

Egalité de Pythagore

Activité découverte

I Carré et racine carrée

1- Carré d'un nombre

a- Définition

Définition :

Le **carré** d'un nombre s'obtient en multipliant ce nombre par lui-même.

Exemple : $4^2 = 4 \times 4 = 16$

ATTENTION : Il ne faut pas confondre le carré avec le double !

Remarque : On parle de carré, puisque si on a un carré de 5 cm de côté, son aire ($c \times c$) sera de 25 cm^2 .

Propriété :

Le carré d'un nombre est toujours positif. Le carré d'un nombre négatif est donc aussi positif.

Exemple : $(-4)^2 = -4 \times (-4) = 16$

ATTENTION : $-4^2 = -16 \neq (-4)^2 = 16$

b- Carrés parfaits

Tout comme les tables de multiplications, il est important de connaître les « carrés parfaits », c'est-à-dire les carrés des nombres entiers.

Nombres entiers	0^2	1^2	2^2	3^2	4^2	5^2	6^2	7^2	8^2	9^2	10^2	11^2	12^2	13^2	14^2	15^2
Carrés parfaits	0	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100	121	144	169	196	225

2- Racine carrée d'un nombre positif

Définition :

Soit a un nombre positif.

Il existe un seul nombre positif qui, élevé au carré, donne a . Ce nombre est appelé **racine carrée** de a .

La racine carrée de a se note $\sqrt{a}$ tel que $\sqrt{a} \times \sqrt{a} = a$

Exemple : $(\sqrt{3})^2 = \sqrt{3} \times \sqrt{3} = 3$

Remarque : La racine carrée d'un nombre négatif est impossible.

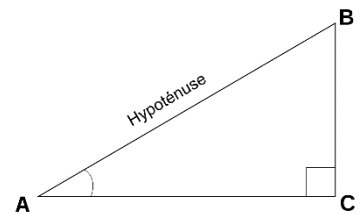
Application : Exercices 1 et 2

II L'égalité de Pythagore

Définition :

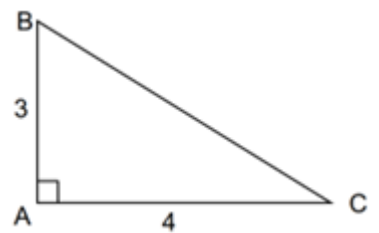
Dans un triangle rectangle, l'**hypoténuse** est le côté du triangle opposé à l'angle droit.

En d'autres mots, l'hypoténuse est toujours le côté le plus long.



L'égalité de Pythagore :

Dans un triangle rectangle, le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés.



Rédaction :

Le triangle ABC est rectangle en A.

D'après le théorème de Pythagore, on a :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$BC^2 = 3^2 + 4^2$$

$$BC^2 = 3 \times 3 + 4 \times 4$$

$$BC^2 = 9 + 16$$

$$BC^2 = 25$$

$$BC = \sqrt{25}$$

$$BC = 5$$

La longueur BC est donc de 5 cm.

Remarque : Si l'égalité de Pythagore n'est pas vérifiée, alors on peut en déduire que le triangle n'est pas rectangle. On appelle ce raisonnement la **contraposée du théorème de Pythagore**.

Application : Exercice 3

Egalité de Pythagore

(Exercices)

Activité découverte

Sur une feuille, tracer un triangle ABC rectangle en A tel que :

- $AB = 6 \text{ cm}$
- $AC = 8 \text{ cm}$
- $BC = 10 \text{ cm}$

A partir de ce triangle ABC rectangle en A, tracer 3 carrés :

- un carré ABEF de côté 6 cm noté a
- un carré ACGH de côté 8 cm noté b
- un carré BCIJ de côté 10 cm noté c

Découper proprement les trois carrés.

Le but est de faire rentrer les carrés a et b dans le carré c . Il est possible de découper les carrés a et b , ou de les mettre dans le sens et l'ordre souhaité etc.

Exercice 1

Donner le carré de chaque nombre

a/ 9

b/ 11

c/ 12

d/ 0,3

e/ 0,7

f/ $\frac{1}{4}$

g/ $\frac{3}{5}$

h/ $\frac{11}{6}$

i/ $\sqrt{7}$

j/ $\sqrt{0,21}$

Exercice 2

Donner la racine carrée de chaque nombre

a/ 1600

b/ 4900

c/ 250 000

d/ 0,81

e/ 1,21

f/ $\frac{1}{16}$

g/ $\frac{1}{144}$

h/ $\frac{9}{25}$

i/ $\frac{121}{36}$

j/ $\frac{81}{10000}$

Exercice 3

ABC est un triangle rectangle en A tel que : $AB = 3 \text{ cm}$ et $AC = 5 \text{ cm}$

1/ Construire le triangle ABC

2/ Calculer BC

Exercice 4

DEF est un triangle rectangle en D tel que : $DE = 4 \text{ cm}$ et $EF = 6 \text{ cm}$

1/ Construire le triangle DEF

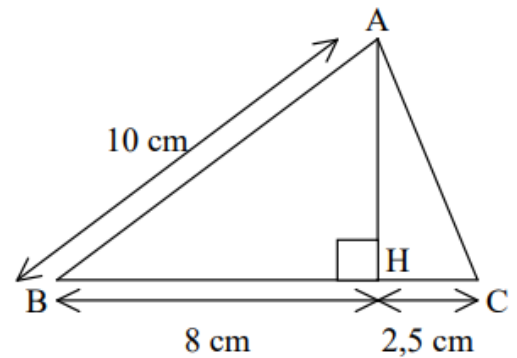
2/ Calculer DF

Exercice 5

(AH) est la hauteur du triangle ABC issue de A.

1/ Calculer la longueur AH

2/ En déduire la longueur AC

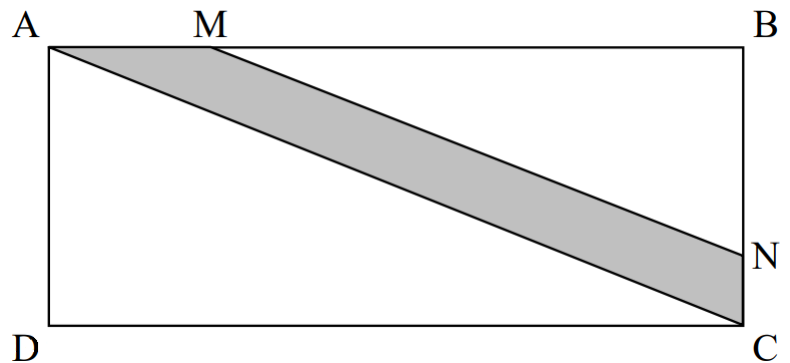


Exercice 6

La figure ci-dessous représente un champ rectangulaire ABCD traversé par une route de largeur uniforme (partie grise).

On donne :

- $AB = 100 \text{ m}$
- $BC = 40 \text{ m}$
- $AM = 24 \text{ m}$
- $MN = 80 \text{ m}$
- $(AC) \parallel (MN)$



1/ Calculer la valeur arrondie au décimètre près la longueur AC.

2/ Calculer la longueur MB.

3/ Calculer la longueur BN.

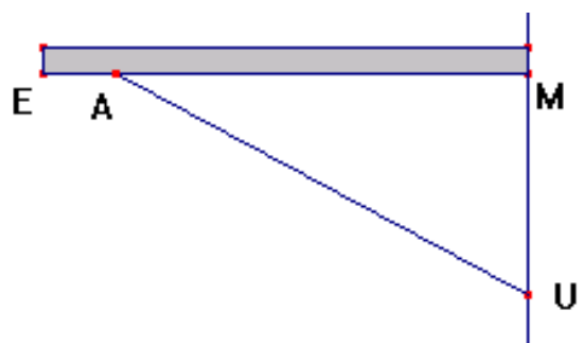
Exercice 7

Le dessin ci-contre n'est pas en vraie grandeur.

La droite (MU) représente un mur vertical. Pierre a installé une étagère représentée par le segment [ME].

Il a ensuite effectué différentes mesures :

- $MU = 45 \text{ cm}$
- $AU = 75 \text{ cm}$
- $ME = 62 \text{ cm}$
- $EA = 2 \text{ cm}$



L'étagère est-elle horizontale ?

Exercice 8

$ABCD$ est un rectangle tel que $AB = 3 \text{ cm}$ et $BC = 10 \text{ cm}$

Soit I le point appartenant au segment $[BC]$ tel que $BI = 1 \text{ cm}$.

1/ Construire la figure.

2/ Calculer AI^2

3/ Calculer DI^2

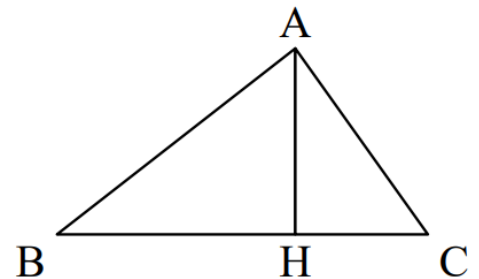
4/ Montrer que le triangle AID est rectangle en I

Exercice 9

La figure ci-contre n'est pas en vraie grandeur.

On donne les longueurs suivantes en centimètres :

- $BH = 5,8$
- $HC = 4,5$
- $AC = 7,5$
- $AH = 6$



1/ En utilisant uniquement une règle graduée et un compas, construire cette figure en vraie grandeur (laisser les traits de construction apparents)

2/ On affirme que le triangle ACH est rectangle en H . Démontrer le.

3/ Calculer l'aire du triangle ABC

4/ Soit M le milieu de $[AC]$, et D le symétrique de H par rapport à M .

Placer M et D sur la figure réalisée à la question 1.

Démontrer que le quadrilatère $ADCH$ est un rectangle.