeurs de x a-t-on $f(x) > g(x)$? Interpréter graphiquement (la parabole est-elle au-dessus ou en dessous de la droite ?).

Mes calculs :

EXERCICE 43 Énergie cinétique — Application de la fonction carré

APPROFONDISSEMENT

SCIENCE - ÉNERGIE

L'énergie cinétique d'un objet de masse m (en kg) se déplaçant à la vitesse v (en m/s) est :

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 \quad (\text{en joules})$$

Un véhicule de masse $m = 1\,200$ kg roule à différentes vitesses.

1. Exprimer E_c en fonction de v pour ce véhicule.
2. Calculer E_c pour $v = 10$ m/s (36 km/h), $v = 20$ m/s (72 km/h) et $v = 30$ m/s (108 km/h).
3. La vitesse passe de 20 m/s à 40 m/s (elle double). Par quel facteur l'énergie cinétique est-elle multipliée ? Quel danger cela représente-t-il ?
4. On souhaite que l'énergie cinétique ne dépasse pas 240 000 J. Quelle est la vitesse maximale autorisée ?

Mes calculs :

EXERCICE 44 Jardinière rectangulaire — Optimisation avec contrainte

APPROFONDISSEMENT

MENUISERIE - FABRICATION SUR MESURE

Un menuisier fabrique une jardinière rectangulaire en bois, ouverte sur le dessus. La base est un carré de côté x (en dm) et la hauteur vaut h dm.

Le volume intérieur doit être exactement de 32 dm^3 (soit 32 litres).

1. Exprimer le volume en fonction de x et h , puis montrer que $h = \frac{32}{x^2}$.

2. La surface totale de bois utilisée (base + 4 faces latérales) est :

$$S(x) = x^2 + 4xh = x^2 + \frac{128}{x}$$

Compléter le tableau pour $x \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 8\}$.

x (dm)	1	2	3	4	5	6	8
h (dm)	?	?	?	?	?	?	?
$S(x)$ (dm ²)	?	?	?	?	?	?	?

3. Pour quelle valeur de x (parmi celles du tableau) la surface de bois est-elle minimale ? Quel est alors la hauteur correspondante ?

4. Le menuisier dispose de 60 dm^2 de bois. Quelles dimensions peut-il envisager ?

Mes calculs :

EXERCICE 45 Rectangle dans un carré — Optimisation de l'aire découpée

APPROFONDISSEMENT

MENUISERIE - DÉCOUPE ET AGENCEMENT

Un menuisier agenceur dispose d'un panneau carré de 10 cm de côté. Il y découpe un rectangle en retirant une bande de largeur x (en cm) sur deux côtés opposés. Le rectangle obtenu a pour dimensions :

- Longueur : 10 cm (inchangée)
- Largeur : $10 - 2x$ cm

1. Pour quelles valeurs de x le découpage est-il possible ? (Condition sur $10 - 2x$.)

2. Exprimer l'aire du rectangle en fonction de x : $A(x) = 10(10 - 2x)$. Développer.

3. Exprimer l'aire totale des deux bandes découpées : $B(x) = \dots$ Montrer que $B(x) = 20x$.

4. On s'intéresse maintenant au cas où le menuisier retire des bandes sur les **quatre** côtés. Le rectangle restant mesure $(10 - 2x)$ cm \times $(10 - 2x)$ cm. Montrer que son aire est $C(x) = (10 - 2x)^2 = 4x^2 - 40x + 100$.

5. Compléter le tableau pour $x \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$ et identifier la valeur de x pour laquelle le rectangle central disparaît.

x	0	1	2	3	4	5
$C(x)$ (cm ²)	?	?	?	?	?	?

6. Le menuisier veut que le carré restant ait une aire d'au moins 36 cm². Résoudre $(10 - 2x)^2 \geq 36$ pour $0 < x < 5$.

Mes calculs :

A rectangular box with a dashed border, containing four horizontal lines for text entry. The box is positioned at the top of the page.

EXERCICE 46 Comparer trois fonctions ax^2 — Analyse complète

APPROFONDISSEMENT

On considère les trois fonctions $f(x) = x^2$, $g(x) = 0,5x^2$ et $h(x) = 3x^2$.

1. Compléter le tableau de valeurs pour $x \in \{-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3\}$:

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x) = x^2$?	?	?	?	?	?	?
$g(x) = 0,5x^2$?	?	?	?	?	?	?
$h(x) = 3x^2$?	?	?	?	?	?	?

2. Pour tout $x \neq 0$, classer $g(x)$, $f(x)$ et $h(x)$ dans l'ordre croissant. Justifier.

3. Résoudre $g(x) = f(x)$. Puis résoudre $h(x) = f(x)$. Interpréter géométriquement.

4. On considère la fonction $p(x) = ax^2$ avec $a > 0$. Montrer que p est décroissante sur $] -\infty ; 0]$ et croissante sur $[0 ; +\infty[$, quel que soit $a > 0$.

5. Pour quelle valeur de a la fonction $p(x) = ax^2$ vérifie-t-elle $p(5) = 100$?

Mes calculs :

EXERCICE 47 Collecteur d'eau de pluie — Modélisation et optimisation

APPROFONDISSEMENT

ÉNERGIE - GESTION DE L'EAU

Un installateur conçoit un collecteur d'eau de pluie de forme cylindrique. La base est un disque de rayon r (en dm) et la hauteur est h dm. Le volume doit être exactement de 50 dm^3 (soit 50 litres).

1. Rappeler la formule du volume d'un cylindre en fonction de r et h . En déduire que

$$h = \frac{50}{\pi r^2}.$$

2. La surface totale de tôle nécessaire (fond + paroi latérale, sans couvercle) est :

$$S(r) = \pi r^2 + 2\pi r h = \pi r^2 + \frac{100}{r}$$

Compléter le tableau pour $r \in \{1; 1,5; 2; 2,5; 3; 4; 5\}$ (arrondir à l'unité) :

r (dm)	1	1,5	2	2,5	3	4	5
h (dm)	?	?	?	?	?	?	?
$S(r)$ (dm ²)	?	?	?	?	?	?	?

3. Pour quelle valeur de r (parmi celles du tableau) la surface de tôle est-elle minimale ? Quelles sont alors les dimensions du collecteur ?

4. Quand r est très petit, quel terme domine dans $S(r)$? Et quand r est très grand ? Expliquer pourquoi il existe un minimum.

5. L'installateur dispose de 80 dm^2 de tôle. Quelles valeurs de r sont possibles d'après le tableau ?

Mes calculs :

Bilan des compétences travaillées

Compétence	Exercices
Calculer des images de $f(x) = x^2$	Ex 1, 2, 3
Compléter un tableau de valeurs	Ex 3, 17, 20, 41, 45
Construire le tableau de variations	Ex 4, 21, 39
Symétrie de la parabole	Ex 1, 2, 8
Comparer $f(a)$ et $f(b)$ sans calculer	Ex 6, 13, 26, 32, 40
Résoudre $x^2 = k$	Ex 7, 15, 19, 28, 31, 34
Résoudre des inéquations avec x^2	Ex 30, 33, 34, 44
Analyser les transformations de la parabole	Ex 22, 35, 36, 45
Fonctions du type ax^2	Ex 16, 17, 25, 29, 31, 33, 43, 46
Modéliser une situation professionnelle	Ex 5, 9, 11, 14, 18, 19, 24, 27, 37, 38, 44, 47
Optimisation (aire maximale, coût minimal)	Ex 38, 39, 44, 45, 47
Comparer deux fonctions / résoudre une équation	Ex 36, 37, 41, 42, 46

Fonction carré et variations

Fonction carré et variations | 2de Pro MA-MA

Socle

Standard

Approfondissement

Tout voir

 Objectifs du chapitre[cliquer pour développer](#) **Durée** : 1 heure  **Calculatrice** : autorisée  **Barème** : 20 points **Documents** : non autorisés

APP - S'Approprier

ANA - Analyser

REA - Réaliser

VAL - Valider

COM - Communiquer

Compétences évaluées :

- **S'approprier** — reconnaître la fonction carré, identifier le sommet et le minimum d'une parabole
- **Analyser** — interpréter un tableau de valeurs, déterminer les variations, comparer deux fonctions du type $x^2 + k$ ou kx^2
- **Réaliser** — calculer des images, compléter un tableau de valeurs, résoudre $f(x) = c$ et $f(x) < c$ du type kx^2
- **Valider** — vérifier un résultat (carré, racine) et juger sa cohérence
- **Communiquer** — rédiger une réponse argumentée à une situation professionnelle

SOCLE

Rappels utiles :

- $f(x) = x^2$: pour calculer l'image de a , on calcule $a \times a$.
- $(-a)^2 = a^2$: le carré d'un nombre négatif est positif.
- f est **décroissante** sur $] -\infty ; 0]$ et **croissante** sur $[0 ; +\infty[$.
- Pour trouver c tel que $c^2 = k$ (avec $k \geq 0$ et $c > 0$) : $c = \sqrt{k}$.

Partie A – Calculs d'images

5 points

1 pt par question. Calcul = multiplier par soi-même.

1. **REA** Calculer $f(4)$ pour $f(x) = x^2$. (1 pt)

$$f(4) = 4 \times \boxed{} = \boxed{}$$

2. **REA** Calculer $f(-4)$ pour $f(x) = x^2$. (1 pt)

$$f(-4) = (-4) \times \boxed{} = \boxed{}$$

(Rappel : un nombre négatif au carré est positif)

3. **REA** Calculer $f(0)$. (1 pt)

$$f(0) = 0 \times 0 = \boxed{}$$

4. **REA** Calculer $f(1,5)$. (1 pt)

$$f(1,5) = 1,5 \times 1,5 = \boxed{}$$

5. **REA** Calculer $g(3)$ pour $g(x) = x^2 + 5$. (1 pt)

$$g(3) = 3^2 + 5 = \boxed{} + 5 = \boxed{}$$

Partie B – Tableau de valeurs et variations

7 points

1. (2 pts) **REA** Compléter le tableau de valeurs de $f(x) = x^2$ (calcule $x \times x$ pour chaque case) :

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x) = x^2$							

2. (2 pts) **ANA** En regardant le tableau, répondre :

• De -3 à 0 , les valeurs de $f(x)$ *diminuent / augmentent* (entourer). Donc f est :

• De 0 à 3 , les valeurs de $f(x)$ *diminuent / augmentent* (entourer). Donc f est :

3. (1 pt) **APP** La valeur minimale de $f(x) = x^2$ est :

Elle est atteinte pour $x = \dots$

4. (2 pts) **ANA** On donne $h(x) = x^2 + 2$. Compléter :

Pour obtenir $h(x)$, on ajoute \dots à $f(x)$. Le minimum de h est donc \dots , atteint en $x = \dots$

Partie C – Trouver un côté connaissant la surface

5 points

1 pt par question. Montrer les calculs.

Rappel : si $c^2 = k$ et $c > 0$, alors $c = \sqrt{k}$.

Exemples : $\sqrt{9} = 3$ | $\sqrt{16} = 4$ | $\sqrt{25} = 5$

1. **REA** Trouver $c > 0$ tel que $c^2 = 9$. (1 pt)

$$c = \sqrt{9} = \boxed{}$$

2. **REA** Trouver $c > 0$ tel que $c^2 = 16$. (1 pt)

$$c = \sqrt{16} = \boxed{}$$

3. **REA** Trouver $c > 0$ tel que $c^2 = 6,25$. (1 pt)

Indice : $2,5 \times 2,5 = \dots$

4. **REA** Un menuisier fabrique un panneau carré d'exactement 25 m^2 . Quel est le côté c du panneau ? (1 pt)

5. **REA** Un agenceur pose un carrelage dans une pièce carrée. La surface de la pièce est $12,25 \text{ m}^2$. (1 pt)

$$c^2 = 12,25 \text{ donc } c = \sqrt{12,25} = \boxed{} \text{ m.}$$

Indice : $3,5 \times 3,5 = \dots$

Partie D – Problème professionnel guidé

3 points

Un menuisier agenceur fabrique des panneaux de bois carrés de côté c mètres. Chaque panneau lui coûte $C(c) = 30 \times c^2$ euros en matériaux.

1. (1 pt) **REA** Calculer le coût pour $c = 1 \text{ m}$, $c = 2 \text{ m}$, $c = 3 \text{ m}$:

$$C(1) = 30 \times 1^2 = 30 \times \boxed{} = \boxed{} \text{ €}$$

$$C(2) = 30 \times 2^2 = 30 \times \boxed{} = \boxed{} \text{ €}$$

$$C(3) = 30 \times 3^2 = 30 \times \boxed{} = \boxed{} \text{ €}$$

2. (1 pt) **REA** Quel est le coût d'un panneau de côté $c = 2,5 \text{ m}$?

$$C(2,5) = 30 \times (2,5)^2 = 30 \times \boxed{} = \boxed{} \text{ €}$$

3. (1 pt) **COM** Si le menuisier double le côté (passe de 1 m à 2 m), le coût est-il multiplié par 2 ? Par combien est-il multiplié ? Justifier à l'aide des calculs de la question 1.

STANDARD

Partie A – Calculs d'images

5 points

1 pt par question correcte.

1. **REA** Calculer $f(-6)$ pour $f(x) = x^2$. (1 pt)

2. **REA** Calculer $g(3)$ pour $g(x) = x^2 + 4$. (1 pt)

3. **REA** Calculer $f(1,5)$ pour $f(x) = x^2$. (1 pt)

4. **REA** Calculer $h(5)$ pour $h(x) = 2x^2$. (1 pt)

5. **REA** Calculer $p(0)$, $p(-3)$, $p(4)$ pour $p(x) = x^2 - 1$. (1 pt)

Partie B – Tableau de valeurs et variations

7 points

1. (2 pts) **REA** Compléter le tableau de valeurs de $f(x) = x^2$:

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$							

2. (1 pt) **ANA** Sur quel(s) intervalle(s) la fonction f est-elle *décroissante* ? *croissante* ?

3. (2 pts) **REA** Compléter le tableau de valeurs de $g(x) = x^2 + 3$:

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$g(x)$							

4. (2 pts) **ANA** Comparer les tableaux de f et g . Quel est le minimum de g ? En quoi la courbe de g diffère-t-elle de celle de f ?

Partie C – Équations et résolution

5 points

1 pt par équation. Montrer toutes les étapes.

1. **REA** Résoudre $x^2 = 25$. (1 pt)

2. **REA** Résoudre $x^2 = 3$ (solutions exactes). (1 pt)

3. **REA** Résoudre $x^2 = 0$. (1 pt)

4. **VAL** Résoudre $x^2 = -1$. Justifier. (1 pt)

5. **REA** Résoudre $2x^2 = 18$. (1 pt)

Partie D – Problème ouvert

3 points

Un menuisier agenceur veut fabriquer un panneau carré. Il dispose d'une planche dont le périmètre est de 36 mètres.

1. (1 pt) **REA** Exprimer la longueur du côté c du carré en fonction du périmètre P . Calculer c .

2. (1 pt) **REA** Calculer l'aire du panneau.

3. (1 pt) **COM** Si le menuisier dispose d'une planche de périmètre 48 m au lieu de 36 m, l'aire est-elle multipliée par le même rapport que le périmètre ? Justifier par le calcul.

APPROFONDISSEMENT

Partie A – Calculs d'images et analyse

5 points

Justifier toutes les réponses. Rédaction soignée attendue.

1. (1 pt) **ANA** Calculer $f(-6)$, $f(6)$, $f(-6) - f(6)$. Que remarque-t-on ? Généraliser.

2. (1 pt) **VAL** Comparer $f(a)$ et $f(-a)$ pour un réel a quelconque. Justifier à l'aide de la définition $f(x) = x^2$.

3. (1 pt) **REA** Pour $h(x) = 3x^2 - 5$, calculer $h(0)$, $h(2)$, $h(-2)$. Quel est le minimum de h ?

4. (1 pt) **COM** Expliquer sans calcul pourquoi $f(x) = x^2$ n'admet pas de valeur négative. Quelle conclusion peut-on en tirer sur la courbe ?

5. (1 pt) **ANA** Pour $g(x) = x^2 + k$ où k est un réel donné, quel est le minimum de g ? Pour quelle valeur de x est-il atteint ? Donner une réponse générale en fonction de k .

Partie B – Variations et lecture graphique

7 points

1. (2 pts) **REA** Compléter les tableaux de valeurs de $f(x) = x^2$, $g(x) = -x^2$ et $h(x) = 2x^2$ pour $x \in \{-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3\}$. Présenter les trois tableaux côte à côte.

2. (2 pts) **ANA** Pour $g(x) = -x^2$:

- La courbe est-elle une parabole ouverte vers le haut ou vers le bas ? Justifier.
 - g admet-elle un maximum ou un minimum ? Donner la valeur.
-
-

3. (1 pt) **REA** Résoudre $f(x) = g(x)$, c'est-à-dire $x^2 = -x^2$. Que peut-on en déduire graphiquement ?

4. (2 pts) **ANA** Sans calculer, classer dans l'ordre croissant : $h(1)$, $h(4)$, $h(-2)$, $h(0)$ pour $h(x) = 2x^2$. Justifier en utilisant les variations de h .

Partie C – Résolution d'équations et d'inéquations

5 points

Rédiger soigneusement. Indiquer l'ensemble de solutions \mathcal{S} .

1. (1 pt) **REA** Résoudre $x^2 = 25$. Puis résoudre $x^2 < 25$ (ensemble d'intervalles).

2. (1 pt) **REA** Résoudre $x^2 \geq 4$. Écrire la solution sous forme de réunion d'intervalles.

3. (1 pt) **REA** Résoudre $3x^2 - 27 = 0$. Montrer toutes les étapes.

4. (1 pt) **VAL** Résoudre $x^2 + 5 = 2$. Justifier l'absence éventuelle de solution.

5. (1 pt) **COM** Résoudre $x^2 + 5 > 2$. L'ensemble de solutions est-il surprenant ? Expliquer.

Partie D – Problème ouvert : optimisation de surface

3 points

▲ Au-delà du programme — Le trinôme complet $A(x) = -x^2 + 10x$ (avec un terme en x) dépasse le programme de Seconde Bac Pro (limité à x^2 , $x^2 + k$ et kx^2). Cette partie est proposée comme prolongement vers le BTS : l'aire se lit ici dans un tableau de valeurs, sans étude formelle du trinôme.

Un agenceur doit délimiter une zone de travail rectangulaire dans un atelier. Il dispose de 20 mètres de cloison pour entourer les 4 côtés d'un rectangle de côtés x et y (en mètres).

1. (0,5 pt) **REA** Écrire la contrainte sur le périmètre : $2x + 2y = 20$. En déduire y en fonction de x .

2. (0,5 pt) **ANA** Exprimer l'aire $A(x) = x \cdot y$ en fonction de x seul. Développer pour obtenir la forme $A(x) = -x^2 + 10x$.

3. (1 pt) **REA** Compléter le tableau suivant et identifier la valeur de x qui semble maximiser l'aire :

x	1	2	3	4	5	6	7
$A(x)$							

4. (1 pt) **COM** Quelle forme géométrique donne la surface maximale ? Calculer cette aire maximale. Conclure en rédigeant une réponse complète à l'agenceur.
