

S7 - Action d'un champ magnétique

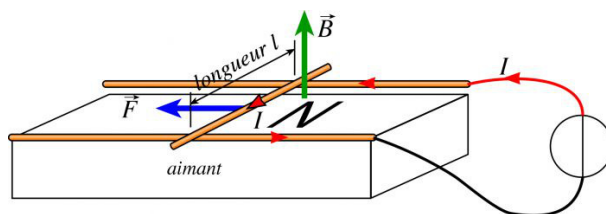
Table des matières

1 Forces de Laplace	1
2 Couple magnétique	2
2.1 Couple de Laplace exercé par un champ magnétique uniforme sur une spire rectangulaire	2
2.2 Action des forces de Laplace sur un circuit quelconque	4
2.3 Puissance du couple de Laplace	4
3 Action d'un champ magnétique uniforme sur un aimant	5
3.1 Orientation d'un aimant	5
3.2 Positions d'équilibre	5
4 Effet moteur d'un champ magnétique tournant	6
4.1 Création d'un champ magnétique tournant	6
4.2 Action sur un aimant	7

1 Forces de Laplace

*Expérience de cours : Le rail de Laplace*¹.

Un circuit électrique composé d'un rail conducteur et d'une tige métallique mobile qui peut glisser sur ce rail, est plongé dans un champ magnétique permanent obtenu grâce à un aimant en U dont on a représenté que le pôle Nord sur la figure. On impose alors un courant dans le circuit à l'aide d'un générateur de tension continue. On observe alors le déplacement de la tige dans un sens ou dans l'autre suivant le sens du courant I . Ceci s'explique par l'action de la résultante des forces électromagnétiques sur l'élément conducteur, appelée force de Laplace. On remarque également que l'inversion du sens de $\vec{B}$ (en retournant l'aimant), sans changer le sens de I , change le sens de déplacement de la tige.



La force de Laplace élémentaire à laquelle est soumis un élément de courant $I d\vec{\ell}$ placé dans un champ magnétique $\vec{B}$ est :

$$d\vec{F} = I d\vec{\ell} \wedge \vec{B}$$

et pour une portion AB de circuit :

$$\vec{F} = \int_A^B I d\vec{\ell} \wedge \vec{B}$$

1. Pierre-Simon de Laplace, né le 23 mars 1749 à Beaumont-en-Auge et mort le 5 mars 1827 à Paris, est un mathématicien, astronome et physicien français.

Une conséquence immédiate est que les forces s'exerçant sur un circuit fermé plongé dans un champ magnétique uniforme est nulle, en effet :

$$\vec{F} = \oint_{\text{circuit}} I d\vec{\ell} \wedge \vec{B} = \left(\underbrace{\oint_{\text{circuit}} I d\vec{\ell}}_{\vec{0}} \right) \wedge \vec{B} = \vec{0}$$

2 Couple magnétique

2.1 Couple de Laplace exercé par un champ magnétique uniforme sur une spire rectangulaire

On s'intéresse au moment par rapport à l'axe (Oz) des forces exercées par le champ magnétique sur la spire rectangulaire $MNPQ$, parcourue par le courant d'intensité i . Nous allons montrer que les forces de Laplace exercées sur les différents côtés de la spire forment un couple.

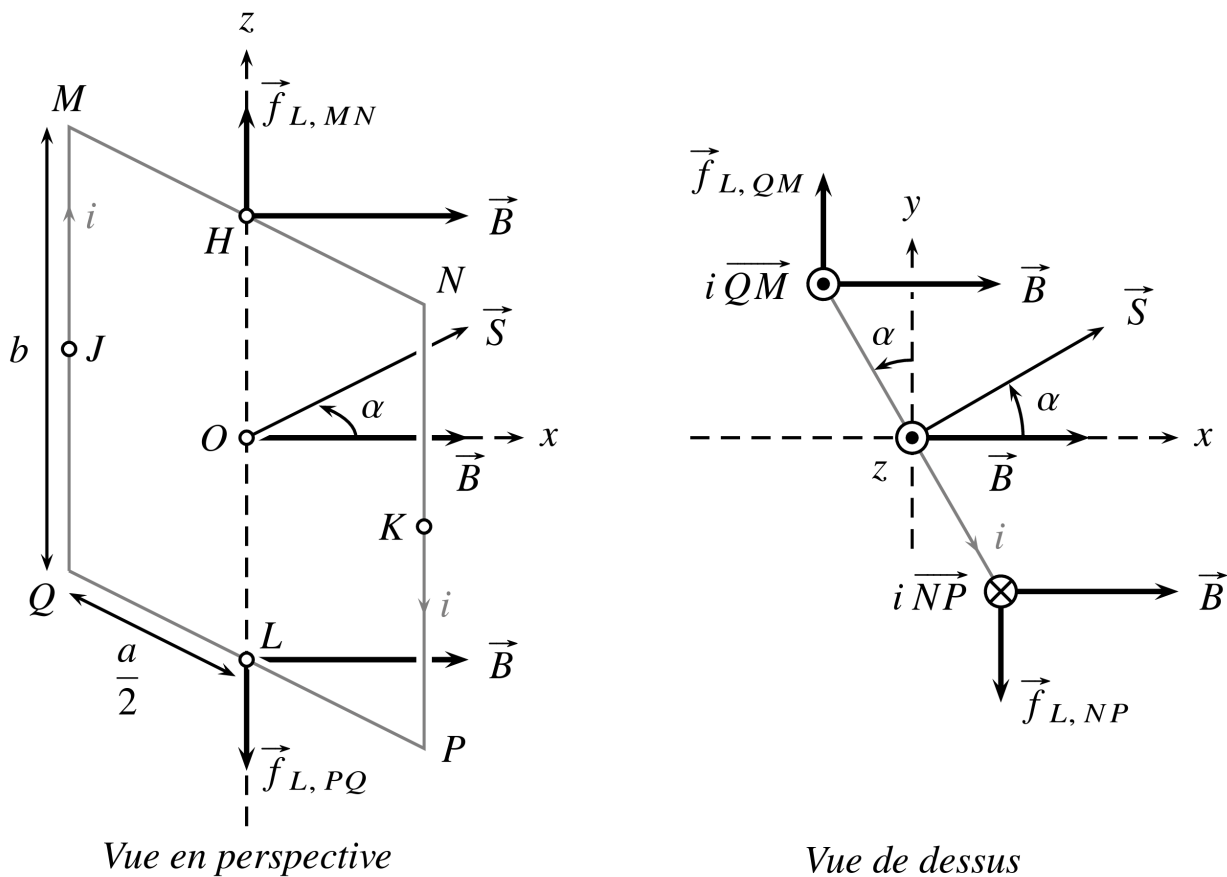


Figure 1 – Forces de Laplace s'exerçant sur une spire carrée

Les forces de Laplace représentées sur la figure 1 sont orientées conformément à la règle des trois doigts du produit vectoriel. On constate que leur résultante est nulle puisque :

$$\vec{f}_{L,NP} = -\vec{f}_{L,QM}$$

et

$$\vec{f}_{L,MN} = -\vec{f}_{L,PQ}$$

Ainsi, le champ magnétique ne produit pas de force résultante sur la spire, mais il exerce bien un couple.

Les forces $\overrightarrow{f_{L,MN}}$ et $\overrightarrow{f_{L,PQ}}$ ne contribuent pas au moment par rapport à l'axe (Oz) car elles sont parallèles à cet axe et appliquées directement sur celui-ci.

Le couple est donc uniquement dû aux forces $\overrightarrow{f_{L,NP}}$ et $\overrightarrow{f_{L,QM}}$. Son moment par rapport à (Oz) s'écrit :

$$\Gamma_z = \vec{\Gamma} \cdot \vec{u}_z$$

avec :

$$\vec{\Gamma} = \overrightarrow{OJ} \wedge \overrightarrow{f_{L,QM}} + \overrightarrow{OK} \wedge \overrightarrow{f_{L,NP}}$$

En introduisant l'angle orienté α entre $\vec{S}$ et $\vec{B}$, on obtient :

$$\overrightarrow{f_{L,QM}} = i \overrightarrow{QM} \wedge \vec{B} = i (b\vec{u}_z) \wedge (B\vec{u}_x) = ibB\vec{u}_y$$

Par conséquent :

$$\overrightarrow{OJ} \wedge \overrightarrow{f_{L,QM}} = \frac{a}{2} (-\sin \alpha \vec{u}_x + \cos \alpha \vec{u}_y) \wedge (ibB\vec{u}_y) = -\frac{a}{2} ibB \sin \alpha \vec{u}_z$$

De manière analogue :

$$\overrightarrow{f_{L,NP}} = i \overrightarrow{NP} \wedge \vec{B} = i (-b\vec{u}_z) \wedge (B\vec{u}_x) = -ibB\vec{u}_y$$

et :

$$\overrightarrow{OK} \wedge \overrightarrow{f_{L,NP}} = \frac{a}{2} (\sin \alpha \vec{u}_x - \cos \alpha \vec{u}_y) \wedge (-ibB\vec{u}_y) = -\frac{a}{2} ibB \sin \alpha \vec{u}_z$$

En additionnant ces deux contributions, on trouve finalement :

$$\vec{\Gamma}_L = -iabB \sin \alpha \vec{u}_z$$

Cette expression peut se réécrire plus simplement à l'aide du moment magnétique de la spire :

$$\vec{\mathcal{M}} = i\vec{S}$$

Comme l'aire de la spire vaut ab , le moment magnétique peut aussi s'écrire :

$$\vec{\mathcal{M}} = iab (\cos \alpha \vec{u}_x + \sin \alpha \vec{u}_y)$$

On remarque alors que :

$$\vec{\mathcal{M}} \wedge \vec{B} = iab (\cos \alpha \vec{u}_x + \sin \alpha \vec{u}_y) \wedge B\vec{u}_x = -iabB \sin \alpha \vec{u}_z = \vec{\Gamma}_L$$

On admettra la généralisation de cette propriété à une spire de forme quelconque.

2.2 Action des forces de Laplace sur un circuit quelconque

Couple des forces de Laplace

Le couple des forces de Laplace exercé par un champ magnétique uniforme sur un circuit quelconque parcouru par un courant vaut :

$$\vec{\Gamma}_L = \vec{\mathcal{M}} \wedge \vec{B}$$

où :

$$\vec{\mathcal{M}} = i \vec{S}$$

est le moment magnétique du circuit.

Ce couple tend à aligner $\vec{\mathcal{M}}$ sur $\vec{B}$.

Le couple de Laplace tend à faire tourner la spire de manière à aligner le vecteur surface $\vec{S}$ avec le champ magnétique $\vec{B}$.

Lorsque $\vec{S}$ et $\vec{B}$ sont colinéaires, le couple est nul.

Orientation stable

Une spire parcourue par un courant est en position d'équilibre stable lorsque son moment magnétique est parallèle au champ magnétique extérieur.

2.3 Puissance du couple de Laplace

La spire tourne autour de l'axe (Oz) à la vitesse angulaire :

$$\omega = \dot{\alpha}$$

Le vecteur rotation vaut alors :

$$\vec{\omega} = \dot{\alpha} \vec{u}_z$$

La puissance du couple de Laplace est :

$$\mathcal{P}_L = \vec{\Gamma}_L \cdot \vec{\omega}$$

On obtient :

$$\mathcal{P}_L = -iabB\dot{\alpha} \sin \alpha$$

3 Action d'un champ magnétique uniforme sur un aimant

3.1 Orientation d'un aimant

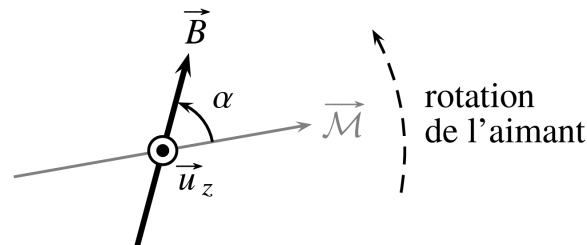


Figure 2 – Action d'un champ magnétique sur un aimant

Couple exercé sur un aimant

Le couple magnétique exercé par un champ magnétique extérieur $\vec{B}$ sur un aimant de moment magnétique $\vec{M}$ vaut :

$$\vec{\Gamma}_L = \vec{M} \wedge \vec{B}$$

Le couple magnétique exercé par un champ magnétique $\vec{B}$ sur un aimant de moment magnétique $\vec{M}$ tend donc à aligner le vecteur $\vec{M}$ sur le vecteur $\vec{B}$ (figure 2). Lorsque l'aimant est parallèle au champ magnétique, l'angle α est nul et le couple s'annule.

3.2 Positions d'équilibre

Les positions d'équilibre correspondent à :

$$\vec{\Gamma}_L = \vec{M} \wedge \vec{B} = \vec{0}$$

Il existe deux positions d'équilibre :

- $\vec{M}$ parallèle à $\vec{B}$: équilibre stable (figure cas (a)) ;
- $\vec{M}$ antiparallèle à $\vec{B}$: équilibre instable (figure cas (b)).

Une faible perturbation autour de la position antiparallèle (figure cas (c)) fait apparaître un couple ramenant l'aimant vers la position parallèle.

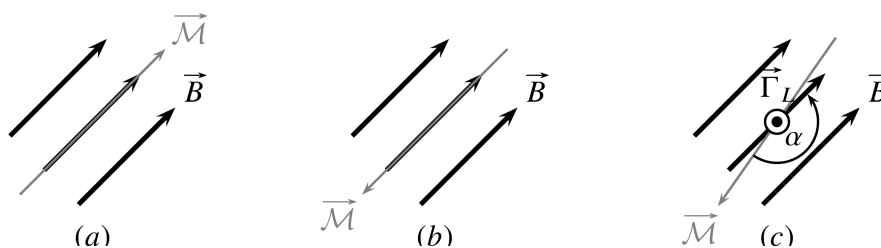


Figure 3 – Stabilité d'un aimant dans un champ magnétique

4 Effet moteur d'un champ magnétique tournant

4.1 Création d'un champ magnétique tournant

On peut créer un champ magnétique tournant à l'aide de deux bobines perpendiculaires parcourues par des courants sinusoïdaux en quadrature de phase.

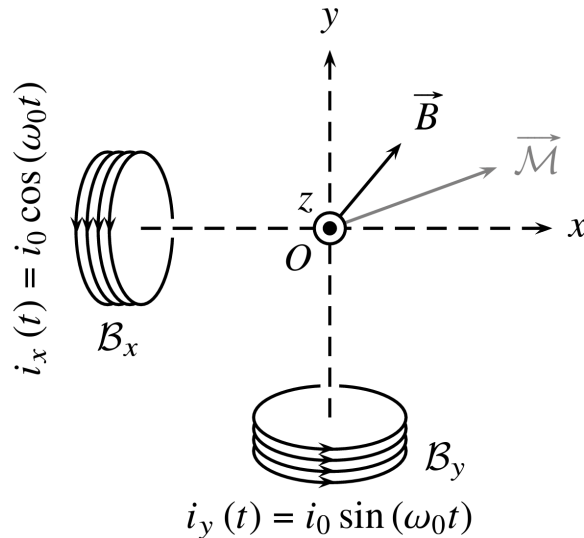


Figure 4 – Création d'un champ magnétique tournant

Les champs créés par les deux bobines sont :

$$\vec{B}_x(O, t) = K i_x(t) \vec{u}_x$$

et

$$\vec{B}_y(O, t) = K i_y(t) \vec{u}_y$$

Les intensités sont :

$$i_x(t) = i_0 \cos(\omega_0 t)$$

et

$$i_y(t) = i_0 \sin(\omega_0 t)$$

Le champ total vaut alors :

$$\vec{B}(t) = K i_0 \begin{pmatrix} \cos(\omega_0 t) \\ \sin(\omega_0 t) \\ 0 \end{pmatrix}$$

Ce vecteur tourne autour de l'axe (Oz) à la vitesse angulaire ω_0 .

Création d'un champ tournant

Un champ magnétique tournant est créé avec deux bobines d'axes perpendiculaires alimentées par des courants en quadrature de phase.

4.2 Action sur un aimant

Lorsqu'un aimant mobile est placé dans un champ magnétique tournant, il subit un couple magnétique qui tend à aligner son moment magnétique sur le champ.

L'aimant tourne alors à la même vitesse angulaire que le champ magnétique tournant.

C'est le principe des moteurs synchrones.