

TD E1

Filtrage de signaux périodiques

A. Vrai ou faux _____ ●○○

1. Si, en sortie d'un filtre linéaire, nous obtenons un signal $s(t)$ jugé trop faible, il suffit d'augmenter l'amplitude de $e(t)$ d'un facteur 10 pour avoir un signal $s(t)$ 10 fois plus important.
2. Si, en sortie de l'alternateur d'une éolienne, la tension est sinusoïdale de 600 V et 200 Hz, il est possible de concevoir un convertisseur linéaire pour ensuite injecter la tension sur le réseau électrique à 230 V et 50 Hz.
3. Soit un filtre de fonction de transfert $\underline{H}(j\omega)$. Un signal $e(t) = E \cos \omega_1 t$ placé à son entrée donne en sortie le signal $s(t) = H(\omega_1) \cdot E \cos \omega_1 t$.
4. Un filtre possède un caractère intégrateur si sa fonction de transfert peut se mettre sous la forme $\underline{H}(j\omega) = \frac{H_0}{j\omega}$.
5. Un signal sinusoïdal $e(t)$ en entrée d'un système linéaire donne nécessairement un signal sinusoïdal de même fréquence en sortie, mais d'amplitude différente et déphasé.
6. Un signal carré en entrée d'un système linéaire donne nécessairement un signal carré en sortie, de même période, mais d'amplitude différente et déphasé.
7. Il y a exactement les mêmes raies dans le spectre du signal de sortie que dans le spectre du signal d'entrée.
8. Pour obtenir la hauteur des raies de pulsation ω_i du spectre en amplitude du signal de sortie, il suffit de connaître celles du signal d'entrée et de multiplier, pour chacune, leur hauteur respective par le module de $\underline{H}(j\omega_i)$.
9. Un filtre passe-bande annule la composante continue du signal
10. Un filtre passe-haut permet de récupérer en sortie la valeur moyenne du signal.

B. Représentations temporelle et fréquentielle _____ ●●○

Un technicien a relevé le spectre de 6 signaux, tous de même période $T = 1$ ms. En analysant qualitativement la forme des signaux, associer chaque spectre à son signal.

Sur les chronogrammes, l'axe temporel est gradué en ms. Pour les spectres, l'axe des abscisses est gradué en kHz.

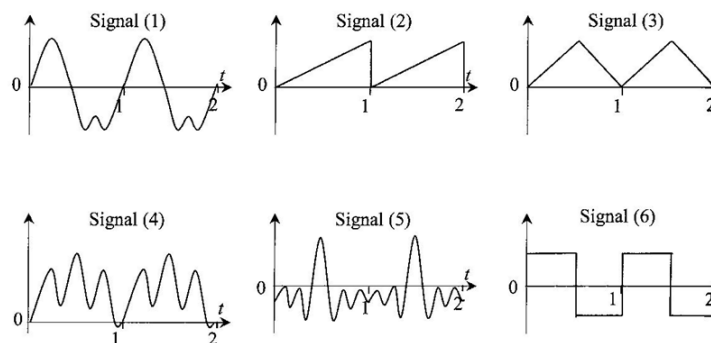


FIGURE 1 – Chronogrammes

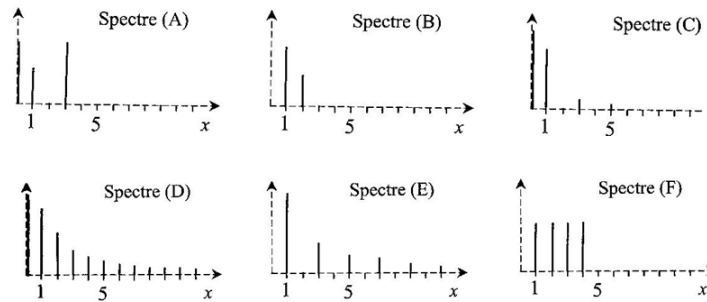


FIGURE 2 – Spectres des signaux

C. Superposition de deux sinusoides

On considère la tension exprimée en volts $u(t) = 5 + 7 \cos(100\pi t) + 5 \sin(150\pi t)$

1. Représenter le spectre de Fourier en fréquence du signal $u(t)$.
2. On place ce signal à l'entrée d'un filtre passe bas de fonction de transfert $\underline{H} = \frac{1}{1+j\frac{\omega}{100\pi}}$. Déterminer le spectre du signal de sortie.

D. Caractérisation de filtres

On place un signal dont le spectre est représenté Figure 5 à l'entrée de trois quadripôles différents. Parmi ces trois quadripôles, deux sont des filtres que vous devez caractériser au mieux. Que peut-on dire du troisième quadripôle ?

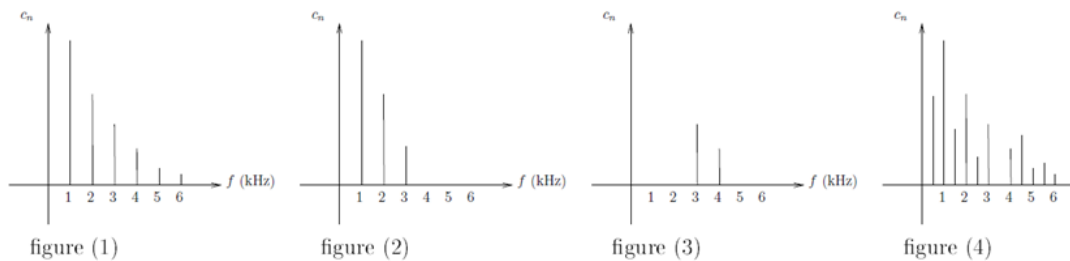


FIGURE 3 – Spectres

E. Action d'un filtre sur un signal triangulaire

La fonction de transfert d'un circuit est de la forme : $\underline{H} = \frac{3}{1+jQ(x-\frac{1}{x})}$ avec $Q = \frac{1}{RC\omega_0}$ et $x = \frac{\omega}{\omega_0}$. De plus $\omega_0 = \frac{2}{RC}$ et on donne $R = 1,0 \text{ k}\Omega$ et $C = 30 \text{ nF}$.

On applique à l'entrée, une tension triangulaire de fréquence $f = 10 \text{ kHz}$ et d'amplitude $2,0 \text{ V}$, dont le développement en série de Fourier est :

$$\frac{8A}{\pi^2} \sum_{p=0}^{\infty} \frac{\sin((2p+1)\omega t)}{(2p+1)^2}$$

1. Donner la nature du filtre et ses caractéristiques.
2. Caractériser le signal obtenu en sortie du filtre : nature, fréquence, amplitude.

F. Action de filtres du premier ordre ●●○

1. Étude des fonctions de transfert ●○○

La fonction de transfert $\underline{H}$ du filtre passe-bas du 1^{er} ordre peut s'écrire, avec H_0 est un réel positif ou négatif :

$$H = \frac{H_0}{1 + j\omega/\omega_0}$$

1. Exprimer sa fréquence de coupure.
2. Préciser les comportement ce filtre dans les deux bandes de fréquence. (dérivateur, intégrateur, simple amplificateur, amplificateur inverseur,...).

La fonction de transfert $\underline{H}$ du filtre passe-haut du 1^{er} ordre peut s'écrire, avec H_0 est un réel positif ou négatif :

$$H = \frac{1}{1 - j\omega_0/\omega}$$

3. Exprimer sa fréquence de coupure.
4. Préciser les comportement ce filtre dans les deux bandes de fréquence.

2. Actions de filtre sur un signal ●●○

1. Les figures donnent une tension d'entrée d'un filtre d'ordre 1, appelé filtre A, et deux tensions de sortie correspondant à des fréquences d'entrée de 50 Hz puis 10 kHz.

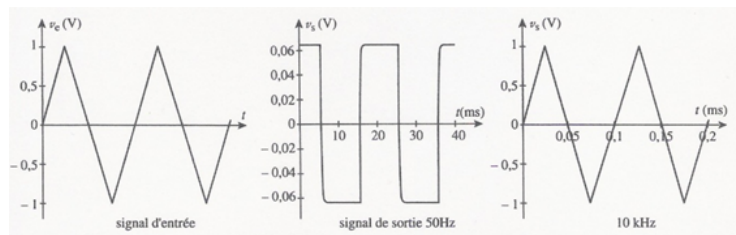


FIGURE 4 – Oscillogramme filtre A

- Quel est le type de filtre utilisé?
 - Quel est sa fréquence de coupure?
2. Les figures donnent une tension d'entrée d'un filtre d'ordre 1, appelé filtre B, et deux tensions de sortie correspondant à des fréquences d'entrée de 100 Hz puis 20 kHz.

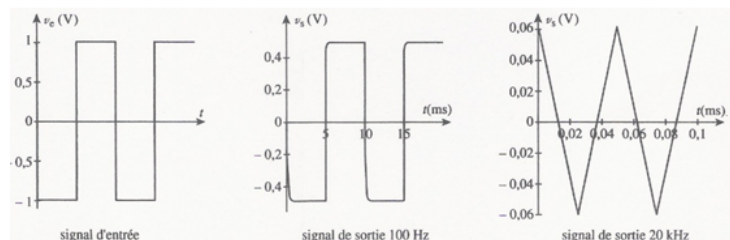


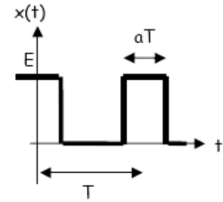
FIGURE 5 – Oscillogramme filtre B

- Quel est le type de filtre utilisé?
- Quel est sa fréquence de coupure?

G. Signal impulsionnel

On a enregistré le spectre d'un signal impulsionnel dont on rappelle l'allure et la décomposition en série de Fourier.

$$x(t) = aE \left[1 + \frac{2\sin(\pi a)}{\pi a} \cos(\omega t) + \dots + \frac{2\sin(n\pi a)}{n\pi a} \cos(n\omega t) + \dots \right]$$



L'allure du spectre est présentée sur la figure 6

1. Mettre en évidence sur le spectre la valeur moyenne, le fondamental et les harmoniques 2, 8 et 12.
2. Déterminer graphiquement la fréquence de l'harmonique 32. En déduire la fréquence et la période du signal.
3. Grâce à la décomposition fournie, rappeler l'amplitude de l'harmonique de rang n .
4. En utilisant le fait que l'harmonique $n = 8$ a une amplitude nulle, déterminer le rapport cyclique a du signal.

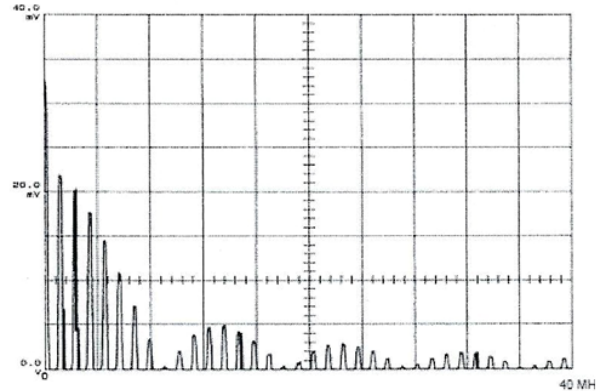


FIGURE 6 – Spectre d'un signal impulsion

H. Filtre RLC

On étudie le filtre dont le schéma du montage est fourni dans la figure 7.

1. Calculer la fonction de transfert du filtre et la mettre sous la forme canonique habituelle

$$\underline{H} = \frac{H_0}{1 + jQ \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)}$$

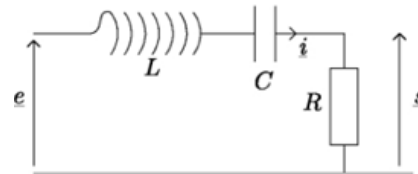
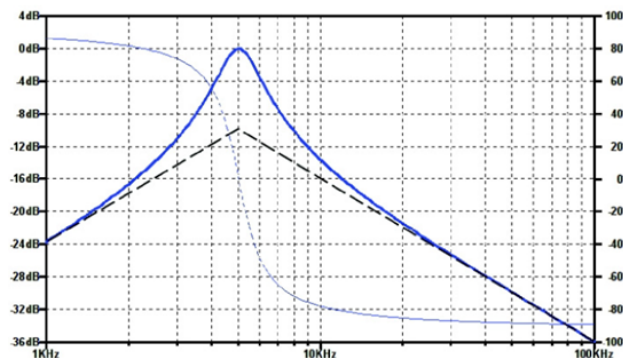
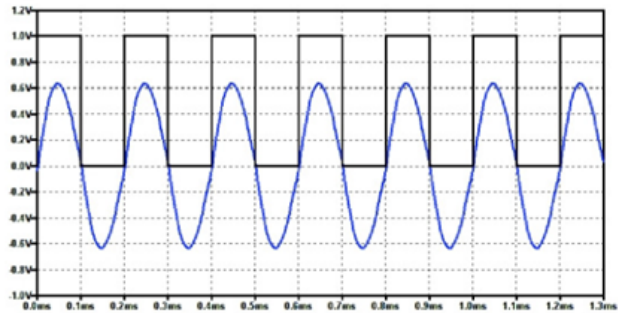


FIGURE 7 – Schéma filtre RLC

2. Déterminer à l'aide du diagramme de BODE suivant les valeurs de L et C . On donne : $R = 100 \Omega$. Donner aussi la valeur de la bande passante Δf .
3. On alimente le circuit précédent par un signal rectangulaire, et on mesure à l'oscilloscope les tensions en entrée et en sortie. Justifier les courbes obtenues par une analyse spectrale.



(a) Diagramme de BODE



(b) Oscillogrammes

FIGURE 8 – Filtre RLC

I. Étude d'un filtre oral CCINP MP ●●●

On considère le filtre de la figure 9. On fixe $f_0 = 10$ Hz.

1. On donne $R_1 = 90 \text{ k}\Omega$ et $C_1 = 10 \text{ nF}$. En utilisant le comportement du filtre en basse fréquence et en haute fréquence, déterminer R_2 et C_2 .
2. Quel est le comportement du filtre dans la plage 100 Hz – 100 kHz ?
3. On envoie en entrée un signal de fréquence 1 kHz constitué des deux premières harmoniques de rang pair, d'amplitudes respectives 6 V et 4 V. Quel est le signal en sortie ?
4. On envoie maintenant

$$u_e(t) = 10 \cos(2\pi f_1 t) + 10 \cos(2\pi f_2 t) \quad (\text{en volts})$$

avec $f_1 = 10$ Hz et $f_2 = 100$ kHz. Quel est le signal en sortie ?

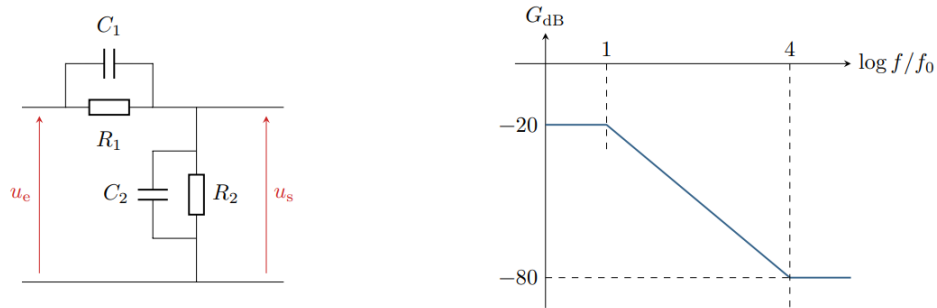


FIGURE 9 – Schéma et diagramme de BODE du montage étudié