

Je vais apprendre à :

- Reconnaître un **phénomène discret** et le modéliser par une suite numérique
- Identifier une suite **géométrique** et en déterminer la raison q
- Calculer le **terme de rang** n avec la formule $u_n = u_0 \times q^n$
- Représenter une suite par un **nuage de points** (n, u_n)
- Déterminer le **sens de variation** d'une suite géométrique selon la valeur de q
- Calculer la **somme des premiers termes** à l'aide d'une formule ou d'un tableur

Introduction — Les phénomènes discrets

Dans la vie professionnelle, certaines grandeurs n'évoluent pas de façon *continue* dans le temps, mais **par étapes successives** : mois par mois, année par année, livraison après livraison. On parle de **phénomènes discrets**.

EXEMPLES DISCRETS

- Valeur d'une machine chaque année
- Solde d'un compte bancaire mois par mois
- Consommation d'énergie chaque hiver
- Nombre d'appareils installés chaque trimestre
- Tarif d'un contrat de maintenance chaque année

À NE PAS CONFONDRE

- **Continu** : la température d'un local varie à chaque instant
- **Discret** : la facture mensuelle de gaz est calculée une fois par mois

Les suites numériques modélisent des phénomènes **discrets** : on ne calcule qu'un nombre fini de valeurs, séparées par des intervalles de temps réguliers.

Situation professionnelle

Dépréciation d'équipements et capitalisation d'une épargne

ICCER **Maintenance** : Une entreprise de génie climatique achète une pompe à chaleur neuve à 12 000 €. Chaque année, elle perd 15 % de sa valeur. Au bout de combien d'années vaut-elle moins de 4 000 € ? Quel est son prix de revente après 5 ans ?

ERA-MA **Menuiserie/Agencement** : Le chiffre d'affaires d'un atelier de menuiserie est de 180 000 € la première année. Il augmente de 6 % chaque année. Quel sera le chiffre d'affaires à la 8^e année ? Quel sera le chiffre d'affaires cumulé sur 8 ans ?

Ces deux situations se modélisent avec le même outil mathématique : la **suite géométrique**.

1. Notion de suite numérique

DÉFINITION

Une **suite numérique** est une liste ordonnée de nombres, notée (u_n) . Chaque nombre est un **terme** de la suite.

- n est le **rang** (un entier, en général $n \geq 0$)
- u_n est le **terme de rang n**
- u_0 est le **premier terme** (ou terme initial)

EXEMPLE — VALEUR D'UNE CHAUDIÈRE

Une chaudière neuve vaut 8 500 €. Chaque année, elle perd 15 % de sa valeur.

Rang n (année)	0	1	2	3	4
Valeur u_n (€)	8 500	7 225	6 141	5 220	4 437

La suite (u_n) représente la valeur de la chaudière après n années. Ici $u_0 = 8\,500$ et $u_1 = 7\,225$.

DEUX FAÇONS DE DÉFINIR UNE SUITE

- **Par une formule explicite** (terme général) : $u_n = f(n)$. On calcule directement n'importe quel terme en remplaçant n par sa valeur.
- **Par récurrence** : on donne u_0 et une relation $u_{n+1} = \dots$ exprimant chaque terme à partir du précédent.

2. Suite géométrique — Définition

DÉFINITION

Une suite (u_n) est **géométrique** lorsque chaque terme s'obtient en **multipliant le terme précédent par un même nombre** q , appelé la **raison** :

$$u_{n+1} = u_n \times q$$

La raison q est non nulle. Le premier terme u_0 est aussi non nul.

APPLICATION

Un artisan menuisier achète un tour à bois pour
8 000 €

. Chaque année, il perd 12 % de sa valeur. Écris la relation de récurrence de la suite des valeurs. Identifie u_0 et q .

MÉTHODE — IDENTIFIER UNE SUITE GÉOMÉTRIQUE

Pour vérifier qu'une suite est géométrique, calculer le
quotient de deux termes consécutifs

:

$$\frac{u_1}{u_0}, \quad \frac{u_2}{u_1}, \quad \frac{u_3}{u_2}, \dots$$

Si tous ces quotients sont

égaux

, la suite est géométrique et leur valeur commune est la raison q .

EXEMPLES

ERA-MA

Dépréciation d'une machine

Valeurs successives (€) : 45 000 → 39 600 →
34 848 → 30 666

$$\frac{39\,600}{45\,000} = 0,88 \quad | \quad \frac{34\,848}{39\,600} = 0,88 \quad \checkmark$$

Suite géométrique de raison $q = 0,88$
(perte de 12 % par an).

ICCER

Capital avec intérêts

Capital (€) : 1 000 → 1 030 → 1 060,9 → 1
092,7

$$\frac{1\,030}{1\,000} = 1,03 \quad | \quad \frac{1\,060,9}{1\,030} = 1,03 \quad \checkmark$$

Suite géométrique de raison $q = 1,03$
(intérêts de 3 % par an).

ATTENTION

Dans une suite géométrique, on **multiplie** par q à chaque étape. Ne pas confondre avec la suite arithmétique où l'on **additionne** une même valeur r .

Type	Passage d'un terme au suivant	Exemple
Arithmétique	$u_{n+1} = u_n + r$ (addition)	+22 chaque mois (loyer)
Géométrique	$u_{n+1} = u_n \times q$ (multiplication)	$\times 0,88$ chaque année (dépréciation)

3. Calcul du terme de rang n

Pour calculer directement le terme u_n sans calculer tous les termes précédents, on utilise la formule du terme général.

PROPRIÉTÉ — TERME GÉNÉRAL

Si (u_n) est une suite géométrique de premier terme u_0 et de raison q , alors :

$$u_n = u_0 \times q^n$$

APPLICATION

Un fabricant de mobilier investit
20 000 €

dans une machine de découpe. Sa valeur diminue de 8 % par an. Calcule la valeur de la machine après 6 ans.

$$u_n = u_0 \times q^n$$

Premier terme $\times$ raison à la puissance n | n = nombre d'étapes depuis le départ

MÉTHODE — CALCULER UN TERME

1. Identifier u_0 (valeur de départ) et q (raison)
2. Écrire $u_n = u_0 \times q^n$
3. Remplacer n par le rang voulu
4. Calculer q^n à la calculatrice (touche $^$ ou x^y)

Sur la calculatrice : pour calculer $0,88^5$, taper : $0,88 \wedge 5 =$

EXEMPLE RÉSOLU ICCER — POMPE À CHALEUR

Une pompe à chaleur neuve vaut 12 000 €. Elle perd 15 % de sa valeur chaque année.

Identification :

- Perte de 15 % $\rightarrow$ il reste 85 % chaque année $\rightarrow$ raison $q = 1 - 0,15 = 0,85$
- Premier terme : $u_0 = 12\,000$
- Suite géométrique : $u_n = 12\,000 \times 0,85^n$

Calculs :

Valeur après 3 ans : **Math input error**

Valeur après 5 ans : **Math input error**

Année n	0	1	2	3	4	5	6
$0,85^n$	1	0,850	0,722	0,614	0,522	0,444	0,377
Valeur u_n (€)	12 000	10 200	8 670	7 370	6 265	5 325	4 525

ATTENTION — AUGMENTATION ET DIMINUTION EN %

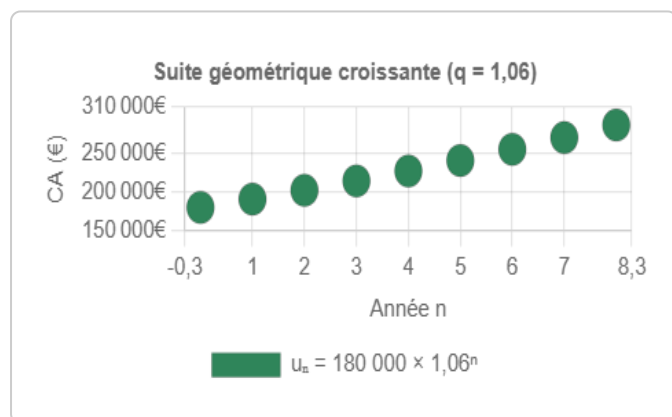
Situation	Raison q
Augmentation de $t\%$	$q = 1 + \frac{t}{100}$ (ex : $+6\% \rightarrow q = 1,06$)
Diminution de $t\%$	$q = 1 - \frac{t}{100}$ (ex : $-15\% \rightarrow q = 0,85$)

4. Représentation graphique — Nuage de points (n, u_n)

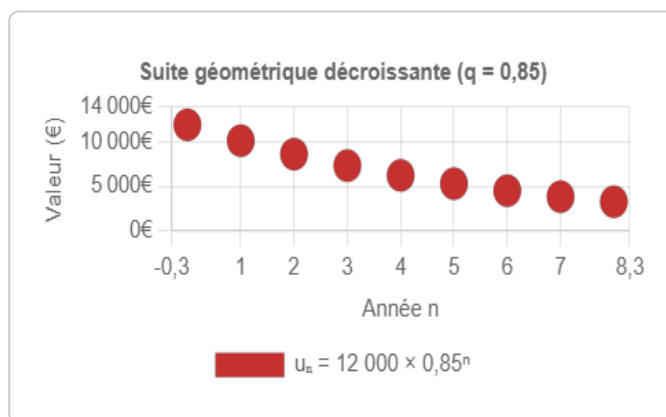
Une suite se représente par un **nuage de points** dans un repère : l'axe des abscisses contient le rang n et l'axe des ordonnées contient la valeur u_n .

RÈGLE IMPORTANTE

Les points du nuage **ne sont jamais reliés**. Le rang n est un nombre entier : il n'y a pas de valeur entre $n = 2$ et $n = 3$, par exemple.



CA d'un atelier : $u_n = 180\,000 \times 1,06^n$
($q > 1 \rightarrow$ croissant)



Pompe à chaleur : $u_n = 12\,000 \times 0,85^n$
($0 < q < 1 \rightarrow$ décroissant)

MÉTHODE — TRACER LE NUAGE DE POINTS

1. Calculer les premiers termes de la suite (au moins 6 à 8)
2. Placer les points $(0, u_0), (1, u_1), (2, u_2), \dots$
3. Choisir une échelle adaptée sur l'axe des ordonnées
4. **Ne pas relier les points** — ce sont des valeurs isolées

5. Sens de variation d'une suite géométrique

La façon dont évolue la suite dépend directement de la valeur de la raison q , lorsque $u_0 > 0$ (ce qui est le cas dans tous les contextes professionnels).

TABLEAU DE VARIATION SELON Q

Valeur de q	Évolution de la suite	Exemple professionnel
$q > 1$	Suite croissante <i>Les termes augmentent</i>	Capital avec intérêts, chiffre d'affaires en hausse
$0 < q < 1$	Suite décroissante <i>Les termes diminuent vers 0</i>	Dépréciation d'équipement, perte de valeur
$q = 1$	Suite constante <i>Tous les termes sont égaux</i>	Tarif inchangé d'année en année
$q < 0$	Suite qui alterne (+ puis – puis +...) <i>Rare en contexte professionnel</i>	—

COMMENT DÉTERMINER LE SENS DE VARIATION

Étape 1 : Identifier la raison q de la suite géométrique.

Étape 2 : Comparer q à 1 :

- Si $q = 1,06 \rightarrow q > 1 \rightarrow$ la suite est **croissante** ✓
- Si $q = 0,88 \rightarrow 0 < q < 1 \rightarrow$ la suite est **décroissante** ✓

Interprétation professionnelle : une dépréciation (perte de valeur) correspond toujours à $0 < q < 1$. Une valorisation (hausse) correspond à $q > 1$.

6. Somme des premiers termes

Dans de nombreuses situations, on veut calculer le **total accumulé** sur plusieurs périodes : chiffre d'affaires cumulé sur plusieurs années, capital épargné mois par mois, économies cumulées...

FORMULE DE LA SOMME (DE U_0 À U_N)

La somme des $(n + 1)$ premiers termes d'une suite géométrique de raison $q \neq 1$ est :

$$S_n = u_0 \times \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$$

On additionne $(n + 1)$ termes : $u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$.

Si $q = 1$: tous les termes sont égaux à u_0 , donc $S_n = (n + 1) \times u_0$.

APPLICATION

Un métreur place

5 000 €

sur un livret qui rapporte 3 % par an. Calcule la somme totale capitalisée sur 5 ans (du rang 0 au rang 4, soit 5 termes).

$$S_n = u_0 \times \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$$

La démonstration de cette formule n'est **pas exigée** au programme. Il faut savoir l'appliquer.

MÉTHODE — CALCULER S_N ÉTAPE PAR ÉTAPE

1. Identifier u_0 , q et le nombre de termes à additionner
2. Calculer q^{n+1} à la calculatrice
3. Appliquer la formule $S_n = u_0 \times \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$

Attention : si on somme de u_1 à u_n (sans u_0), il y a n termes et le premier terme de la somme est u_1 .

EXEMPLE RÉSOLU ERA-MA — CHIFFRE D'AFFAIRES CUMULÉ

Un atelier de menuiserie réalise un CA de 180 000 € la 1^{re} année. Il augmente de 6 % par an.

$u_1 = 180\,000$, $q = 1,06$. On veut le CA cumulé sur les 8 premières années.

On somme $u_1 + u_2 + \dots + u_8$ soit 8 termes, avec premier terme $u_1 = 180\,000$:

$$S = 180\,000 \times \frac{1 - 1,06^8}{1 - 1,06}$$

$$1,06^8 \approx 1,5938$$

Math input error

Utilisation d'un tableur pour calculer les termes et la somme

On peut aussi calculer les termes et leur somme cumulée avec un tableur :

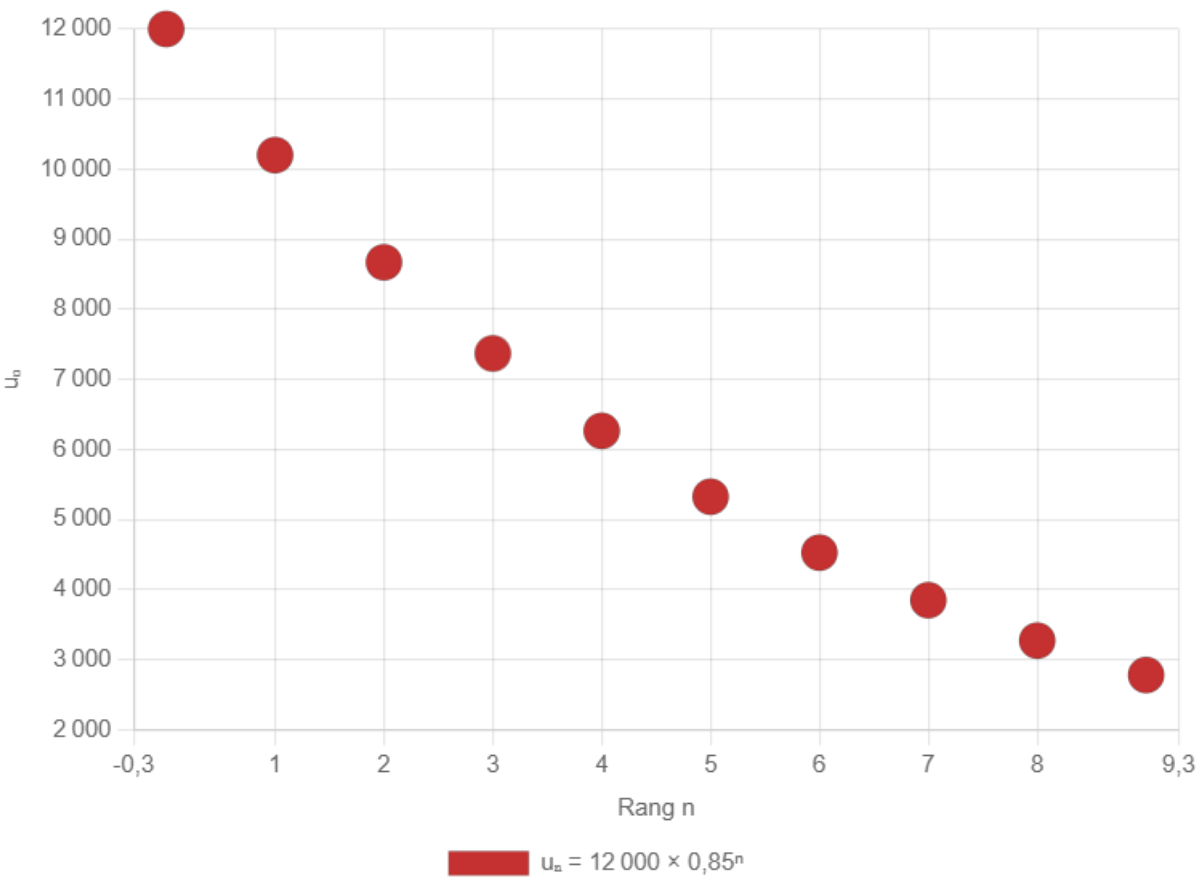
Colonne A — Rang n	Colonne B — u_n	Colonne C — Somme cumulée
0	180 000	180 000
1	=B2*1,06	=C2+B3
2	=B3*1,06	=C3+B4
...	(recopier la formule)	(recopier la formule)

On peut aussi utiliser directement $u_n = u_0 \times q^n$: dans la colonne B, entrer =180000*1,06^A2 et tirer la formule vers le bas.

7. Simulation interactive — Explorer une suite géométrique

Ajustez les paramètres ci-dessous et observez l'effet sur la suite et sa représentation graphique.

Suite géométrique $u_n = u_0 \times q^n$ — 10 premiers termes



Décroissante

Sens de variation

5 324

Terme u_5

64 249

Somme $u_0 + \dots + u_9$

$u_0 = 12\,000, q = 0,85 \rightarrow u_n = 12\,000 \times 0,85^n$

Rang n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
u _n	12 000	10 200	8 670	7 369	6 264	5 324	4 526	3 847	3 270	2 779

8. Exemple professionnel complet

8.1 Application professionnelle — Amortissement d'une pompe à chaleur

SITUATION COMPLÈTE

ICCER

Une entreprise de génie climatique achète une pompe à chaleur air/eau **neuve** à **12 000** €. D'après le constructeur, elle perd **15 % de sa valeur** chaque année.

Étape 1 — Modélisation

On note u_n la valeur (en €) de la PAC après n années.

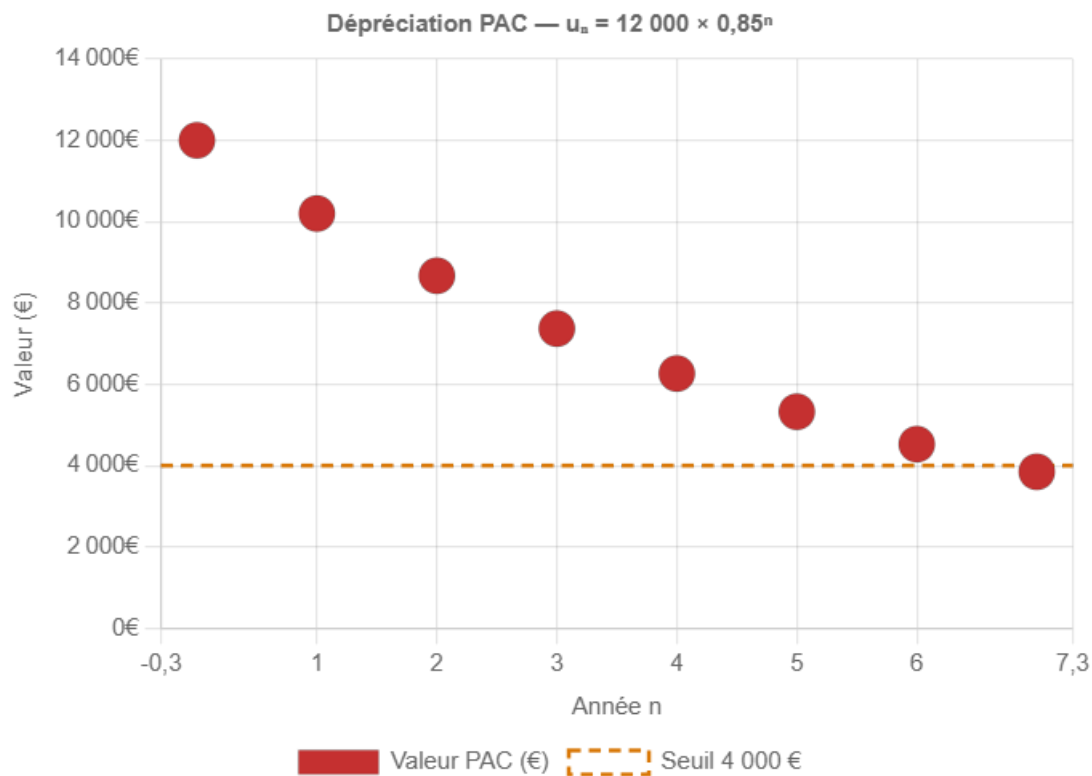
- Raison : $q = 1 - 0,15 = \mathbf{0,85}$
- Premier terme : $u_0 = \mathbf{12\,000}$
- Relation de récurrence : $u_{n+1} = u_n \times 0,85$
- Terme général : $u_n = 12\,000 \times 0,85^n$

C'est une suite géométrique **décroissante** (car $0 < q = 0,85 < 1$).

Étape 2 — Tableau des valeurs

Année n	0	1	2	3	4	5	6	7
$0,85^n$	1	0,850	0,722	0,614	0,522	0,444	0,377	0,321
Valeur u_n (€)	12 000	10 200	8 670	7 370	6 265	5 325	4 525	3 847

Étape 3 — Représentation graphique



Valeur de la PAC en fonction de l'année — nuage de points (n, u_n)

Étape 4 — Réponses aux questions professionnelles

Q1. Valeur après 5 ans :

Math input error

Q2. À partir de quelle année la PAC vaut-elle moins de 4 000 € ?

D'après le tableau, $u_6 \approx 4\,527 > 4\,000$ et $u_7 \approx 3\,848 < 4\,000$.

La PAC vaut moins de 4 000 € à partir de l'**année 7**.

8.2 Menuiserie — Capitalisation d'un capital professionnel

SITUATION COMPLÈTE

ERA-MA

Un artisan menuisier place un capital initial de **5 000 €** sur un livret professionnel rémunéré à **3 % par an**. Il ne retire rien et laisse les intérêts s'accumuler.

Modélisation :

- Raison : $q = 1 + 0,03 = \mathbf{1,03}$
- Premier terme : $u_0 = \mathbf{5\,000}$
- Terme général : $u_n = 5\,000 \times 1,03^n$

Suite géométrique **croissante** (car $q = 1,03 > 1$).

Calculs :

Capital après 5 ans : **Math input error**

Capital après 10 ans : **Math input error**

Gain total après 10 ans : **Math input error** intérêts composés.

Bilan — Tableau récapitulatif des suites géométriques

Notion	Formule / Règle	Exemple numérique
Relation de récurrence	$u_{n+1} = u_n \times q$	$u_{n+1} = u_n \times 0,85$
Terme de rang n	$u_n = u_0 \times q^n$	$u_5 = 12\,000 \times 0,85^5 \approx 5\,326$
Sens de variation	$q > 1$: croissante $0 < q < 1$: décroissante	$q = 0,85 \rightarrow$ décroissante
Somme $u_0 + \dots + u_n$	$u_0 \times \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q} \quad (q \neq 1)$	$12\,000 \times \frac{1 - 0,85^8}{0,15} \approx 58\,200$
Représentation	Nuage de points (n, u_n) <i>Points non reliés</i>	Courbe en exponentielle
Raison depuis un %	$+t\% : q = 1 + t/100$ $-t\% : q = 1 - t/100$	$-15\% \rightarrow q = 0,85$

À retenir

- Une suite géométrique vérifie $u_{n+1} = u_n \times q$ (on multiplie par q à chaque étape).
- Le terme général est $u_n = u_0 \times q^n$.
- Si $q > 1$ et $u_0 > 0$: la suite est **croissante** (valorisation).
- Si $0 < q < 1$ et $u_0 > 0$: la suite est **décroissante** (dépréciation).
- La somme de u_0 à u_n vaut $u_0 \times \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$ (si $q \neq 1$).
- La représentation graphique est un **nuage de points** — les points ne sont jamais reliés.

ERREURS FRÉQUENTES À ÉVITER

- Oublier que u_0 est le **rang 0** : après 5 ans de dépréciation depuis l'achat, on calcule u_5 , pas u_4 .
- Confondre la **raison** et le **taux** : une baisse de 15 % donne $q = 0,85$, pas $q = 0,15$.
- Relier les points sur la représentation graphique — une suite est **discrète**.
- Appliquer la somme géométrique alors qu'on veut juste u_n : bien distinguer *calculer un terme* et *calculer une somme*.
- Oublier que la formule de la somme part de u_0 : si la suite commence en u_1 , adapter en conséquence.

Mini exercices corrigés

Exercice 1 — Identifier une suite géométrique ERA-MA

Une défonceuse numérique est achetée 15 000 €. Elle perd 10 % de sa valeur chaque année.

1. Montrer que la suite des valeurs est géométrique. Donner u_0 et q .
2. Écrire la relation de récurrence $u_{n+1} = \dots$
3. Écrire le terme général u_n .
4. Calculer la valeur de la machine après 4 ans.

► [Voir la correction](#)

Exercice 2 — Terme général et sens de variation ICCER

Un installateur thermique relève la consommation annuelle de gaz d'un logement avant travaux d'isolation :

Année n	0	1	2	3
Consommation u_n (kWh)	18 000	17 100	16 245	15 433

1. Calculer $\frac{u_1}{u_0}$ et $\frac{u_2}{u_1}$. Que peut-on conclure ?
2. La suite est-elle croissante ou décroissante ? Expliquer.
3. Écrire le terme général u_n et calculer la consommation prévisionnelle à l'année 6.

► [Voir la correction](#)

Exercice 3 — Somme des termes ERA-MA

Le chiffre d'affaires d'un atelier de menuiserie est de **120 000 €** la première année et augmente de **5 % par an**.

1. Identifier la suite géométrique : donner u_1 et q .
2. Calculer le chiffre d'affaires à la **6e année**.
3. Calculer le chiffre d'affaires **cumulé** sur les 6 premières années.

► [Voir la correction](#)

Exercice 4 — Retour sur investissement ICCR

Un technicien installe une pompe à chaleur et un système de régulation intelligente pour 8 000 €. Ces équipements permettent une économie annuelle de 600 € la première année, économie qui augmente de 4 % par an (car l'équipement optimise de mieux en mieux son fonctionnement).

1. Montrer que les économies annuelles forment une suite géométrique.
2. Calculer l'économie réalisée à la 5e année.
3. Calculer le total des économies cumulées sur 8 ans.
4. Au bout de combien d'années les économies cumulées dépassent-elles le coût d'installation de 8 000 € ?

(Tester les valeurs $n = 8, 9, 10, 11$ dans la formule de somme.)

► Voir la correction

Pour aller plus loin (hors programme)

HORS PROGRAMME TERMINALE BAC PRO

Les suites numériques sont un domaine vaste des mathématiques. Les notions ci-dessous prolongent ce chapitre mais **ne font pas partie du programme** de Terminale Bac Professionnel.

*Rappel : les suites **arithmétiques** ($u_{n+1} = u_n + r$), étudiées en Première, restent au programme de Terminale en réinvestissement.*

- **Suites arithmético-géométriques** : combinaison d'une suite arithmétique et géométrique, très utiles pour modéliser des remboursements de prêts ou des rentes. Au programme en BTS.
- **Sommes de séries infinies** : quand $|q| < 1$, la somme de tous les termes d'une suite géométrique tend vers une valeur finie. Notion de convergence, étudiée en classes préparatoires.

- **Suites récurrentes complexes** : suites définies par des relations faisant intervenir plusieurs termes précédents (ex : suite de Fibonacci). Étudiées en lycée général et en MPSI.
- **Modèles financiers** : les suites géométriques sont à la base du calcul de la valeur actuelle d'un flux financier (actualisation), du calcul de mensualités d'un prêt immobilier. Très utilisées en BTS CGO, MCO, et en banque.

Si vous vous orientez vers un BTS à composante financière ou vers des études de gestion, vous approfondirez ces notions rapidement.

Erreurs fréquentes

✗ Confondre suite géométrique et suite arithmétique

Dans une suite géométrique, on multiplie par q à chaque étape. Dans une suite arithmétique, on additionne une raison r .

Conseil : repérer le verbe dans l'énoncé — « perd $X\%$ » ou « augmente de $X\%$ » → géométrique ; « augmente de $X\text{€}$ » → arithmétique.

✗ Mal calculer la raison quand il y a un pourcentage

Une diminution de 15% donne $q = 0,85$, pas $q = 0,15$.

Conseil : raison = ce qui reste, pas ce qui est perdu. Diminution de $t\%$ → $q = 1 - \frac{t}{100}$.

✗ Mal compter le nombre de termes dans la somme

De u_0 à u_n il y a $n + 1$ termes, pas n .

Conseil : compter explicitement les rangs — de 0 à 5 donne bien 6 termes ($n = 5$).

✗ Oublier d'interpréter le résultat

Donner $u_7 = 4\,252$ sans préciser ce que cela signifie dans le contexte.

Conseil : toujours conclure avec une phrase : « La machine vaut environ 4 252 € après 7 ans. »

Simulation interactive

[Suites numériques](#)

Suites numériques

Suites numériques — Suite géométrique | Terminale Bac Pro | ERA · TMA ·
ICCER (Groupement B)

[Socle](#)[Standard](#)[Approfondissement](#)[Tout voir](#)

Compétences travaillées :

- Reconnaître une suite géométrique et déterminer sa raison q
- Calculer un terme de rang n avec la formule $u_n = u_0 \times q^n$
- Utiliser la relation de récurrence $u_{n+1} = q \times u_n$
- Compléter et interpréter un tableau de valeurs ou un graphique
- Déterminer le sens de variation d'une suite géométrique
- Calculer la somme des premiers termes d'une suite géométrique
- Modéliser une situation concrète par une suite géométrique

EXERCICE 1 Calculer les premiers termes d'une suite géométrique

SOCLE

Pour chaque suite, calculer les quatre premiers termes u_0, u_1, u_2, u_3 .

a) Suite (u_n) définie par $u_0 = 400$ et $u_{n+1} = 1,05 \times u_n$.

$u_0 = \dots$; $u_1 = \dots$; $u_2 = \dots$; $u_3 = \dots$

b) Suite (v_n) définie par $v_0 = 2\,000$ et $v_{n+1} = 0,9 \times v_n$.

$v_0 = \dots$; $v_1 = \dots$; $v_2 = \dots$; $v_3 = \dots$

c) Suite (w_n) définie par $w_n = 500 \times 1,1^n$. Calculer directement w_0, w_1, w_2, w_3 (arrondir au centime).

$w_0 = \dots$; $w_1 = \dots$; $w_2 = \dots$; $w_3 = \dots$

Mes calculs :

EXERCICE 2 Reconnaître une suite géométrique

SOCLE

Pour chaque suite ci-dessous, calculer les rapports $\frac{u_1}{u_0}$, $\frac{u_2}{u_1}$, $\frac{u_3}{u_2}$. Conclure si la suite est géométrique.

Suite A

n	0	1	2	3
u_n	100	150	200	250

Suite B

n	0	1	2	3
u_n	80	60	45	33,75

Suite C

n	0	1	2	3
u_n	5	15	45	135

Suite D

n	0	1	2	3
u_n	10	20	35	55

Mes calculs :

EXERCICE 3 Déterminer u_0 et la raison q

SOCLE

Dans chaque cas, la suite est géométrique. Trouver le premier terme u_0 et la raison q .

a) On sait que $u_2 = 180$ et $u_3 = 216$.

$q = \dots$; $u_0 = \dots$

b) On sait que $u_0 = 1\,000$ et $u_3 = 729$.

$q = \dots$; Vérification : $u_1 = \dots$; $u_2 = \dots$

c) On sait que $u_1 = 60$ et $u_4 = 1\,620$. (*Indice : exprimer u_4 en fonction de u_1 et q .*)

$q = \dots$; $u_0 = \dots$

Mes calculs :

EXERCICE 4 Reconnaître une suite géométrique — méthode guidée

SOCLE

Méthode :

Une suite est

géométrique

si on passe d'un terme au suivant en

multipliant toujours par le même nombre

q (la raison).

Pour vérifier : calculer $\frac{u_{n+1}}{u_n}$ pour plusieurs termes. Si le rapport est constant, la suite est géométrique.

Voici trois suites. Pour chacune, dire si elle est géométrique et, si oui, donner la raison q .

a) $u_0 = 5, u_1 = 10, u_2 = 20, u_3 = 40$. Compléter :

$$\frac{u_1}{u_0} = \frac{10}{5} = \square ; \frac{u_2}{u_1} = \frac{20}{10} = \square ; \frac{u_3}{u_2} = \frac{40}{20} = \square$$

Les rapports sont-ils tous égaux ? ☐ Oui $\rightarrow$ géométrique, $q = \dots\dots\dots$ ☐ Non

b) $v_0 = 100, v_1 = 80, v_2 = 64, v_3 = 51,2$

$$\frac{v_1}{v_0} = \dots\dots\dots ; \frac{v_2}{v_1} = \dots\dots\dots ; \frac{v_3}{v_2} = \dots\dots\dots \rightarrow \text{géométrique ? } \dots\dots\dots$$

c) $w_0 = 3, w_1 = 6, w_2 = 12, w_3 = 20$

$$\frac{w_1}{w_0} = \dots\dots\dots ; \frac{w_2}{w_1} = \dots\dots\dots ; \frac{w_3}{w_2} = \dots\dots\dots \rightarrow \text{géométrique ? } \dots\dots\dots$$

Mes calculs :

EXERCICE 5 Calculer des termes avec la formule — pas à pas

SOCLE

Formule :

$$u_n = u_0 \times q^n$$

On connaît u_0 (le premier terme) et q (la raison). On remplace n par le rang voulu.

Soit (u_n) une suite géométrique de premier terme $u_0 = 1\,000$ et de raison $q = 0,9$.

1. Calculer u_1 avec la relation de récurrence $u_1 = q \times u_0$:

$$u_1 = \boxed{} \times \boxed{} = \boxed{}$$

2. Calculer $u_2 = q \times u_1$:

$$u_2 = 0,9 \times \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

3. Calculer u_5 directement avec la formule $u_n = u_0 \times q^n$:

$$u_5 = 1\,000 \times (0,9)^{\boxed{}} = 1\,000 \times \boxed{} = \boxed{}$$

4. Cette suite est-elle croissante ou décroissante ? Justifier avec q .

Comme $q = 0,9$ qui est que 1, les termes $\rightarrow$ suite

Mes calculs :

EXERCICE 6 Problème guidé — dépréciation d'un outil

SOCLE

Situation : Un menuisier achète une ponceuse à bande à **800 €**. Chaque année, sa valeur baisse de **20 %**.

1. Baisser de 20 %, c'est multiplier par :

☐ 0,20 ☐ 0,80 ☐ 1,20

Donc $q = \dots\dots\dots$

2. Compléter le tableau (multiplier par q chaque année) :

Année n	0	1	2	3	4
Valeur u_n (€)	800	?	?	?	?

3. La ponceuse est mise au rebut quand sa valeur descend sous 200 €. À partir de quelle année ?

D'après le tableau : année $n = \dots\dots\dots$

Mes calculs :

EXERCICE 16 Calculer des termes avec la formule directe — guidé

SOCLE

Formule directe :

$$u_n = u_0 \times q^n$$

On connaît u_0 et q , on remplace n par le rang voulu.

Un technicien chauffagiste note que la facture de gaz d'un immeuble est de 3 200 € la première année ($n = 0$). Elle augmente de 5 % par an.

1. Quelle est la raison q de la suite ? Pourquoi ?

☐ $q = 0,05$ ☐ $q = 1,05$ ☐ $q = 5$

2. Calculer u_1 avec la récurrence :

$$u_1 = \boxed{} \times \boxed{} = \boxed{} \text{ €}$$

3. Calculer directement u_4 (facture à la 4e année) :

$$u_4 = 3\,200 \times (1,05)^{\boxed{}} = 3\,200 \times \boxed{} \approx \boxed{} \text{ €}$$

Mes calculs :

EXERCICE 17 Identifier le sens de variation d'une suite

SOCLE

Règle :– Si $u_0 > 0$ et $q > 1$: suite**croissante**

(les termes augmentent)

– Si $u_0 > 0$ et $0 < q < 1$: suite**décroissante**

(les termes diminuent)

– Si $q = 1$: suite**constante**

Pour chaque suite, cocher le sens de variation :

Suite	u_0	Raison q	Croissante	Décroissante	Constante
A	500	1,03	☐	☐	☐
B	2 400	0,85	☐	☐	☐
C	1 000	1	☐	☐	☐
D	750	0,92	☐	☐	☐

Mes calculs :

EXERCICE 18 Trouver la raison à partir d'un taux de variation

SOCLE

Pour chaque situation, indiquer la raison q de la suite géométrique correspondante :

Situation	Raison q
Un équipement perd 10 % de sa valeur chaque année	☐ 0,90 ☐ 1,10 ☐ 0,10
Un chiffre d'affaires augmente de 7 % par an	☐ 0,93 ☐ 1,07 ☐ 7
Une consommation diminue de 3 % par an grâce à des travaux	☐ 1,03 ☐ 0,97 ☐ 0,03
Un salaire reste constant d'une année sur l'autre	☐ 0 ☐ 1 ☐ 100

Mes calculs :

EXERCICE 19 Compléter un tableau et trouver un seuil

SOCLE

Situation : Un atelier de menuiserie investit dans une machine à commande numérique à **15 000 €**. Sa valeur diminue de **12 %** par an.

1. Quelle est la raison de la suite ? Entourer la bonne réponse :

☐ $q = 0,12$ ☐ $q = 0,88$ ☐ $q = 1,12$

2. Compléter le tableau en multipliant par q chaque année :

Année n	0	1	2	3	4	5
Valeur u_n (€)	15 000	?	?	?	?	?

3. L'atelier revend la machine quand sa valeur passe sous **6 000 €**. En quelle année peut-il la revendre d'après le tableau ?

D'après le tableau, à partir de l'année $n = \dots\dots\dots$

Mes calculs :

EXERCICE 7 Calculer un terme de rang n

STANDARD

Situation professionnelle : Un installateur thermique acquiert une pompe à chaleur air/eau pour 8 500 €. Sa valeur se déprécie de **12 %** chaque année.

On modélise la valeur de la PAC par une suite géométrique (u_n) où n est le nombre d'années écoulées depuis l'achat.

$$u_n = u_0 \times q^n \text{ avec } u_0 = 8\,500 \text{ et } q = 1 - 0,12 = 0,88$$

1. Pourquoi $q = 0,88$? Expliquer en une phrase.

2. Calculer u_3 (valeur après 3 ans). Arrondir à l'euro.

3. Calculer u_7 (valeur après 7 ans). Arrondir à l'euro.

4. Compléter le tableau ci-dessous (arrondir à l'euro) :

Année n	0	1	2	3	4	5
Valeur u_n (€)	8 500	?	?	?	?	?

Mes calculs :

EXERCICE 8 Tableau de valeurs et relation de récurrence

STANDARD

Situation professionnelle : Un atelier de menuiserie produit **250 unités** la première année (rang $n = 0$). Sa production augmente de **8 %** par an.

On modélise la production par une suite géométrique (u_n) de premier terme $u_0 = 250$ et de raison $q = 1,08$.

1. Écrire la relation de récurrence qui permet de passer d'un terme au suivant.

$u_{n+1} = \dots\dots\dots$

2. Compléter le tableau (arrondir à l'unité) :

Année n	0	1	2	3	4	5	6
Production u_n (unités)	250	?	?	?	?	?	?

3. Calculer directement u_6 avec la formule $u_n = u_0 \times q^n$. Vérifier que le résultat est cohérent avec le tableau.

4. En quelle année la production dépassera-t-elle **400 unités** pour la première fois ? (Utiliser le tableau.)

Mes calculs :



EXERCICE 9 Calculer un terme éloigné — formule directe

STANDARD

Situation professionnelle : La facture d'électricité d'un bâtiment tertiaire était de **12 000 €** en 2020 ($n = 0$). Le prix du kWh augmente de **6 %** par an.

On modélise la facture par $u_n = 12\,000 \times 1,06^n$ (€).

1. Calculer la facture prévue en 2028 ($n = 8$). Arrondir à l'euro.

2. Calculer la facture prévue en 2032 ($n = 12$). Arrondir à l'euro.

3. La direction souhaite que la facture ne dépasse pas **20 000 €**. Parmi les années 2028 et 2032, laquelle dépasse ce seuil ?

4. Calculer u_{10} (facture en 2030). La suite est-elle croissante ou décroissante ? Justifier en utilisant la valeur de q .

Mes calculs :

EXERCICE 20 Dépréciation d'un véhicule utilitaire**STANDARD**

Situation professionnelle : Un menuisier agenceur achète un véhicule utilitaire neuf à **22 000 €**. Sa valeur se déprécie de **18 %** par an.

On modélise la valeur par $u_n = 22\,000 \times q^n$ avec $q = 0,82$.

1. Justifier que $q = 0,82$.
2. Calculer la valeur après 3 ans et après 5 ans (arrondir à l'euro).
3. Le menuisier peut revendre le véhicule à un repreneur pour 8 000 €. À partir de quelle année la valeur du modèle passe-t-elle en dessous de 8 000 € ? (Compléter le tableau.)
4. La suite est-elle croissante ou décroissante ? Pourquoi ?

Année n	0	1	2	3	4	5	6
Valeur (€)	22 000	?	?	?	?	?	?

Mes calculs :

EXERCICE 21 Capitalisation d'une épargne professionnelle

STANDARD

Situation professionnelle : Un installateur thermique place **5 000 €** sur un livret professionnel à un taux annuel de **3,5 %**. Il ne fait aucun retrait.

On modélise l'épargne par $u_n = 5\,000 \times 1,035^n$.

1. Quelle est la raison de la suite ? La suite est-elle croissante ou décroissante ?
2. Calculer le montant de l'épargne après 4 ans. Arrondir au centime.
3. Calculer le montant après 10 ans.
4. En quelle année l'épargne dépassera-t-elle 7 000 € ? (Utiliser le tableau ci-dessous.)

n	8	9	10	11
$1,035^n$	1,3168	1,3629	1,4106	1,4600
u_n (€)	?	?	?	?

Mes calculs :

EXERCICE 22 Modéliser une réduction de consommation

STANDARD

Situation professionnelle : Un technicien en énergies renouvelables suit la consommation électrique d'un bâtiment tertiaire après l'installation de panneaux photovoltaïques. La consommation nette était de **18 000 kWh** en 2024 ($n = 0$) et diminue de **9 %** par an.

On modélise par $u_n = 18\,000 \times 0,91^n$.

1. Justifier que $q = 0,91$.
2. Calculer u_5 (consommation en 2029).
3. Compléter le tableau (arrondir au kWh) et identifier à partir de quelle année la consommation passe sous 10 000 kWh.

Année n	0	1	2	3	4	5	6	7
u_n (kWh)	18 000	?	?	?	?	?	?	?

Mes calculs :

EXERCICE 23 Utiliser la somme des premiers termes

STANDARD

Situation professionnelle : Le chiffre d'affaires d'une entreprise de pose de menuiseries extérieures est de **120 000 €** la première année ($n = 0$). Il augmente de **5 %** par an.

On note $u_n = 120\,000 \times 1,05^n$. La somme des N premiers termes est :

$$S_N = u_0 \times \frac{1 - q^N}{1 - q}$$

1. Calculer le CA prévu en année $n = 5$. Arrondir à l'euro.
2. Calculer le CA cumulé sur les 5 premières années ($n = 0$ à $n = 4$) avec la formule.
3. Une banque exige un CA cumulé sur 4 ans de 550 000 € pour financer un investissement. La condition est-elle remplie ?

Réponses :

Mes calculs :

EXERCICE 24 Interpréter une suite dans un contexte de maintenance

STANDARD

Situation professionnelle : Un technicien CVC suit le nombre de pannes annuelles d'un parc de ventilo-convecteurs. En 2020 ($n = 0$), le parc a subi 80 pannes. Grâce à la maintenance préventive, ce nombre diminue de **15 %** par an.

On modélise par $u_n = 80 \times 0,85^n$.

1. Calculer le nombre de pannes prévu en 2025 ($n = 5$). Arrondir à l'unité.
2. En quelle année le nombre de pannes passera-t-il sous 20 pour la première fois ? (Construire un tableau.)
3. La suite est-elle croissante ou décroissante ? En quoi cela traduit-il l'effet de la maintenance ?

Réponses :

Mes calculs :

EXERCICE 25 Comparer deux équipements selon leur dépréciation

STANDARD

Situation professionnelle : Un chef de chantier compare la valeur de deux équipements achetés en même temps :

- Équipement A : 9 000 € à l'achat, dépréciation de 20 % par an.
- Équipement B : 6 000 € à l'achat, dépréciation de 10 % par an.

1. Écrire les formules u_n^A et u_n^B (valeur après n années).
2. Calculer les valeurs de chaque équipement après 3 ans et après 6 ans.
3. À partir de quelle année la valeur de B dépasse-t-elle celle de A ?

Année n	0	1	2	3	4	5	6
u_n^A (€)	9 000	?	?	?	?	?	?
u_n^B (€)	6 000	?	?	?	?	?	?

Mes calculs :

EXERCICE 26 Croissance du parc de pompes à chaleur

STANDARD

Situation professionnelle : Le nombre de pompes à chaleur installées en France augmente de **12 %** par an selon un modèle géométrique. En 2022 ($n = 0$), on comptait **600 000** installations.

On modélise par $u_n = 600\,000 \times 1,12^n$.

1. Calculer le nombre d'installations prévu en 2027 ($n = 5$). Arrondir à l'unité.
2. Calculer le nombre cumulé total d'installations neuves sur 5 ans ($n = 0$ à $n = 4$) :

$$S = 600\,000 \times \frac{1 - 1,12^5}{1 - 1,12}$$

3. Un installateur thermique capte en moyenne 0,3 % du marché annuel. Combien d'installations réaliserait-il en 2027 selon ce modèle ?

Réponses :

Mes calculs :

EXERCICE 10 Sens de variation d'une suite géométrique

APPROFONDISSEMENT

Pour chaque suite géométrique, préciser si elle est **croissante**, **décroissante** ou **constante**, et justifier en une phrase.

Suite	u_0	Raison q	Sens de variation	Justification
A	500	1,04	?	?
B	3 200	0,75	?	?
C	150	1	?	?
D	800	1,15	?	?
E	4 500	0,88	?	?

Rappel — Règles :

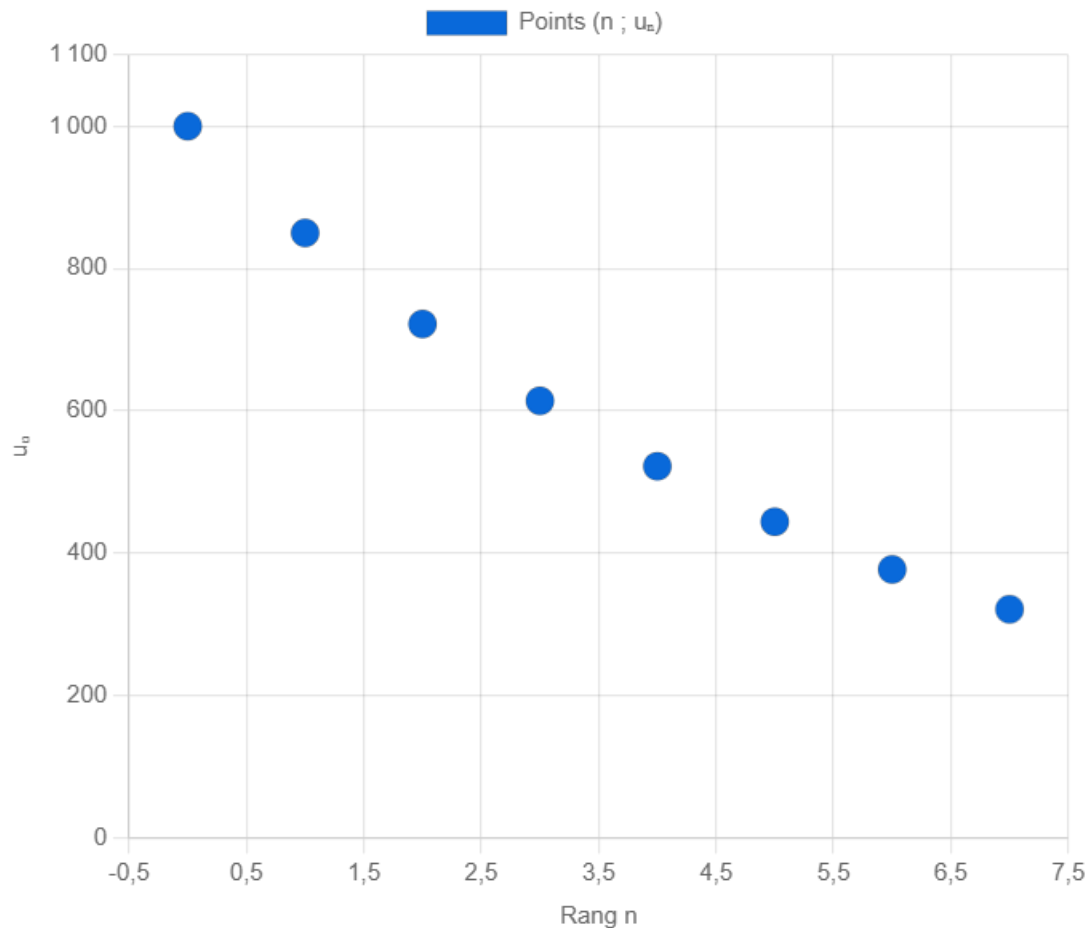
- Si $u_0 > 0$ et $q > 1 \rightarrow$ suite **croissante**
- Si $u_0 > 0$ et $0 < q < 1 \rightarrow$ suite **décroissante**
- Si $q = 1 \rightarrow$ suite **constante** ($u_n = u_0$ pour tout n)

Mes calculs :

EXERCICE 11 Interpréter une représentation graphique

APPROFONDISSEMENT

Le graphique ci-dessous représente les points $(n ; u_n)$ d'une suite géométrique (u_n) .



Représentation graphique de la suite (u_n) — nuage de points $(n ; u_n)$

1. Lire graphiquement la valeur de u_0 . Que représente ce terme dans le contexte d'un problème concret ?

2. La suite est-elle croissante ou décroissante ? Que peut-on en déduire sur la valeur de q ?

3. Lire les valeurs u_0 et u_1 sur le graphique, puis calculer la raison $q = u_1/u_0$.

4. Vérifier en lisant u_2 sur le graphique et en vérifiant que $u_2 = u_1 \times q$.

Mes calculs :

EXERCICE 12 Comparer des termes — trouver un rang**APPROFONDISSEMENT**

Situation professionnelle : Un atelier d'agencement a un chiffre d'affaires de **180 000 €** en année $n = 0$. Il augmente de **6 %** par an. Le gérant souhaite savoir en quelle année le CA dépassera **250 000 €**.

On a $u_n = 180\,000 \times 1,06^n$.

1. Compléter le tableau suivant (arrondir à l'euro) :

Année n	0	1	2	3	4	5	6	7
CA u_n (€)	180 000	?	?	?	?	?	?	?

2. En quelle année le CA dépasse-t-il 250 000 € pour la première fois ?

3. Calculer directement u_5 et u_6 avec la formule, puis conclure.

Mes calculs :

EXERCICE 13 Consommation d'énergie — somme sur plusieurs années

APPROFONDISSEMENT

Situation professionnelle : La consommation électrique annuelle d'un bâtiment est de **45 000 kWh** en 2024 ($n = 0$). Des travaux de rénovation énergétique réduisent la consommation de **8 %** par an.

On pose $u_n = 45\,000 \times 0,92^n$ (kWh), où n est le nombre d'années depuis 2024.

1. Expliquer pourquoi $q = 0,92$.

2. Calculer la consommation prévue en 2029 ($n = 5$). Arrondir au kWh.

3. Calculer la consommation prévue en 2034 ($n = 10$). Arrondir au kWh.

4. On souhaite connaître la **consommation totale cumulée** sur les 6 premières années (de $n = 0$ à $n = 5$).

Calculer $S = u_0 + u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + u_5$ en utilisant la formule :

$$S = u_0 \times \frac{1 - q^6}{1 - q}$$

5. Sans la rénovation, la consommation serait restée constante à 45 000 kWh/an. Calculer les économies réalisées sur 6 ans.

Mes calculs :

EXERCICE 14 Chiffre d'affaires — cumul et objectif**APPROFONDISSEMENT**

Situation professionnelle : Une entreprise de pose de parquets a réalisé un chiffre d'affaires de **95 000 €** en année $n = 0$. Le CA augmente de **7 %** par an.

On note $u_n = 95\,000 \times 1,07^n$.

1. Calculer le CA prévu en année $n = 5$. Arrondir à l'euro.

2. L'objectif du gérant est un CA annuel de **140 000 €**. En utilisant le tableau ci-dessous, déterminer en quelle année cet objectif sera atteint.

n	5	6	7	8
$1,07^n$	1,4026	1,5007	1,6058	1,7182
u_n (€)	?	?	?	?

3. Calculer le CA total cumulé sur les 5 premières années ($n = 0$ à $n = 4$) grâce à la formule :

$$S = u_0 \times \frac{1 - q^5}{1 - q}$$

4. Une banque accepte de financer un investissement si le CA cumulé sur 5 ans dépasse **550 000 €**. La condition est-elle remplie ?

Mes calculs :

EXERCICE 15 Dépréciation d'un équipement frigorifique

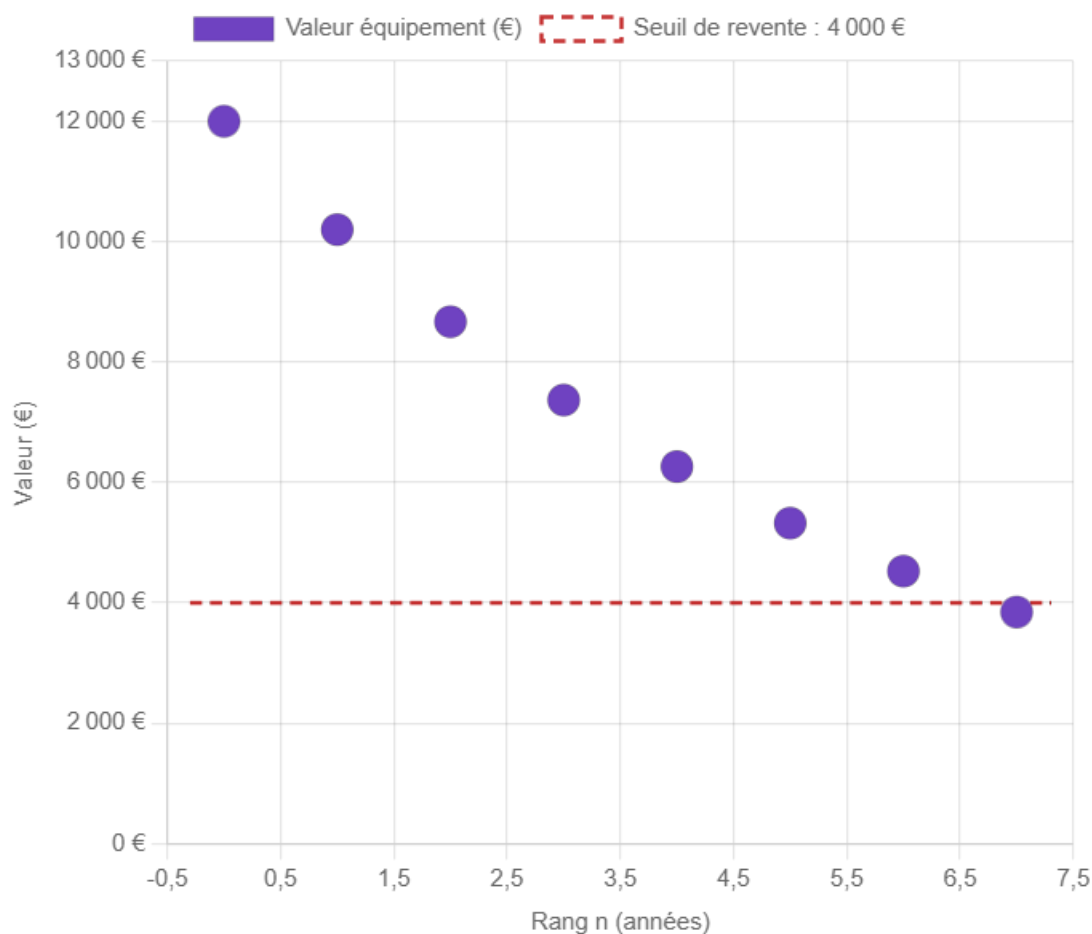
APPROFONDISSEMENT

Situation professionnelle : Un groupe frigorifique est acheté **12 000 €** ($n = 0$). Sa valeur comptable diminue de **15 %** par an (dépréciation linéaire simplifiée en suite géométrique). L'entreprise souhaite le revendre dès que sa valeur passe en dessous de **4 000 €**.

On note $u_n = 12\,000 \times 0,85^n$.

1. Compléter le tableau (arrondir à l'euro) :

Année n	0	1	2	3	4	5	6	7
Valeur u_n (€)	12 000	?	?	?	?	?	?	?



Valeur comptable du groupe frigorifique en fonction du temps — Seuil de revente : 4 000 €

2. En quelle année la valeur passe-t-elle en dessous de 4000 € pour la première fois ?
L'entreprise peut-elle revendre l'équipement dès cette année ?

3. Calculer la valeur totale cumulée sur 7 années ($n = 0$ à $n = 6$) avec la formule :

$$S = u_0 \times \frac{1 - q^7}{1 - q}$$

Que représente cette somme dans le contexte de l'exercice ?

4. Entre l'année $n = 5$ et l'année $n = 6$, quelle est la perte de valeur (en euros et en pourcentage) ?

Mes calculs :

EXERCICE 27 Tarif d'un contrat de maintenance — modélisation et décision

APPROFONDISSEMENT

Situation professionnelle : Un installateur thermique propose un contrat de maintenance annuel à une copropriété. Le tarif est de **1 200 €** la première année ($n = 0$) et augmente de **4 %** par an pour couvrir l'inflation des pièces détachées.

On modélise le tarif par $u_n = 1\,200 \times 1,04^n$.

1. Calculer le tarif prévu en année $n = 6$ et en année $n = 10$.
2. La copropriété a un budget annuel de maintenance fixé à **1 600 €**. En quelle année le tarif dépassera-t-il ce budget ? (Construire un tableau.)
3. Calculer le coût total du contrat sur 7 ans ($n = 0$ à $n = 6$) avec la formule de la somme.
4. Sans ce contrat, les réparations coûtent en moyenne 2 500 €/an. Sur 7 ans, quelle option est la plus économique ?

Tableau et réponses :

Mes calculs :

EXERCICE 28 Modéliser et comparer deux stratégies d'amortissement

APPROFONDISSEMENT

Situation professionnelle : Une entreprise de rénovation énergétique doit amortir le coût d'une machine CNC de **30 000 €**. Elle hésite entre deux méthodes :

- **Méthode A** (suite géométrique) : dépréciation de 20 % par an.
- **Méthode B** (valeur résiduelle fixe) : valeur réduite de 4 000 € par an (suite arithmétique).

1. Écrire les deux suites $u_n^A = 30\,000 \times 0,80^n$ et $u_n^B = 30\,000 - 4\,000 \times n$.
2. Compléter le tableau comparatif pour $n = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$.
3. Pour quelle valeur de n la méthode A donne-t-elle une valeur inférieure à la méthode B ?
4. La méthode B s'annule en $n = 7,5$ selon le modèle. Est-ce réaliste ? Que se passe-t-il pour $n > 7$ avec la méthode B ?

Tableau et réponses :

Mes calculs :

Situation professionnelle : Un artisan menuisier souhaite constituer un capital pour rénover son atelier dans 8 ans. Il place chaque année **2 000 €** sur un compte à intérêts composés au taux de **4 %** par an. La première mise de fonds est à $n = 0$.

Le capital constitué après N versements est :

$$S_N = 2\,000 \times \frac{1,04^N - 1}{1,04 - 1} \times 1,04 \text{ (formule de l'annuité)}$$

1. Calculer S_8 (capital après 8 versements). Arrondir à l'euro.
2. Si la rénovation coûte **20 000 €**, le capital constitué est-il suffisant ?
3. Sans intérêts ($q = 1$), quelle serait la somme totale épargnée après 8 versements de 2 000 € ?
4. Calculer l'écart entre les deux résultats. Que représente cet écart ? Quel est l'effet des intérêts composés ?

Réponses :

Mes calculs :

EXERCICE 30 Modélisation croisée — suite géométrique et décision

APPROFONDISSEMENT

Situation professionnelle : Un technicien en énergies renouvelables étudie le retour sur investissement d'une installation de panneaux photovoltaïques coûtant **15 000 €**. L'installation produit 6 000 kWh par an, vendus 0,10 €/kWh. Le prix de revente du kWh augmente de **3 %** par an ($n = 0$: première année).

On modélise le revenu annuel par $r_n = 600 \times 1,03^n$ (€).

1. Calculer le revenu en année $n = 5$ et en année $n = 10$.
2. Calculer le revenu total cumulé sur 10 ans ($n = 0$ à $n = 9$) avec la formule de la somme.
3. En quelle année le revenu cumulé dépasse-t-il le coût d'installation de 15 000 € ?
(Calculer S_N pour $N = 15, 16, 17, 18$ et interpréter.)
4. Si le prix du kWh augmentait de 5 % au lieu de 3 %, en combien d'années le retour sur investissement serait-il atteint ?

Réponses :

Mes calculs :

EXERCICE 31 Emprunt à intérêts composés — seuil de remboursement

APPROFONDISSEMENT

Situation professionnelle : Un artisan menuisier contracte un emprunt de **25 000 €** pour renouveler son matériel. Le capital restant dû évolue selon une suite géométrique : chaque année, le solde restant est multiplié par $q = 0,78$ (remboursement de 22 % du capital par an).

On modélise le capital restant dû par $u_n = 25\,000 \times 0,78^n$, où n est le nombre d'années écoulées.

1. Calculer le capital restant dû après 2 ans et après 5 ans. Arrondir à l'euro.
2. En quelle année le capital restant dû passe-t-il en dessous de 5 000 € ? (Construire un tableau pour $n = 0$ à $n = 8$ et chercher le seuil.)
3. Calculer la somme totale remboursée sur les 5 premières années ($u_0 - u_5$). Cela correspond-il à la somme des versements annuels de 22 % de u_0 ? Commenter.
4. Un second artisan emprunte 30 000 € avec un taux de remboursement annuel de 18 % ($q = 0,82$). En quelle année son capital restant dû passera-t-il en dessous de 5 000 € ? Comparer avec la situation précédente.

Tableau et réponses :

Mes calculs :

EXERCICE 32 Population de bactéries et modèle exponentiel discret

APPROFONDISSEMENT

Contexte : Un laboratoire d'analyses étudie la croissance d'une culture bactérienne. La population initiale est de **500 bactéries** ($u_0 = 500$). Toutes les heures, la population est multipliée par **2,4**.

On modélise la population par $u_n = 500 \times 2,4^n$, où n est le nombre d'heures.

1. Calculer la population après 3 heures, 5 heures et 8 heures. Exprimer en notation scientifique si le résultat dépasse 100 000.
2. La cuve a une capacité maximale de **10 000 000 bactéries**. À partir de quelle heure la cuve sera-t-elle saturée ? (Calculer u_n pour $n = 10, 11, 12$.)
3. Un traitement antibiotique divise la population par 3 toutes les heures. En partant de $u'_0 = 500\,000$ bactéries, modéliser la population u'_n sous traitement et calculer à partir de quelle heure elle descend en dessous de **1 000 bactéries**.
4. Comparer les raisons des deux suites et interpréter biologiquement les comportements observés.

Réponses :

Mes calculs :

EXERCICE 33 Modélisation inverse — retrouver u_0 et q à partir de données

APPROFONDISSEMENT

Situation professionnelle : Un chef de chantier reçoit un rapport incomplet. On sait que la valeur d'un équipement suit une suite géométrique, et que $u_2 = 18\,700$ € et $u_5 = 11\,400$ € (valeurs arrondies à l'euro).

1. Exprimer u_2 et u_5 en fonction de u_0 et q .
2. Calculer le rapport $\frac{u_5}{u_2}$ et en déduire q^3 , puis q (arrondir à 4 décimales).
3. En déduire u_0 (valeur initiale de l'équipement). Arrondir à l'euro.
4. Calculer en quel pourcentage annuel l'équipement se déprécie. Interpréter : est-ce une dépréciation rapide ou lente ?
5. En quelle année u_n passera-t-il en dessous de 8 000 € ?

Réponses :

Mes calculs :

EXERCICE 34 Choix d'investissement — comparaison de deux modèles

APPROFONDISSEMENT

Situation professionnelle : Un conducteur de travaux compare deux offres de financement pour l'achat d'une machine d'usinage CNC à **40 000 €**.

- **Offre A** : location avec option d'achat, loyer annuel de **6 000 €** (suite arithmétique).
- **Offre B** : prêt à intérêts composés, remboursement de **25 % du capital restant** chaque année.

Pour l'offre B, le capital restant dû suit $v_n = 40\,000 \times 0,75^n$. Le versement annuel en année n est $v_n - v_{n+1} = 40\,000 \times 0,75^n \times 0,25$.

1. Pour l'offre A : calculer le coût total après 7 ans (loyers cumulés) et la valeur résiduelle de la machine d'après un modèle géométrique de dépréciation à 15 % par an ($u_7 = 40\,000 \times 0,85^7$).
2. Pour l'offre B : calculer le capital restant dû après 7 ans. Quel montant total a été versé sur 7 ans ? (Utiliser : montant versé = capital initial – capital restant dû.)
3. Comparer les deux offres sur 7 ans en termes de coût total engagé et de capital restant dû.
4. Le chef de chantier souhaite revendre la machine après 7 ans. Avec l'offre B, quel est le « gain net » si la valeur de revente est $u_7 = 40\,000 \times 0,85^7$ et qu'il rembourse le capital restant dû au moment de la vente ?

Réponses :

Mes calculs :

Socle

Standard

Approfondissement

Tout voir



Objectifs du chapitre

[cliquer pour développer](#)

Durée : 1 heure



Calculatrice : autorisée



Barème : 20 points



Documents : non autorisés

Exercice 1 – Dépréciation d'un outil (guidé)

10 points

Un menuisier achète une scie circulaire neuve à 2 000 €. Chaque année, elle perd 10 % de sa valeur. On note V_n la valeur après n années.

1. (1 pt) Perdre 10 %, c'est garder %. Donc on multiplie par $q = \dots\dots\dots$

☐ 0,10 ☐ 0,90 ☐ 1,10

2. (2 pts) Calculer V_1 et V_2 . Compléter :

$$V_1 = V_0 \times q = 2\,000 \times \boxed{} = \boxed{} \text{ €}$$

$$V_2 = V_1 \times q = \boxed{} \times 0,90 = \boxed{} \text{ €}$$

3. (2 pts) Compléter le tableau :

Année n	0	1	2	3	4	5
V_n (€)	2 000	?	?	?	?	?

4. (2 pts) La formule directe est $V_n = V_0 \times q^n$. Calculer V_8 avec la calculatrice :

$$V_8 = 2\,000 \times (0,90)^{\boxed{}} = 2\,000 \times \boxed{} = \boxed{} \text{ € (arrondir à l'euro)}$$

5. (3 pts) La scie est revendue quand elle vaut moins de 500 €. D'après le tableau et la calculatrice, à partir de quelle année ?

Exercice 2 – Rendement de chauffage (guidé)

10 points

Une chaudière a un rendement initial de 95 %. Sans entretien, le rendement baisse de 3 % chaque année par rapport à l'année précédente. On note R_n le rendement après n années.

1. (1 pt) La suite (R_n) est géométrique de raison $q = \dots\dots\dots$

☐ 0,03 ☐ 0,97 ☐ 1,03

2. (2 pts) Calculer R_1 et R_2 :

$$R_1 = 95 \times \boxed{} = \boxed{}\% \quad R_2 = R_1 \times 0,97 = \boxed{}\%$$

3. (2 pts) Compléter le tableau de rendement (arrondir au dixième) :

Année n	0	1	2	3	4	5
R_n (%)	95	?	?	?	?	?

4. (2 pts) La réglementation impose un rendement minimum de 80 %. D'après le tableau, à partir de quelle année la chaudière ne respecte-t-elle plus la norme ?

5. (3 pts) La formule est $R_n = 95 \times 0,97^n$. Calculer R_{10} . Combien de % de rendement la chaudière a-t-elle perdu en 10 ans ?

Exercice 1 – Dépréciation d'un équipement

10 points

Un menuisier agenceur achète une machine-outil neuve au prix de 12 000 €. Chaque année, la valeur de cette machine perd 15 % de sa valeur de l'année précédente.

On note V_n la valeur de la machine après n années d'utilisation (en €). On a donc $V_0 = 12\,000$.

1. (2 pts) Justifier que $V_1 = 10\,200$ €. Calculer V_2 .

2. (2 pts) Montrer que la suite (V_n) est une suite géométrique. Préciser son premier terme et sa raison.

3. (2 pts) Exprimer V_n en fonction de n .

4. (2 pts) Calculer la valeur de la machine après 5 ans et après 10 ans. Arrondir à l'euro.

5. (2 pts) Le menuisier souhaite revendre la machine lorsque sa valeur passe en dessous de 3 000 €. À partir de quelle année cela se produit-il ? (On pourra procéder par essais successifs.)

Exercice 2 – Perte de rendement d'un système de chauffage

10 points

Un technicien chauffagiste installe une chaudière dont le rendement initial est de 95 %. Sans entretien, le rendement diminue de 3 % chaque année par rapport au rendement de l'année précédente.

On note R_n le rendement (en %) après n années. On a $R_0 = 95$.

1. (2 pts) Calculer R_1 et R_2 . Arrondir au dixième.

2. (2 pts) Justifier que (R_n) est une suite géométrique. Préciser la raison.

3. (2 pts) Exprimer R_n en fonction de n . Calculer le rendement après 8 ans. Arrondir au dixième.

La consommation annuelle de gaz (en kWh) est modélisée par $C_n = \frac{15\,000}{R_n} \times 100$, où R_n est exprimé en %.

4. (2 pts) Calculer la consommation la première année (C_0) et la consommation après 5 ans (C_5). Arrondir à l'entier.

5. (2 pts) Calculer la consommation totale sur les 4 premières années (de l'année 0 à l'année 3). Arrondir à l'entier. Commenter l'impact de l'absence d'entretien.

Exercice 1 – Investissement et rentabilité

10 points

Un artisan menuisier investit 25 000 € dans une machine à commande numérique. La machine perd 18 % de sa valeur chaque année. En parallèle, elle génère un revenu annuel de $R = 4\,500$ €.

1. (2 pts) Exprimer la valeur V_n de la machine en fonction de n . Préciser V_0 et q .

2. (2 pts) Calculer la valeur résiduelle après 6 ans. Arrondir à l'euro.

3. (3 pts) Calculer le revenu total cumulé sur 6 ans. Comparer avec l'investissement initial. L'investissement est-il rentable ?

4. (3 pts) À partir de quelle année n le revenu cumulé dépasse-t-il l'investissement initial diminué de la valeur résiduelle ? (Coût net = $V_0 - V_n$. Chercher n tel que $n \times R \geq V_0 - V_n$.)

Exercice 2 – Modélisation énergétique

10 points

Un installateur thermique étudie la consommation d'un bâtiment après isolation. La consommation initiale est de 20 000 kWh/an. Chaque année après isolation, la

consommation diminue de 8 % grâce à l'amélioration progressive des joints et du comportement des occupants.

1. (2 pts) Modéliser la consommation C_n après n années. Préciser la nature de la suite, son premier terme et sa raison.

2. (2 pts) Calculer la consommation après 5 ans et 10 ans. Arrondir à l'entier.

3. (3 pts) L'économie annuelle est $E_n = C_0 - C_n$. Calculer E_5 . En déduire l'économie cumulée sur 5 ans : $S = \sum_{k=0}^4 E_k$. On pourra utiliser la formule de la somme des termes d'une suite géométrique.

4. (3 pts) L'isolation a coûté 15 000 €, le prix du kWh est 0,12 €. À partir de combien d'années l'investissement est-il amorti ? Justifier.
