

TD EM1

Électrostatique

A. Champ créé par un tube de charge infini _____ ●○○

1. Déterminer en tout point de l'espace le champ électrostatique (puis le potentiel) créé par un tube de rayon b et de longueur infinie, chargé uniformément en volume ($\rho = \text{cst}$).
2. Dans quelles conditions cette distribution de charges serait-elle modélisable par un fil infini ?

B. Champ créé par une coquille sphérique _____ ●○○

Déterminer en tout point de l'espace le champ électrostatique (puis le potentiel) créé par une sphère chargée uniformément en surface ($\sigma = \text{cst}$).

C. Champ créé par une distribution sphérique _____ ●●○

1. Déterminer en tout point de l'espace le champ électrostatique (puis le potentiel) créé par la distribution suivante :
 - $r < a$, la densité volumique de charge vaut 0
 - $a < r < b$, la densité volumique de charge vaut $\rho = \text{cst}$
 - $b < r$, la densité volumique de charge vaut 0.
2. En utilisant le théorème de superposition (avec quelles distributions ?), retrouver le résultat précédent.

D. Boule chargée non-uniformément _____ ●●○

Une boule de rayon R porte une charge répartie avec une densité volumique non uniforme : $\rho = \rho_0 \left(1 - \frac{r}{R}\right)$. Déterminer le champ électrostatique (puis le potentiel) en un point M à la distance r du centre O .

E. Champ généré par un dipôle _____ ●○○

Le potentiel électrostatique généré par un dipôle électrostatique est, en coordonnées polaires, défini par :

$$V(M) = \frac{qd \cos \theta}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

Déterminer le champ électrostatique $\vec{E}(M)$ dont on fournit une carte (Figure 1).

F. Condensateur plan _____ ●○○

1. Déterminer le champ électrostatique créé par un plan infini chargé en surface avec une densité surfacique de charge σ .

On considère un condensateur plan. Les armatures A et B du condensateur peuvent être considérées comme deux plans infinis chargés en surface avec une densité surfacique de charge σ et $-\sigma$. L'air qui entoure les armatures est de permittivité ϵ_0 . Les armatures sont distantes de e .

2. Déterminer (sans calculs excessifs) le champ électrostatique à l'intérieur et à l'extérieur du condensateur.

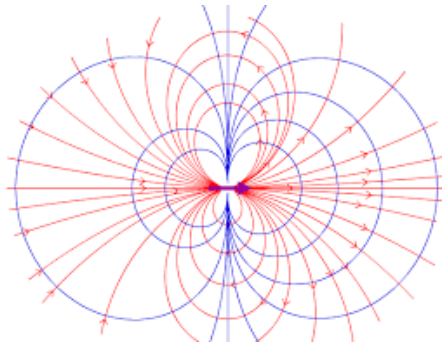


FIGURE 1 – Cartes de champ et d'équipotentiellles d'un dipôle électrostatique

3. En déduire la différence de potentiel en les deux armatures $V_A - V_B$.
4. Rappeler la définition de la capacité d'un condensateur en fonction de la charge Q des armatures et de la tension U_{AB} aux bornes du condensateur.
5. En déduire l'expression de la capacité C_0 du condensateur.

Le diélectrique placé entre les armatures est en fait de la bakélite de permittivité relative ϵ_r (sa permittivité est donc $\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0$).

6. Exprimer la capacité du condensateur en fonction de C_0 .
7. AN : $\epsilon_r = 5,0$, $e = 0,10 \text{ mm}$, $U = 10 \text{ V}$, $S = 5,0 \text{ mm} \times 5,0 \text{ mm}$

G. Quadrupôle

En un point O est placée la charge $+2q$. Deux points A et B symétriques par rapport à O portent chacun la charge $-q$. On pose $OA = OB = a$. On se propose d'étudier le champ créé par cette distribution en un point M éloigné. On pose $OM = r \gg a$ et $\theta = (\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OM})$. La carte de champ et d'équipotentiellles, dans le plan, est la suivante :

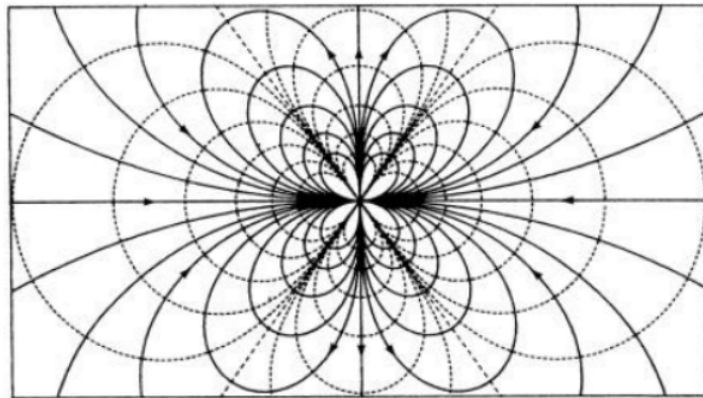


FIGURE 2 – Cartes de champ et d'équipotentiellles d'un quadrupôle

Le potentiel généré par une telle distribution (en variables polaires) vaut

$$V(M) = \frac{qa^2}{4\pi\epsilon_0 r^3} (1 - 3\cos^2 \theta)$$

1. La carte de champ est-elle cohérente avec la distribution de charges ? Que peut-on dire des équipotentiellles ? Existe-t-il des plans de symétries ? d'antisymétrie ?
2. Donner la relation entre le champ électrostatique et le potentiel.
3. En déduire les composantes du champ électrostatique en tout point de l'espace.

H. Distributions discrètes de charges

1. On considère deux charges identiques $+q$ placées symétriquement par rapport à O sur l'axe x , en $x = -a$ et $x = a$. Analyser les symétries de la distribution de charges. Calculer le champ électrique et le potentiel en O .
2. On considère deux charges $+q$ et $-q$ placées symétriquement par rapport à O sur l'axe x , en $x = -a$ et $x = a$. Analyser les symétries de la distribution de charges. Calculer le champ électrique et le potentiel en O .
3. On considère quatre charges identiques $+q$ placées au sommet d'un carré de côté $2a$ et de centre O sur l'axe x . Analyser les symétries de la distribution de charges. Calculer le champ électrique et le potentiel en O .
4. Attribuer les cartes de champs aux trois cas ci-dessus. Que peut-on dire des charges figurant sur la quatrième ?

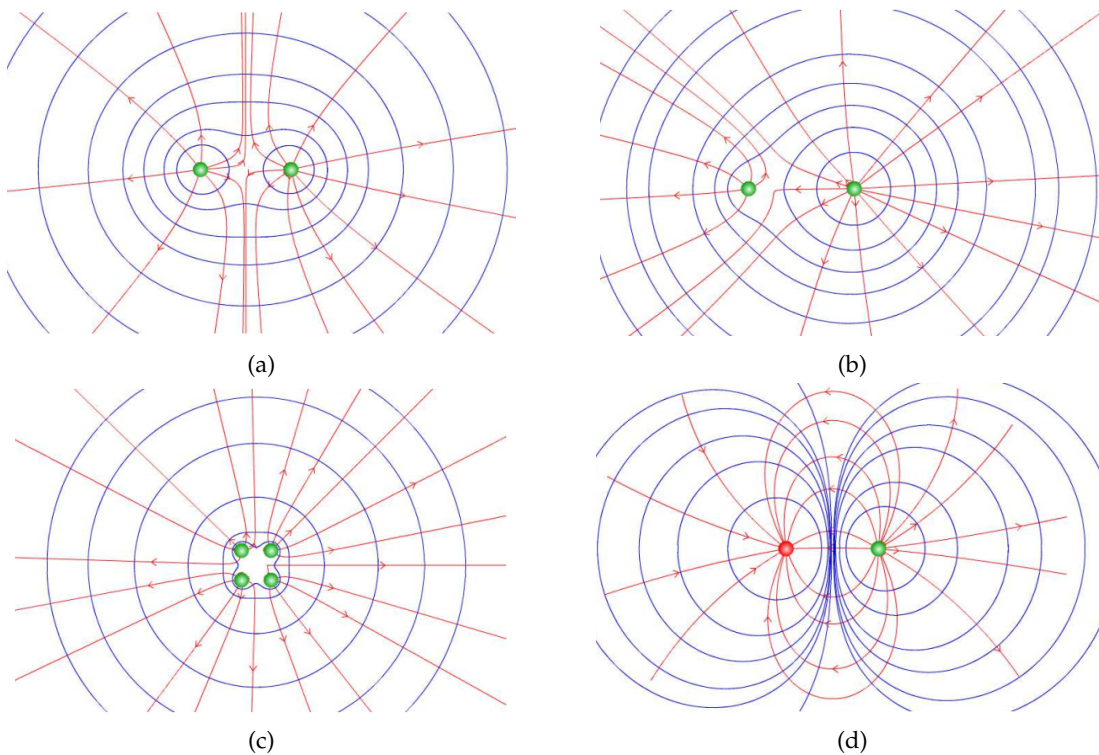


FIGURE 3 – Cartes de champ électrostatique $\vec{E}(M, t)$ et d'équipotentielles

I. Plan percé d'un trou circulaire

1. Un disque de rayon R , de centre O , porte une distribution surfacique de charges de densité uniforme σ . On donne le champ créé en un point M de l'axe (Oz) :

$$\vec{E}(M) = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left[\frac{z}{|z|} - \frac{z}{\sqrt{R^2 + z^2}} \right] \vec{u}_z$$

Donner l'approximation du champ électrique quand $R \gg z$, puis $z \gg R$. Commenter.

2. Un plan infini (Oxy) porte une distribution surfacique de charges de densité uniforme σ . Déterminer le champ électrique créé en un point M à une distance z .
3. Un plan infini (Oxy) porte une densité de charge uniforme σ , mais est percé d'un disque circulaire de rayon R et de centre O . Déterminer le champ électrique créé en un point M de l'axe (Oz) à une distance z .

J. Champ de gravitation terrestre ●●○

La Terre est assimilée à une sphère de centre O , de rayon $R_T = 6380$ km, de masse $M_T = 5,98 \cdot 10^{24}$ kg, uniformément répartie dans tout le volume.

1. Déterminer le champ de gravitation $\vec{G}_T$ en tout point de l'espace.
2. Tracer $G_T = \|\vec{G}_T\|$ en fonction de $r = OM$.
3. Calculer G_0 , valeur de G_T à la surface de la Terre.

L'étude des ondes sismiques révèle que le modèle d'une masse uniformément répartie n'est pas réaliste. Le modèle décrit par la courbe sur la figure 4 est plus conforme aux observations.

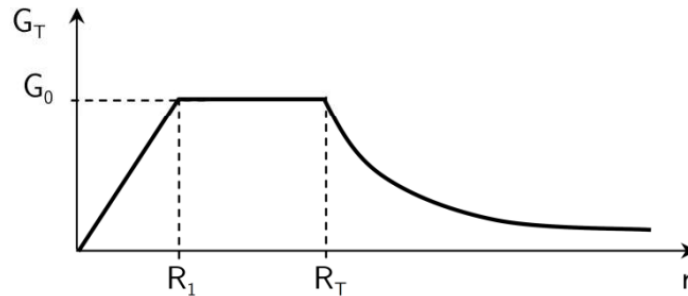


FIGURE 4 – Champ de gravitation terrestre

4. Tracer sur le même graphique la courbe obtenue à la question précédente quand on supposait une masse volumique uniforme, en précisant soigneusement le raisonnement.
5. Calculer la masse volumique moyenne du noyau terrestre ($0 < r < R_1$). On prendra $R_1 = 3500$ km.
6. Tracer l'allure de la masse volumique $\rho(r)$ de la Terre. Préciser en particulier si $\rho(r)$ est croissante ou décroissante dans le manteau terrestre ($R_1 < r < R_T$).

K. Une modélisation d'un noyau atomique ●●●

La répartition de charge au sein de certains noyaux atomiques peut être modélisée par une densité volumique de la forme

$$\rho(r) = \begin{cases} \rho_0 \left(1 - \frac{r^2}{a^2}\right) & \text{si } r \leq a \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

où a est le rayon du noyau et r est la distance au centre O .

1. Exprimer ρ_0 en fonction du numéro atomique Z du noyau.
2. Calculer le champ électrostatique créé par le noyau en tout point de l'espace.
3. Représenter graphiquement sa norme en fonction de r .
4. En déduire le potentiel électrostatique $V(M)$.
5. Si on avait souhaité calculer seulement le champ ressenti par un électron de l'atome, quelle démarche beaucoup plus simple aurait-on pu adopter ? Expliquer pourquoi elle s'applique.

L. Champ créé par un fil infini ●○○

Déterminer en tout point de l'espace le champ électrostatique (puis le potentiel) créé par un fil de longueur infinie, chargé uniformément ($\lambda = \text{cst}$).