MATHÉMATIQUES

02

Probabilités

1ère Bac Pro | Statistique et probabilités | Mathématiques

Objectifs du chapitre

- Connaître le vocabulaire des probabilités
- Calculer la probabilité d'un événement
- Utiliser la probabilité de l'événement contraire
- Reconnaître et exploiter des événements incompatibles
- Lire et compléter un tableau à double entrée
- Découvrir les arbres pondérés *(anticipation Terminale — hors programme de Première)*

I – Vocabulaire des probabilités

Situation professionnelle

Un technicien en contrôle qualité prélève une pièce au hasard dans un lot de production. Il vérifie si la pièce est conforme ou défectueuse. Cette action constitue une **expérience aléatoire** : on ne peut pas prévoir le résultat à l'avance.

Définition

Expérience aléatoire

Une **expérience aléatoire** est une expérience dont on ne peut pas prévoir le résultat avec certitude, mais dont on connaît tous les résultats possibles.

Définition

Issue, univers, événement

- Chaque résultat possible est appelé une **issue** (ou éventualité).
- L'ensemble de toutes les issues est appelé l'**univers**, noté Ω.
- Un **événement** est un sous-ensemble de l'univers. Il regroupe une ou plusieurs issues.

APPLICATION

Un atelier de menuiserie fabrique des étagères. On choisit une étagère au hasard dans le lot. Les défauts possibles sont : nœud (N), voilage (V), cote hors tolérance (C), ou aucun défaut (OK).

1. Quel est l'univers Ω ? 2. Écrire l'événement A = « l'étagère est défectueuse ».

Exemple 1

On lance un dé à 6 faces équilibré.

- **Univers :** $\Omega = \{1\,;\,2\,;\,3\,;\,4\,;\,5\,;\,6\}$
- **Événement A :** « Obtenir un nombre pair » $\rightarrow A = \{2\,;\,4\,;\,6\}$
- **Événement B :** « Obtenir un nombre supérieur à 4 » $\rightarrow B = \{5\,;\,6\}$

Définition

Événement certain, impossible, élémentaire

- Un **événement certain** se réalise toujours : il contient toutes les issues (Ω).
- Un **événement impossible** ne se réalise jamais : il ne contient aucune issue ($\emptyset$).
- Un **événement élémentaire** ne contient qu'une seule issue.

II – Probabilité d'un événement

Définition

Probabilité

La **probabilité** d'un événement A, notée $P(A)$, est un nombre compris entre 0 et 1 qui mesure la « chance » que cet événement se réalise.

Propriétés fondamentales

Propriétés

- Pour tout événement $A : 0 \leqslant P(A) \leqslant 1$
- $P(\Omega) = 1$ (événement certain)
- $P(\emptyset) = 0$ (événement impossible)
- La somme des probabilités de toutes les issues vaut 1.

Situation d'équiprobabilité

Lorsque toutes les issues ont la même probabilité :

$$P(A) = \frac{\text{nombre d'issues favorables à } A}{\text{nombre total d'issues}}$$

Exemple 2

On lance un dé équilibré à 6 faces. Quelle est la probabilité d'obtenir un nombre pair ?

L'événement A = « obtenir un nombre pair » = $\{2\,;\,4\,;\,6\}$ contient 3 issues favorables sur 6 issues possibles.

$$P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0{,}5$$

La probabilité d'obtenir un nombre pair est de 0,5, soit 50 %.

APPLICATION

Un artisan fabricant de mobilier produit 150 portes. 9 portes sont défectueuses. On choisit une porte au hasard. Calculer la probabilité qu'elle soit défectueuse, puis la probabilité qu'elle soit conforme.

Situation professionnelle

Un menuisier agenceur reçoit un lot de 200 panneaux de bois. Après vérification, 12 panneaux présentent un défaut. Si on prélève un panneau au hasard :

$$P(\text{défaut}) = \frac{12}{200} = 0{,}06 = 6\,\%$$

III – Événement contraire

Définition

Événement contraire

L'événement contraire de A, noté $\bar{A}$, est l'événement qui se réalise lorsque A ne se réalise pas. Il contient toutes les issues qui ne sont pas dans A.

Probabilité de l'événement contraire

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

Méthode

Quand utiliser l'événement contraire ?

Lorsqu'il est plus simple de calculer la probabilité que l'événement ne se réalise *pas*, on calcule d'abord $P(\bar{A})$ puis on en déduit $P(A) = 1 - P(\bar{A})$.

Exemple 3

Dans le lot de 200 panneaux du menuisier, on a $P(\text{défaut}) = 0{,}06$.

La probabilité qu'un panneau soit conforme est :

$$P(\text{conforme}) = 1 - P(\text{défaut}) = 1 - 0{,}06 = 0{,}94 = 94\,\%$$

Mini exercice 1

Un artisan ébéniste fabrique des pieds de table. La probabilité qu'un pied soit défectueux est $P(D) = 0{,}03$.

1. Quelle est la probabilité qu'un pied soit conforme ?
2. Sur un lot de 500 pieds, combien peut-on estimer de pieds défectueux ?

IV – Événements incompatibles

Définition

Événements incompatibles

Deux événements A et B sont **incompatibles** (ou disjoints) s'ils ne peuvent pas se réaliser en même temps. Ils n'ont aucune issue en commun.

Probabilité de la réunion d'événements incompatibles

Si A et B sont incompatibles :

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Attention

Événements non incompatibles

Si A et B ne sont **pas** incompatibles, on ne peut pas simplement additionner leurs probabilités. Il faut retrancher l'intersection :

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Exemple 4

On lance un dé équilibré. Soit A = « obtenir 1 ou 2 » et B = « obtenir 5 ou 6 ».

A et B sont incompatibles (aucune issue commune).

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{2}{6} + \frac{2}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \approx 0{,}667$$

Mini exercice 2

Un technicien chauffagiste inspecte des chaudières. Sur 80 chaudières contrôlées :

- 10 présentent un défaut de combustion (événement C)
- 6 présentent un défaut d'étanchéité (événement E)
- Aucune chaudière ne présente les deux défauts à la fois.

On choisit une chaudière au hasard. Calculer $P(C)$, $P(E)$ et $P(C \cup E)$.

V – Tableau à double entrée et probabilités

Situation professionnelle

Un atelier de fabrication de meubles produit des étagères en deux matériaux (chêne et hêtre) sur deux lignes de production (A et B). On a relevé les données suivantes sur 200 étagères :

	Ligne A	Ligne B	Total
Chêne	70	50	120
Hêtre	30	50	80
Total	100	100	200

Méthode

Lire un tableau à double entrée

On prélève une étagère au hasard. On peut calculer :

- $P(\text{Chêne}) = \dfrac{120}{200} = 0{,}6$
- $P(\text{Ligne A}) = \dfrac{100}{200} = 0{,}5$
- $P(\text{Chêne et Ligne A}) = \dfrac{70}{200} = 0{,}35$

APPLICATION

Dans un atelier de menuiserie, 120 panneaux ont été produits : 80 en chêne et 40 en hêtre. Parmi les panneaux en chêne, 8 sont défectueux. Parmi les panneaux en hêtre, 4 sont défectueux.

On choisit un panneau au hasard. Calculer $P(\text{chêne})$, $P(\text{défaut})$ et $P(\text{chêne} \cap \text{défaut})$.

Définition

Probabilité conditionnelle (introduction)

La probabilité de l'événement A **sachant que** l'événement B est réalisé, notée $P_B(A)$, se calcule par :

$$P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Exemple 5

D'après le tableau ci-dessus, quelle est la probabilité qu'une étagère soit en chêne, sachant qu'elle vient de la ligne A ?

$$P_{\text{Ligne A}}(\text{Chêne}) = \frac{P(\text{Chêne et Ligne A})}{P(\text{Ligne A})} = \frac{70/200}{100/200} = \frac{70}{100} = 0{,}7$$

Sachant qu'une étagère vient de la ligne A, il y a 70 % de chances qu'elle soit en chêne.

Mini exercice 3

D'après le même tableau, calculer la probabilité qu'une étagère vienne de la ligne B sachant qu'elle est en hêtre.

VI – Arbre de probabilités (anticipation Terminale)

Hors programme — pour aller plus loin **Les arbres pondérés et la formule des probabilités totales** ne figurent pas au programme de Première Bac Pro : le BO les reporte explicitement en **Terminale**. En Première, les probabilités conditionnelles sont introduites uniquement à partir de tableaux croisés d'effectifs ou de fréquences (section V). Cette section est proposée en anticipation, pour préparer la poursuite du cycle.

Définition

Arbre pondéré

Un **arbre de probabilités** (ou arbre pondéré) est un schéma qui représente les différentes étapes d'une expérience aléatoire. Chaque branche porte la probabilité de l'issue correspondante.

Propriétés

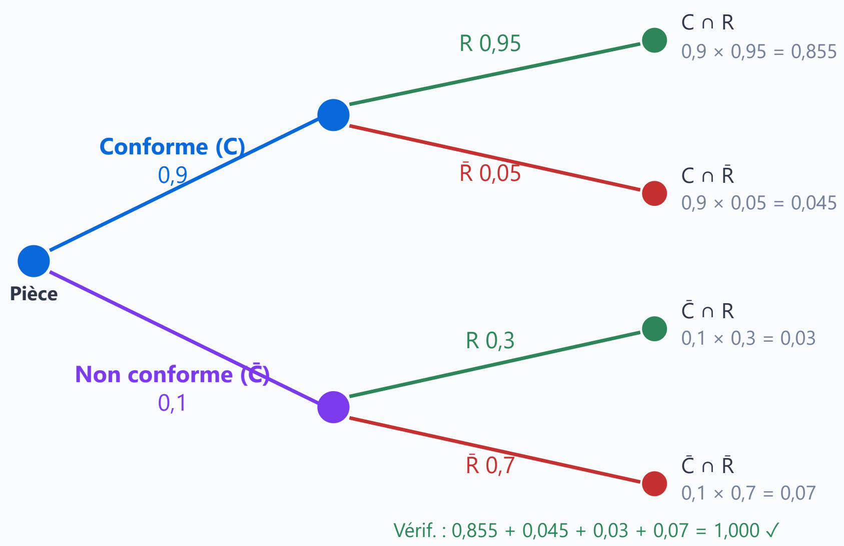
Règles de l'arbre pondéré

- **Règle des branches :** la somme des probabilités des branches issues d'un même nœud vaut 1.
- **Règle du chemin :** la probabilité d'un chemin est le produit des probabilités de chaque branche le long du chemin.
- **Règle de la somme :** la probabilité d'un événement est la somme des probabilités des chemins qui y mènent.

Exemple 6 – Contrôle qualité en deux étapes

Un artisan fabrique des pièces de bois. La probabilité qu'une pièce soit conforme est 0,9. Si la pièce est conforme, elle passe un test de finition qu'elle réussit avec une probabilité de 0,95. Si la pièce est non conforme, elle réussit ce test avec une probabilité de 0,3.

Arbre de probabilités :



Vérification : $0{,}855 + 0{,}045 + 0{,}03 + 0{,}07 = 1$ ✓

La probabilité qu'une pièce réussisse le test de finition est :

$$P(R) = P(C \cap R) + P(\bar{C} \cap R) = 0{,}855 + 0{,}03 = 0{,}885$$

Mini exercice 4 *(anticipation Terminale)*

Un fournisseur livre des tubes en cuivre à un installateur chauffagiste. 80 % des tubes viennent du fournisseur X et 20 % du fournisseur Y. Parmi les tubes du fournisseur X, 5 % sont défectueux. Parmi les tubes du fournisseur Y, 10 % sont défectueux.

1. Construire l'arbre de probabilités.
2. Calculer la probabilité qu'un tube choisi au hasard soit défectueux.
3. Calculer la probabilité qu'un tube soit conforme.

VII – Synthèse

À retenir

- La probabilité d'un événement est comprise entre 0 et 1.
- La somme des probabilités de toutes les issues vaut 1.
- $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$
- Si A et B sont incompatibles : $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
- Un tableau à double entrée permet de calculer des probabilités et des probabilités conditionnelles.
- *(Anticipation Terminale)* Dans un arbre pondéré : la probabilité d'un chemin est le produit des probabilités des branches ; la probabilité d'un événement est la somme des chemins correspondants.

Mini exercice 5 – Exercice de synthèse ***(anticipation Terminale)***

Un magasin de bricolage vend des vis en sachets. Les sachets proviennent de deux machines :

- Machine 1 produit 60 % des sachets ; parmi ceux-ci, 4 % sont mal fermés.
- Machine 2 produit 40 % des sachets ; parmi ceux-ci, 7 % sont mal fermés.

On prélève un sachet au hasard.

1. Construire l'arbre de probabilités.
2. Calculer la probabilité que le sachet soit mal fermé.
3. Calculer la probabilité que le sachet soit bien fermé.

VIII – Erreurs fréquentes

❌ **Additionner des probabilités d'événements non incompatibles**

Si A et B ont des issues en commun, $P(A \cup B) \neq P(A) + P(B)$. Il faut utiliser $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.

Conseil : vérifier d'abord si les deux événements peuvent se réaliser en même temps avant d'additionner.

❌ **Oublier que la somme des probabilités des branches d'un nœud vaut 1**

Dans un arbre, la somme des probabilités de toutes les branches issues d'un même nœud doit valoir exactement 1. Une somme différente de 1 signale une erreur.

Conseil : toujours vérifier la somme sur chaque nœud avant de calculer les chemins.

❌ **Multiplier au lieu d'additionner pour la règle de la somme**

La probabilité d'un événement obtenu par plusieurs chemins est la *somme* des probabilités de ces chemins (et non leur produit).

Conseil : on multiplie le long d'un chemin (règle du produit), on additionne entre plusieurs chemins (règle de la somme).

Confondre probabilité et fréquence

La probabilité est une valeur théorique (calculée). La fréquence observée lors d'une expérience peut s'en éloigner, surtout pour un petit nombre de tirages.

Conseil : plus le nombre d'essais est grand, plus la fréquence observée se rapproche de la probabilité théorique.

Simulation interactive

[Probabilités — Arbre et tirages]

MATHÉMATIQUES

02

Probabilités

Statistique et probabilités | 1ère Bac Pro | Mathématiques

Socle | Standard | Approfondissement | Tout voir

Objectifs du chapitre — cliquer pour développer

Rappels essentiels

- La probabilité d'un événement A est un nombre compris entre 0 et 1 : $0 \leqslant P(A) \leqslant 1$.
- La somme des probabilités de toutes les issues d'une expérience aléatoire vaut 1.
- **Événement contraire :** $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$.
- **Événements incompatibles :** si $A \cap B = \varnothing$, alors $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.
- **Tableau à double entrée :** les totaux marginaux permettent de calculer les probabilités.
- **Arbre pondéré** *(anticipation Terminale — hors programme)* : on multiplie le long d'un chemin, on additionne les chemins d'un même événement.

Exercices guidés pas à pas

EXERCICE 1 Lancer d'un dé équilibré SOCLE

On lance un dé cubique équilibré à 6 faces.

1. Quelle est la probabilité d'obtenir un 4 ?
2. Quelle est la probabilité d'obtenir un nombre pair ?
3. Quelle est la probabilité d'obtenir un nombre supérieur ou égal à 5 ?
4. Quelle est la probabilité de **ne pas** obtenir un 6 ?

Mes calculs :

EXERCICE 2 Tirage d'une carte SOCLE

On tire au hasard une carte dans un jeu de 32 cartes.

1. Quelle est la probabilité de tirer un roi ?
2. Quelle est la probabilité de tirer une carte de cœur ?
3. Les événements « tirer un roi » et « tirer un cœur » sont-ils incompatibles ? Justifier.

Mes calculs :

EXERCICE 3 Événement contraire SOCLE

La probabilité qu'une machine de découpe de panneaux de bois produise une pièce conforme est 0,92.

1. Quelle est la probabilité qu'une pièce soit non conforme ?
2. Sur un lot de 500 pièces, combien peut-on s'attendre à trouver de pièces non conformes ?

Mes calculs :

EXERCICE 4 Tableau à double entrée — Satisfaction client SOCLE

Un artisan menuisier a interrogé 200 clients sur leur satisfaction et le type de prestation réalisée.

	Cuisine	Placard	Terrasse	Total
Satisfait	60	45	35	140
Non satisfait	20	15	25	60
Total	80	60	60	200

On choisit un client au hasard.

1. **Étape 1 :** Repérer dans le tableau le nombre total de clients satisfaits. Compléter : il y a ... clients satisfaits sur ... clients au total.
   Calculer $P(\text{satisfait}) = \frac{\dots}{\dots}$.
2. **Étape 2 :** Repérer la colonne « Placard ». Combien de clients ont commandé un placard au total ?
   Calculer $P(\text{placard}) = \frac{\dots}{\dots}$.
3. **Étape 3 :** Pour « satisfait **et** cuisine », chercher la case à l'intersection de la ligne « Satisfait » et de la colonne « Cuisine ».
   Calculer $P(\text{satisfait et cuisine}) = \frac{\dots}{\dots}$.
4. **Étape 4 :** Pour « non satisfait **ou** terrasse », utiliser la formule
   $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.
   Aide : $P(\text{non satisfait}) = \frac{60}{200}$, $P(\text{terrasse}) = \frac{60}{200}$,
   $P(\text{non satisfait et terrasse}) = \frac{\dots}{200}$.

Mes calculs :

____

____

____

EXERCICE 5 Événements incompatibles SOCLE

Dans un magasin de bricolage, on classe les clients selon leur achat principal : peinture (P), bois (B), outillage (O) ou quincaillerie (Q). Les probabilités sont :

$P(\mathrm{P}) = 0{,}25$, $P(\mathrm{B}) = 0{,}30$, $P(\mathrm{O}) = 0{,}20$, $P(\mathrm{Q}) = 0{,}25$.

1. **Étape 1 :** Additionner toutes les probabilités : $0{,}25 + 0{,}30 + 0{,}20 + 0{,}25 = \dots$. La somme vaut-elle 1 ?
2. **Étape 2 :** Un client ne peut avoir qu'un seul achat principal. Les événements « peinture » et « bois » sont donc **incompatibles**.
   Rappel : si A et B sont incompatibles, $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.
   Calculer $P(\mathrm{P} \cup \mathrm{B}) = \dots + \dots = \dots$.
3. **Étape 3 :** « Ni peinture ni outillage » est le **contraire** de « peinture ou outillage ».
   D'abord calculer $P(\mathrm{P} \cup \mathrm{O}) = \dots + \dots = \dots$.
   Puis utiliser $P(\overline{\mathrm{P} \cup \mathrm{O}}) = 1 - P(\mathrm{P} \cup \mathrm{O}) = \dots$.

Mes calculs :

EXERCICE 6 Tableau croisé — Contrôle qualité SOCLE

Un technicien contrôle un lot de **200 pièces métalliques**. Chaque pièce peut présenter un défaut de dimension (D) et/ou un défaut d'aspect (A). Le contrôle donne :

- 20 pièces ont un défaut de dimension ; parmi elles, 6 ont aussi un défaut d'aspect.
- Parmi les 180 pièces sans défaut de dimension, 9 ont un défaut d'aspect.

1. **Étape 1 :** Compléter le tableau croisé :

	Défaut d'aspect (A)	Pas de défaut d'aspect ($\bar{A}$)	Total
Défaut de dimension (D)	6	......	20
Pas de défaut de dimension ($\bar{D}$)	......	......	180
Total	......	......	200

2. **Étape 2 :** Calculer la probabilité qu'une pièce ait les deux défauts :
   $P(D \cap A) = \dfrac{\text{effectif de la case D-A}}{200} = \ldots$
3. **Étape 3 :** Calculer $P(A)$ à l'aide du total de la colonne A.
4. **Étape 4 :** Calculer la probabilité qu'une pièce n'ait **aucun défaut** : $P(\bar{D} \cap \bar{A})$.
   Vérification : la somme des 4 cases intérieures doit valoir 200.

Mes calculs :

EXERCICE 7 **Tableau à double entrée — Matériaux de construction** SOCLE

Un fournisseur de matériaux livre des commandes de bois massif (M), de panneaux agglomérés (A) et de contreplaqué (C). Le tableau donne la répartition des livraisons sur un mois (en nombre de commandes) :

	Conforme	Non conforme	Total
Bois massif	72	8	80
Aggloméré	54	6	60
Contreplaqué	51	9	60
Total	177	23	200

On choisit une commande au hasard.

1. **Étape 1 :** Repérer le nombre total de commandes conformes dans la ligne « Total ». Calculer $P(\text{conforme}) = \dfrac{\cdots}{200}$.
2. **Étape 2 :** Combien de commandes de bois massif au total ? Calculer $P(\text{bois massif}) = \dfrac{\cdots}{200}$.
3. **Étape 3 :** Pour « non conforme et contreplaqué », chercher la case à l'intersection. Calculer $P(\text{non conforme et contreplaqué}) = \dfrac{\cdots}{200}$.
4. **Étape 4 :** On se restreint aux commandes de bois massif uniquement (80 commandes). Parmi elles, combien sont conformes ? Calculer la proportion : $\dfrac{\cdots}{80}$.

Mes calculs :

Exercices d'application

EXERCICE 8 **Commande de panneaux — Menuisier agenceur** STANDARD

Un menuisier agenceur a commandé **1 000 panneaux** de mélaminé : 700 auprès du fournisseur F1 et 300 auprès du fournisseur F2. Au contrôle de réception, 4 % des panneaux de F1 et 7 % des panneaux de F2 présentent un défaut de surface.

1. Quelle est la probabilité qu'un panneau choisi au hasard provienne du fournisseur F2 ?
2. Calculer les effectifs et construire un tableau croisé (F1 / F2 en lignes, Défaut / Sans défaut en colonnes).
3. Calculer la probabilité qu'un panneau choisi au hasard provienne de F1 et présente un défaut de surface.
4. Montrer que la probabilité qu'un panneau présente un défaut de surface est 0,049.
5. Le menuisier refuse tout panneau défectueux. Sur une livraison de 400 panneaux de même provenance, combien peut-il s'attendre à devoir renvoyer ?

Mes calculs :

EXERCICE 9 **Diagnostic de chaudières — Installateur thermique** STANDARD

Un installateur thermique effectue la maintenance annuelle de 150 chaudières réparties dans trois résidences. Le tableau suivant résume les résultats du diagnostic :

	Conforme	À régler	À remplacer	Total
Résidence A	40	15	5	60
Résidence B	30	10	10	50
Résidence C	25	10	5	40
Total	95	35	20	150

On choisit une chaudière au hasard parmi les 150.

1. Calculer la probabilité que la chaudière soit conforme.
2. Calculer la probabilité que la chaudière provienne de la résidence B.
3. Calculer la probabilité que la chaudière soit à remplacer et provienne de la résidence B.
4. Les événements « provenir de la résidence A » et « être à remplacer » sont-ils incompatibles ? Justifier.
5. Calculer la probabilité que la chaudière ne soit **pas** conforme.
6. Sachant que la chaudière provient de la résidence C, quelle est la probabilité qu'elle soit conforme ?

Mes calculs :

EXERCICE 10 **Choix de finition — Poseur de cuisines** STANDARD

Un poseur de cuisines propose trois finitions : mat (M), brillant (B) ou satiné (S). Sur ses **400 dernières commandes**, 180 clients ont choisi le mat, 80 le brillant et le reste le satiné. Parmi eux, 18 clients « mat », 20 clients « brillant » et 21 clients « satiné » ont aussi demandé un plan de travail en granit (G).

1. Calculer le nombre de commandes en finition satinée, puis $P(S)$.
2. Construire un tableau croisé (M / B / S en lignes, Granit / Pas de granit en colonnes).
3. Calculer la probabilité qu'une commande soit en brillant avec un plan en granit.
4. Calculer la probabilité qu'une commande comporte un plan de travail en granit.
5. Le poseur prévoit 200 commandes pour la saison. Combien de plans en granit doit-il prévoir ?

Mes calculs :

Exercices d'approfondissement

Note : ces exercices mobilisent les arbres pondérés et la formule des probabilités totales, en **anticipation du programme de Terminale** (hors programme de Première).

EXERCICE 11 **Arbre pondéré — Chantier de rénovation** APPROFONDISSEMENT

Sur un chantier de rénovation, un artisan commande des fenêtres chez deux fournisseurs. Le fournisseur A livre 60 % des fenêtres et le fournisseur B livre les 40 % restants. Le taux de défaut est de 5 % chez A et de 8 % chez B.

1. Construire un arbre pondéré représentant la situation.
2. Calculer la probabilité qu'une fenêtre choisie au hasard provienne du fournisseur A et soit défectueuse.
3. Calculer la probabilité qu'une fenêtre soit défectueuse.
4. L'artisan reçoit une fenêtre défectueuse. Quelle est la probabilité qu'elle provienne du fournisseur B ?

Mes calculs :

EXERCICE 12 **Problème complet — Enquête transport** APPROFONDISSEMENT

Une entreprise de BTP interroge ses 250 salariés sur leur mode de transport principal.

	Voiture	Transport en commun	Vélo/Marche	Total
Ouvrier	80	30	10	120
Technicien	40	25	15	80
Cadre	35	10	5	50
Total	155	65	30	250

On choisit un salarié au hasard.

1. Calculer la probabilité qu'il vienne en voiture.
2. Calculer la probabilité qu'il soit technicien.
3. Calculer la probabilité qu'il soit ouvrier et utilise le vélo ou la marche.
4. Les événements « être cadre » et « utiliser le vélo/marche » sont-ils incompatibles ? Justifier.
5. Sachant qu'un salarié utilise les transports en commun, quelle est la probabilité qu'il soit technicien ?

Mes calculs :

EXERCICE 13 **Arbre à deux étapes — Contrôle d'un chantier** APPROFONDISSEMENT

Sur un chantier, un conducteur de travaux vérifie la conformité de deux lots successifs. Pour le premier lot, la probabilité de conformité est 0,85. Si le premier lot est conforme, la probabilité que le second le soit aussi est 0,90. Si le premier lot n'est pas conforme, la probabilité que le second soit conforme est 0,70.

1. Construire l'arbre de probabilités complet.
2. Calculer la probabilité que les deux lots soient conformes.
3. Calculer la probabilité qu'au moins un lot soit non conforme.
4. Calculer la probabilité que le second lot soit conforme.

Mes calculs :

EXERCICE 14 **Situation professionnelle — Fiabilité de capteurs** APPROFONDISSEMENT

Un technicien de maintenance installe deux capteurs de température indépendants dans une chaufferie. La probabilité de défaillance de chaque capteur sur un an est de 0,04.

1. Quelle est la probabilité que les deux capteurs tombent en panne la même année ?
2. Quelle est la probabilité qu'au moins un capteur fonctionne ?
3. L'installateur affirme que le système est « fiable à plus de 99 % ». A-t-il raison ? Justifier.

Mes calculs :

MATHÉMATIQUES

02

Probabilités

Probabilités | 1ère Bac Pro

Socle | Standard | Approfondissement | Tout voir

Objectifs du chapitre — cliquer pour développer

Durée : 1 heure **Calculatrice :** autorisée **Barème :** 20 points

Documents : non autorisés

APP - S'Approprier ANA - Analyser REA - Réaliser VAL - Valider COM - Communiquer

SOCLE

Exercice 1 – Tirage dans un lot de pièces

8 points

	B	non B	Total
A			
non A			

Tableau croisé

Un menuisier agenceur reçoit un lot de **100 panneaux de bois**. Après vérification, **8 panneaux** sont défectueux et **92 panneaux** sont conformes.

On choisit un panneau au hasard dans le lot.

1. APP Combien d'issues possibles y a-t-il ? *(1 pt)*

Aide : une issue = un panneau choisi.

2. REA Calculer la probabilité de l'événement D : « le panneau est défectueux ». *(2 pts)*

Aide : $P(D) = \dfrac{\text{nombre de panneaux défectueux}}{\text{nombre total de panneaux}} = \dfrac{\ldots}{\ldots}$

3. REA En déduire $P(\bar{D})$, la probabilité que le panneau soit conforme. *(2 pts)*

Aide : $P(\bar{D}) = 1 - P(D) = 1 - \ldots = \ldots$

4. ANA Sur un lot de 500 panneaux, combien peut-on estimer de panneaux défectueux ? *(1,5 pt)*

Aide : nombre estimé = $500 \times P(D) = 500 \times \ldots = \ldots$

5. COM Le fournisseur garantit un taux de défaut inférieur à 10 %. Le lot est-il conforme à la garantie ? Justifier. *(1,5 pt)*

Exercice 2 – Tableau croisé guidé

12 points

Un installateur thermique reçoit une livraison de **200 tubes en cuivre** provenant de deux fournisseurs :

- **Fournisseur A** : 140 tubes ; parmi eux, 5 % sont défectueux.
- **Fournisseur B** : 60 tubes ; parmi eux, 10 % sont défectueux.

Étape 1 : APP Calculer les effectifs manquants et compléter le tableau sur votre copie. *(3 pts)*

Aide : 5 % de 140 = ... tubes défectueux chez A ; 10 % de 60 = ... tubes défectueux chez B.

	Défectueux (D)	Conforme (C)	Total
Fournisseur A	......	......	140
Fournisseur B	......	......	60
Total	......	......	200

Étape 2 : REA On choisit un tube au hasard. Calculer la probabilité qu'il vienne du fournisseur A **et** soit défectueux. *(2 pts)*

Aide : $P(A \cap D) = \dfrac{\text{effectif de la case A-D}}{200}$

Étape 3 : REA De même, calculer $P(B \cap D)$. *(2 pts)*

Étape 4 : ANA En déduire la probabilité qu'un tube soit défectueux : $P(D)$. *(2 pts)*

Aide : utiliser le total de la colonne D.

Étape 5 : REA Calculer $P(\bar{D})$. *(1,5 pt)*

Étape 6 : VAL Vérifier que la somme des effectifs des 4 cases intérieures vaut bien 200. *(1,5 pt)*

STANDARD

Exercice 1 – Contrôle qualité en production

8 points

Une usine fabrique des pièces métalliques sur deux lignes de production. Un contrôle qualité est effectué sur un lot de **500 pièces**. Les résultats sont consignés dans le tableau suivant.

	Conforme (C)	Défectueuse (D)	Total
Ligne A	252	28	280
Ligne B	198	22	220
Total	450	50	500

On choisit une pièce au hasard dans le lot. On note :

- A : « la pièce provient de la ligne A »
- D : « la pièce est défectueuse »

1. APP Déterminer $P(A)$ et $P(D)$. *(2 pts)*

2. REA Calculer $P(A \cap D)$, la probabilité que la pièce provienne de la ligne A **et** soit défectueuse. *(1,5 pt)*

3. ANA Calculer $P_A(D)$, la probabilité qu'une pièce soit défectueuse sachant qu'elle provient de la ligne A. *(1,5 pt)*

4. ANA Calculer de même $P_B(D)$. Quelle ligne de production a le meilleur taux de conformité ? *(2 pts)*

5. COM Parmi les pièces **défectueuses**, quelle proportion provient de la ligne A ? Exprimer le résultat sous forme de probabilité conditionnelle et interpréter par une phrase. *(1 pt)*

Exercice 2 – Maintenance d'un parc de chaudières

12 points

Une entreprise de maintenance suit un parc de **200 chaudières** : 120 fonctionnent au gaz et 80 au fioul. Cette année, 18 chaudières au gaz et 14 chaudières au fioul sont tombées en panne.

On choisit une chaudière au hasard dans le parc. On note :

- G : « la chaudière fonctionne au gaz »
- P : « la chaudière est tombée en panne cette année »

1. APP Compléter le tableau croisé sur votre copie. *(2 pts)*

	Panne (P)	Pas de panne ($\overline{P}$)	Total
Gaz (G)	18	……	120
Fioul (F)	14	……	80
Total	……	……	200

2. REA Calculer $P(G)$ et $P(P)$. *(2 pts)*

3. REA Calculer $P(G \cap P)$. *(2 pts)*

4. REA Calculer $P(G \cup P)$ à l'aide de la formule $P(G \cup P) = P(G) + P(P) - P(G \cap P)$. *(3 pts)*

5. ANA Calculer $P_G(P)$ et $P_F(P)$. Quel type de chaudière tombe le plus souvent en panne ? *(1,5 pt)*

6. VAL Retrouver $P(G \cup P)$ par dénombrement direct dans le tableau et vérifier la cohérence avec la question 4. *(1,5 pt)*

APPROFONDISSEMENT

Note : cette version mobilise les arbres pondérés et la formule des probabilités totales, en **anticipation du programme de Terminale** (hors programme de Première).

Exercice 1 – Fiabilité d'un système de détection

8 points

	B	non B	Total
A			
non A			

Tableau croisé

Un technicien de maintenance énergétique utilise un capteur de fuite de gaz. Le capteur a les caractéristiques suivantes :

- S'il y a une fuite, le capteur la détecte dans 98 % des cas.
- S'il n'y a pas de fuite, le capteur donne une fausse alerte dans 3 % des cas.

- On estime que 2 % des installations présentent réellement une fuite.

On note F : « il y a une fuite » et A : « le capteur donne une alerte ».

1. APP Traduire les données en probabilités : $P(F)$, $P_F(A)$, $P_{\bar{F}}(A)$. *(1,5 pt)*

2. COM Construire l'arbre pondéré complet. *(2 pts)*

3. REA Calculer $P(A)$, la probabilité totale qu'une alerte se déclenche. *(2 pts)*

4. ANA Sachant que le capteur a donné une alerte, quelle est la probabilité qu'il y ait réellement une fuite ? Calculer $P_A(F)$ et commenter. *(2,5 pts)*

Exercice 2 – Stratégie d'approvisionnement

12 points

	B	non B	Total
A			
non A			

Tableau croisé

Un ébéniste s'approvisionne en bois exotique auprès de trois fournisseurs X, Y et Z :

- X fournit 50 % du bois, avec 4 % de pièces non conformes
- Y fournit 30 % du bois, avec 6 % de pièces non conformes
- Z fournit 20 % du bois, avec 10 % de pièces non conformes

1. COM Construire l'arbre pondéré à deux niveaux (fournisseur, puis conforme/non conforme). *(2 pts)*

---

2. REA Calculer la probabilité totale qu'une pièce soit non conforme. *(2,5 pts)*

---

3. ANA Sachant qu'une pièce est non conforme, de quel fournisseur a-t-elle le plus de chances de provenir ? Calculer les trois probabilités conditionnelles $P_{NC}(X)$, $P_{NC}(Y)$ et $P_{NC}(Z)$. *(3 pts)*

---

4. ANA L'ébéniste envisage de remplacer Z par un nouveau fournisseur W qui aurait 3 % de non conformes. Calculer le nouveau taux global de non-conformité. L'amélioration est-elle significative ? *(2,5 pts)*

---

5. VAL Proposer une stratégie d'approvisionnement (répartition entre fournisseurs) qui permettrait d'atteindre un taux de non-conformité global inférieur à 4 %. Justifier. *(2 pts)*
