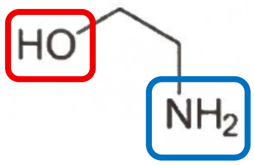
Bac 2026 Amérique du Nord Jour 2 Correction © https://www.labolycee.org

Exercice 1 Valorisation du dioxyde de carbone dans les cimenteries (9 points)

Q.1. Reproduire, sur la copie, la formule topologique de la molécule d'éthanolamine. Entourer les groupes caractéristiques de la molécule puis nommer les familles fonctionnelles associées.

Famille alcool



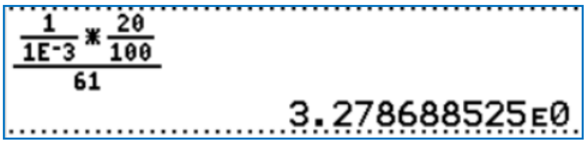
Famille amine

Densité des solutions aqueuses d'éthanolamine : d = 1,0 ;
Masse volumique de l'eau : ρ_{eau} = 1,00 g·mL^{-1}.
On considère un volume V = 1,0 L d'une solution d'éthanolamine à 20 % en masse.

Q.2. Vérifier que la valeur de la concentration en quantité de matière C de la solution aqueuse d'éthanolamine à 20 % est de 3,3 mol.L^{-1}.

$d = \dfrac{\rho}{\rho_{eau}}$ donc $\rho = d \cdot \rho_{eau}$

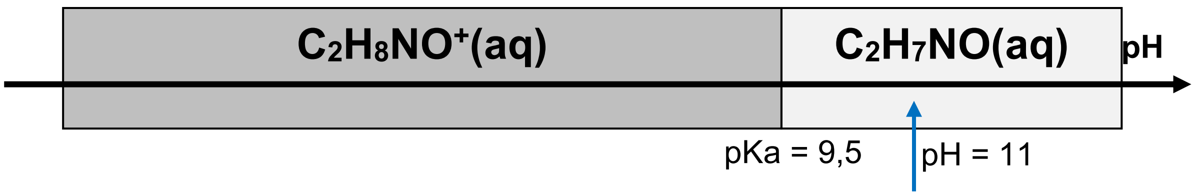
$c = \dfrac{\rho . w}{M} = \dfrac{d \cdot \rho_{eau} \cdot w}{M}$



$$c = \frac{1{,}0 \times 1{,}0\ \text{g}\cdot\text{mL}^{-1} \times \dfrac{20}{100}}{61{,}0\ \text{g}\cdot\text{mol}^{-1}} = \frac{1{,}0 \times \dfrac{1{,}0\ \text{g}}{1{,}0\text{mL}} \times \dfrac{20}{100}}{61{,}0\ \text{g}\cdot\text{mol}^{-1}} = \frac{1{,}0 \times \dfrac{1{,}0\ \text{g}}{1{,}0 \times 10^{-3}\text{L}} \times \dfrac{20}{100}}{61{,}0\ \text{g}\cdot\text{mol}^{-1}} = 3{,}3\ \text{mol.L}^{-1}$$

La mesure du pH de la solution donne pH = 11.

Q.3. Représenter le diagramme de prédominance du couple acide-base de l'éthanolamine.



Q.4. Préciser, en justifiant, sous quelle forme acide ou basique est présente l'éthanolamine dans la solution.

pH = 11 > pK_A ainsi l'éthanolamine est sous la forme de sa base conjuguée C_2H_7NO(aq).

L'éthanolamine réagit avec l'eau selon l'équation de réaction suivante :

$$C_2H_7NO(aq) + H_2O(\ell) \rightleftharpoons C_2H_8NO^+(aq) + HO^-(aq)$$

Q.5. Donner l'expression du taux d'avancement τ de la réaction étudiée en fonction de l'avancement final x_f et de l'avancement maximal x_{max}.

$\tau = \dfrac{x_f}{x_{max}}$

Q.6. Exprimer l'avancement maximal x_{max} en fonction de C et V. Le candidat pourra s'appuyer, si besoin, sur un tableau d'avancement.

L'eau est en excès, l'éthanolamine est le réactif limitant.
Lorsque l'éthanolamine est totalement consommée $C \cdot V - x_{max} = 0$, donc $x_{max} = C \cdot V$

Q.7. Montrer que le taux d'avancement τ peut s'exprimer : $\tau = \dfrac{K_e \cdot c^0}{C \cdot 10^{-pH}}$.

équation chimique		$C_2H_7NO(aq)$ +	$H_2O\ (\ell)$	$\rightleftharpoons$ $C_2H_8NO^+(aq)$ +	$HO^-(aq)$
État du système	Avancement (mol)	Quantités de matière (mol)			
État initial	$x = 0$	$C{\cdot}V$	Beaucoup	0	0
En cours de transformation	x	$C{\cdot}V - x$	Beaucoup	x	x
État final	x_f	$C{\cdot}V - x_f$	Beaucoup	x_f	x_f
État final si totale	$x = x_{max}$	$C{\cdot}V - x_{max} = 0$	Beaucoup	x_{max}	x_{max}

$x_f = n\left(HO^-\right)$

$\dfrac{x_f}{V} = \left[HO^-\right]$

D'après l'expression du produit ionique de l'eau $K_e = \dfrac{\left[H_3O^+\right]\left[HO^-\right]}{\left(c^0\right)^2}$ donc $\left[HO^-\right] = \dfrac{K_e \cdot \left(c^0\right)^2}{\left[H_3O^+\right]}$

Par définition $\left[H_3O^+\right] = 10^{-pH} \bullet c^0$ alors $\left[HO^-\right] = \dfrac{K_e \cdot \left(c^0\right)^2}{10^{-pH}.c^0} = \dfrac{K_e \cdot c^0}{10^{-pH}}$

Comme établi précédemment $\dfrac{x_f}{V} = \left[HO^-(aq)\right]$, donc $x_f = \left[HO^-\right] \cdot V = \dfrac{K_e \cdot c^0}{10^{-pH}} \cdot V$

$\tau = \dfrac{x_f}{x_{max}}$

$\tau = \dfrac{\dfrac{K_e \cdot c^0}{10^{-pH}} \cdot V}{C \cdot V} = \dfrac{K_e \cdot c^0}{C \cdot 10^{-pH}}$

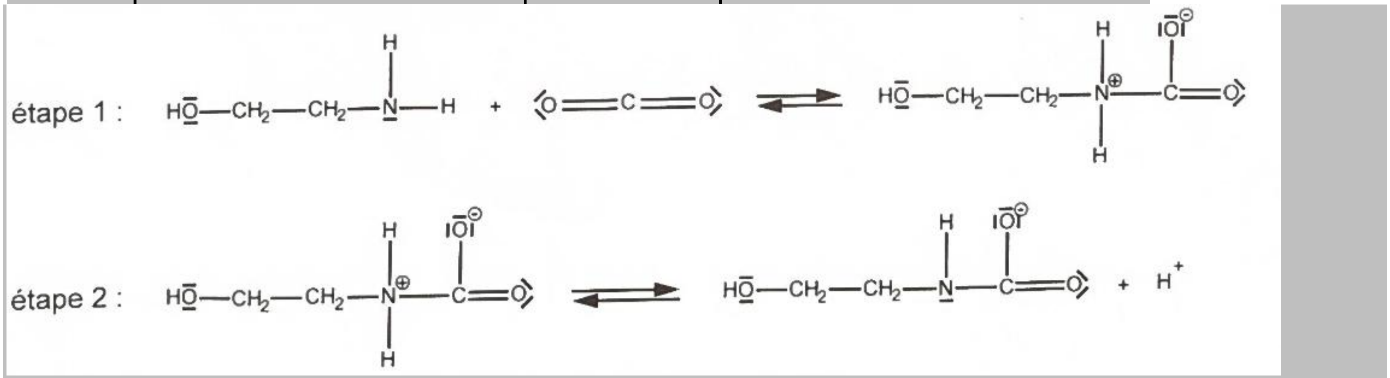
Q.8. Calculer la valeur du taux d'avancement τ et la commenter par rapport à la force de la base.

$\tau = \dfrac{K_e \cdot c^0}{C \cdot 10^{-pH}}$

$\tau = \dfrac{1{,}0 \times 10^{-14} \times 1}{3{,}3 \times 10^{-11}} = 3{,}1 \times 10^{-4} = 3{,}1 \times 10^{-2}\%$

Le taux d'avancement est particulièrement petit. La base C_2H_7NO réagit très peu avec l'eau, c'est une base faible.

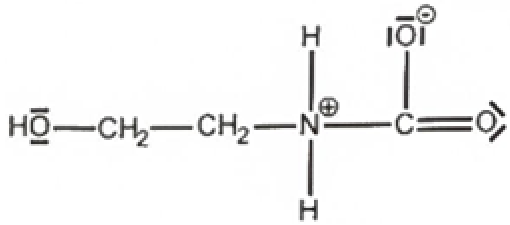
On s'intéresse à une partie du mécanisme réactionnel de la réaction de captage du dioxyde de carbone par l'éthanolamine dont les premières étapes sont données ci-dessous :



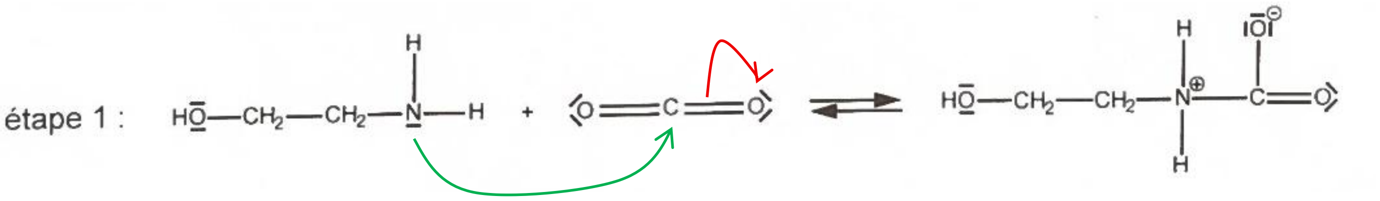
Q.9. Identifier un intermédiaire réactionnel en justifiant la réponse.

Un intermédiaire réactionnel est formé lors d'une étape puis est consommé lors d'une étape suivante.

Il s'agit de



Q.10. Recopier l'étape 1 et représenter par des flèches courbes le déplacement d'électrons. Justifier leur sens.



Lors de la formation d'une liaison, le doublet se déplace du site donneur (l'azote riche en électrons avec son doublet non liant) vers le site accepteur (le carbone C pauvre en électrons ; non demandé : en effet ses deux voisins O étant plus électronégatifs que lui, l'atome C a été appauvri en électrons).

Lors de la rupture d'une liaison le doublet se déplace vers l'atome le plus électronégatif donc vers l'oxygène.

2. Contrôle qualité d'une solution d'éthanolamine

L'éthanolamine peut s'altérer au fil du temps, entraînant une diminution progressive de sa concentration. Un technicien souhaite s'assurer que la solution aqueuse S d'éthanolamine dont il dispose peut être utilisée pour le captage du dioxyde de carbone. Pour cela, il réalise un titrage pH-métrique.

La solution S est préalablement diluée 50 fois. La solution obtenue est notée S_{50}.

Q.11. Choisir le matériel qui permet de préparer 250,0 mL de solution S_{50} à partir de la solution S en justifiant la verrerie choisie.

Verrerie à disposition :

- Béchers : 50 mL, 100 mL, 250 mL ;
- Pipettes jaugées : 5,0 mL, 10,0 mL, 20,0 mL ;
- Pipettes graduées : 5,0 mL, 10,0 mL ;
- Éprouvettes graduées : 20 mL, 100 mL, 250 mL ;
- Fioles jaugées : 50,0 mL, 100,0 mL, 250,0 mL.

La solution est diluée 50 fois. Le facteur de dilution est de 50.

$F = 50 = \dfrac{C}{C_{50}} = \dfrac{V_{50}}{V}$ où V_{50} est le volume de solution fille = 250,0 mL

C_{50} est la concentration de la solution fille
V est le volume de solution mère à prélever
C est la concentration de la solution mère

$$V = \frac{V_{50}}{50}$$

$$V = \frac{250{,}0}{50} = 5{,}0 \text{ mL}$$

On place la solution mère dans un bécher.
On prélève V avec une pipette jaugée de 5,0 mL.
On verse ce prélèvement dans une fiole jaugée de 250,0 mL.

Le technicien dose par titrage avec suivi pH-métrique un volume V_B = 25,0 mL de solution diluée S_{50}. La solution titrante est de l'acide chlorhydrique de concentration C_A= 0,10 mol.L^{-1}. La figure 1 ci-dessous présente l'évolution du pH du milieu réactionnel en fonction du volume versé de solution titrante.
L'équation de la réaction modélisant la transformation observée durant le dosage par titrage est :

$$C_2H_7NO\ (aq) + H_3O^+\ (aq) \rightarrow C_2H_8NO^+\ (aq) + H_2O\ (\ell)$$

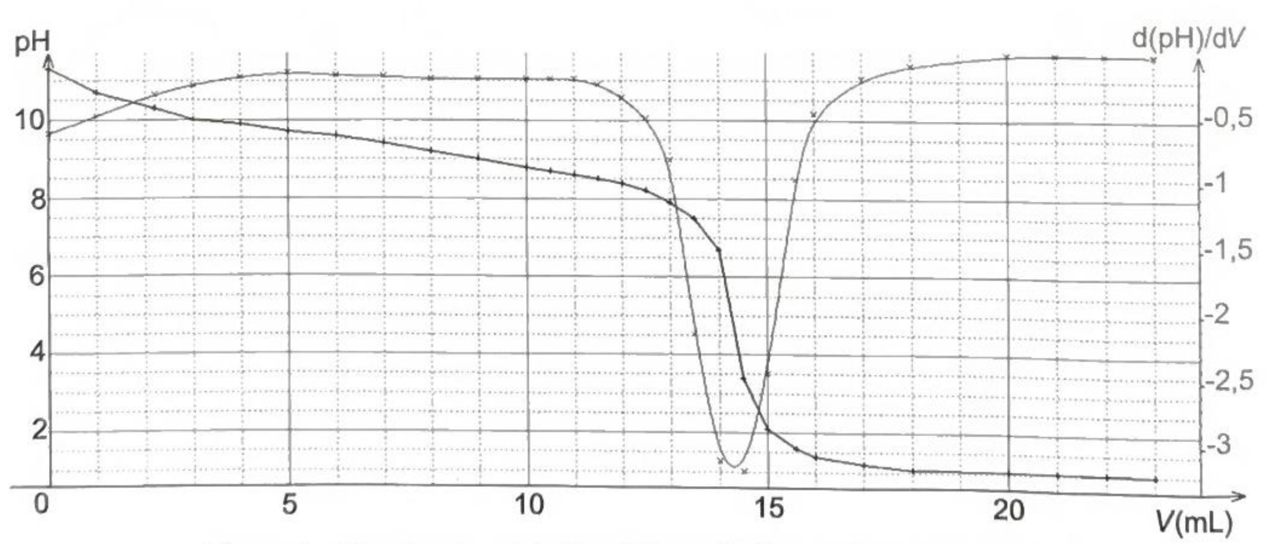


Figure 1 – Courbe de suivi pH-métrique du titrage de la solution S_{50}

Q.12. Définir l'équivalence d'un titrage.

À l'équivalence, les réactifs ont été mélangés dans les proportions stœchiométriques.

Q.13. Déterminer, à partir de la courbe de titrage, le volume V_E de solution titrante versé à l'équivalence. Expliquer la méthode employée.

À l'équivalence, il se produit un saut de pH. La baisse de pH est la plus forte à l'équivalence, ainsi la dérivée $\dfrac{dpH}{dV}$ atteint un minimum pour $V = V_E$. On lit V_E = 14,3 mL environ.

Q.14. En déduire la valeur du titre massique en éthanolamine, en %, de la solution S.

Le candidat est invité à prendre des initiatives et à présenter la démarche suivie, même si elle n'a pas abouti. La démarche est évaluée et nécessite d'être correctement présentée.

À l'équivalence, on a $n_{\text{acide versé}} = n_{\text{éthanolamine}}$.

$$C_A \cdot V_E = C_{50} \cdot V_B$$

$C_{50} = \dfrac{C_A \cdot V_E}{V_B}$ pour la solution diluée 50 fois.

$$C = 50C_{50} = 50\frac{C_A \cdot V_E}{V_B}$$ pour la solution S.

$$C = 50 \times \frac{0{,}10\ \text{mol}\cdot\text{L}^{-1} \times 14{,}3\ \text{mL}}{25{,}0\ \text{mL}} = 2{,}86\ \text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$$

Le titre massique est défini par $w = \frac{m_S}{m_{solution}}$ où m_S est la masse d'éthanolamine.

$m_S = C \cdot V \cdot M$

$\rho_{solution} = \frac{m_{solution}}{V}$ donc $m_{solution} = \rho_{solution} \cdot V$

$d = \frac{\rho_{solution}}{\rho_{eau}}$ donc $\rho_{solution} = d \cdot \rho_{eau}$ alors $m_{solution} = d \cdot \rho_{eau} \cdot V$

$$w = \frac{C \cdot V \cdot M}{d \cdot \rho_{eau} \cdot V} = \frac{C \cdot M}{d \cdot \rho_{eau}}$$

$$w = \frac{2{,}86\ \text{mol}\cdot\text{L}^{-1} \times 61{,}0\ \text{g}\cdot\text{mol}^{-1}}{1{,}0 \times 1{,}00\ \text{g} \times \text{mL}^{-1}} = \frac{2{,}86\ \text{mol}\cdot\text{L}^{-1} \times 61{,}0\ \text{g}\cdot\text{mol}^{-1}}{1{,}0 \times \frac{1{,}00\ \text{g}}{1\ \text{mL}}} = \frac{2{,}86\ \text{mol}\cdot\text{L}^{-1} \times 61{,}0\ \text{g}\cdot\text{mol}^{-1}}{1{,}0 \times \frac{1{,}00\ \text{g}}{1 \times 10^{-3}\text{L}}}$$

$$w = 1{,}7 \times 10^{-1} = 17\%$$

La concentration en éthanolamine influence l'efficacité du captage : une concentration trop faible réduit la performance, une concentration trop élevée accroît les risques de corrosion des équipements.

Titre massique en éthanolamine	15 %	20 %	25 %	30 %
Efficacité de captation du CO_2	Faible	Bonne	Bonne à très bonne	Très bonne
Tolérance à la corrosion des équipements	Très bonne	Acceptable	Risques accrus	Très mauvaise

D'après *Wang N., Wang D., Krook-Riekkola A., Ji X. (2023). MEA-based CO_2 capture. Front. Energy Res., 11:1230743 (doi.org/10.3389/fenrg.2023.1230743)*

Q.15. Commenter le résultat en discutant la possibilité d'utiliser cette solution d'éthanolamine pour capter le dioxyde de carbone.

Le pourcentage de 17% est un bon compromis : la captation est correcte avec une bonne tolérance à la corrosion.

3. Production de méthanol à partir du dioxyde de carbone capté

Le méthanol (CH_3OH) peut être obtenu par réaction entre le dioxyde de carbone et le dihydrogène ; il se forme également de l'eau. La transformation est totale.

Q.16. Écrire l'équation de la réaction modélisant la formation du méthanol.

$CO_2 + 3H_2 \rightarrow CH_3OH + H_2O$

En France, le projet EDF-Hynovi prévoit la fabrication de 200 000 tonnes de méthanol de synthèse par an à partir du CO_2 d'une cimenterie. La quantité de dihydrogène nécessaire est de 37 500 tonnes. Pour produire le dihydrogène, l'usine prévoit d'utiliser des électrolyseurs dont la puissance totale est de 330 MW. L'énergie nécessaire à la production d'un kilogramme de dihydrogène est de 55 kW.h.

Q.17. Déterminer la durée nécessaire à la production des 37 500 tonnes de dihydrogène.

Pour produire un kilogramme de dihydrogène il faut une énergie de 55kW·h.
Pour en produire 37 500 tonnes, soit 37 500 000 kg,
il faudra une énergie de 37 500 000 × 55 kW·h = $2{,}0625 \times 10^9$ kW·h = $2{,}0625 \times 10^6$ MW·h

$E = P \cdot \Delta t$ donc $\Delta t = \dfrac{E}{P}$

$$\Delta t = \frac{2{,}0625 \times 10^6 \text{ MW} \cdot \text{h}}{330 \text{ MW}} = 6250\ h = 260 \text{ jours}$$

Q.18. En déduire si la puissance des électrolyseurs est suffisante pour la production attendue.

Avec la puissance totale de 330 MW, il faudra 260 jours pour la production attendue en une année. Cela semble adapté car 260 < 365 jours et ainsi on disposera d’une marge de temps de maintenance assez large.

Merci de nous signaler la présence d’éventuelles erreurs à labolycee@labolycee.org.

Bac 2026 Amérique du nord Jour 1 **Correction © https://www.labolycee.org**

Exercice2 : L'effet photoélectrique et ses applications (6 points)

Données :

- Constante de Planck : h = 6,63×10^{-34} J.s ;
- Travail d'extraction du zinc : W_{ext} (Zn) = 4,3 eV;
- Masse d'un électron : m_e = 9,11×10^{-31} kg ;
- 1 eV = 1,60×10^{-19} J;
- La vitesse de la lumière dans le vide c est supposée connue ;
- Relation donnant l'énergie d'un photon : $E = h \cdot \nu = h \cdot \dfrac{c}{\lambda}$.

Q.1. Décrire l'effet photoélectrique.

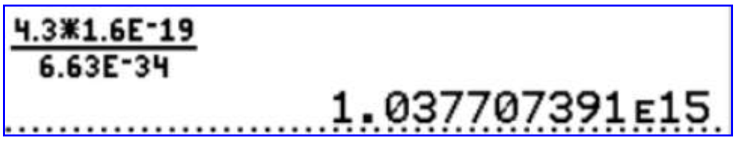
C'est le phénomène d'éjection d'électrons d'un métal sous l'effet de la lumière. Cet effet s'explique grâce au modèle particulaire de la lumière : celle-ci est composée de particules (les photons) dont l'énergie individuelle est suffisante pour arracher un électron à un métal.

Q.2. Calculer la fréquence seuil ν_S permettant une émission photoélectrique pour le zinc.

$$W_{ext} = h \cdot \nu_S$$

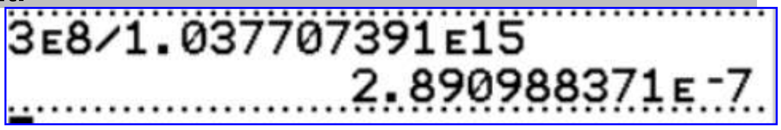
$$\nu_S = \frac{W_{ext}}{h}$$

$$\nu_S = \frac{4{,}3\text{eV} \times 1{,}60 \times 10^{-19}\,\text{J} \cdot \text{eV}^{-1}}{6{,}63 \times 10^{-34}\,\text{J.s}} = 1{,}0 \times 10^{15}\,\text{Hz}$$



Q.3. En déduire la longueur d'onde correspondante et préciser le domaine des ondes électromagnétiques auquel elle appartient.

$$\lambda_S = \frac{c}{\nu_S}$$



$$\lambda_S = \frac{3{,}00 \times 10^{8}\,\text{m.s}^{-1}}{1{,}0 \times 10^{15}\,\text{s}^{-1}} = 2{,}9 \times 10^{-7}\,\text{m}$$ (289 nm sans tenir compte des chiffres significatifs).

λ < 400 nm donc domaine des ultraviolets.

Remarque : Le calcul est toujours effectué avec les valeurs non arrondies (1,037707391×10^{15}s^{-1}) même s'il est écrit avec une valeur arrondie (1,0×10^{15} s^{-1}).

On éclaire la plaque de zinc avec une radiation de longueur d'onde λ = 250 nm.

Q.4. Justifier que l'effet photoélectrique se produit.

$E_{photon} = h \cdot \dfrac{c}{\lambda}$ et $W_{ext} = \dfrac{h \cdot c}{\lambda_S}$

comme $\lambda < \lambda_S$ alors $E_{photon} > W_{ext}$ le photon possède assez d'énergie pour arracher un électron.

Q.5. Montrer, en réalisant un bilan d'énergie, que l'expression de la vitesse d'éjection v des électrons en fonction de ν, ν_S, h et m_e, est égale à $v = \sqrt{\dfrac{2h \cdot (\nu - \nu_S)}{m_e}}$.

L'équation d'Einstein pour l'effet photoélectrique s'écrit $E_{photon} = W_{ext} + E_C$

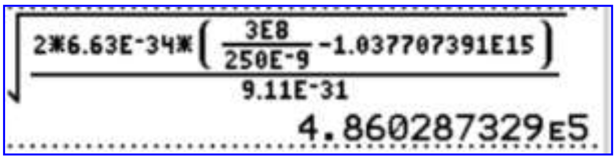
$$h \cdot \nu = h \cdot \nu_S + \frac{1}{2}.m_e.v^2$$

$$\frac{1}{2}.m_e.v^2 = h \cdot \nu - h \cdot \nu_S$$

$$m_e.v^2 = 2h \cdot (\nu - \nu_S)$$

$$v = \sqrt{\frac{2h \cdot (\nu - \nu_S)}{m_e}}$$

Q.6. Calculer la valeur de cette vitesse.



On a $\nu = \dfrac{c}{\lambda}$ donc

$$v = \sqrt{\frac{2\times 6{,}63\times 10^{-34}\times\left(\dfrac{3{,}00\times 10^{8}}{250\times 10^{-9}}-1{,}0\times 10^{15}\right)}{9{,}11\times 10^{-31}}} = 4{,}9\times 10^{5}\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

Q.7. Identifier le paramètre de la radiation qui a une influence sur la valeur de la vitesse. Préciser le sens dans lequel il faut le modifier pour augmenter la valeur de la vitesse.

Dans l'expression $v = \sqrt{\dfrac{2h\cdot(\nu-\nu_S)}{m_e}}$ seule la fréquence ν n'est pas constante, c'est donc le paramètre qui a une influence sur la valeur de la vitesse.
Pour augmenter la vitesse, il faut augmenter cette fréquence.

2. Étude d'un panneau photovoltaïque

Donnée :
Puissance lumineuse reçue : $P_{lum} = E \times S$, avec E l'éclairement en $W\cdot m^{-2}$ et S la surface utile du convertisseur en m^2.

Les cellules photovoltaïques installées sur le toit des habitations fonctionnent grâce à l'effet photoélectrique. Un particulier souhaite poser des panneaux sur sa toiture afin de diminuer sa facture d'électricité. Un installateur lui propose des panneaux rectangulaires de 1 346 mm de longueur et 1 112 mm de largeur.
Les graphiques de la figure 2 représentent, pour différents éclairements, l'évolution de l'intensité *I* et de la puissance électrique *P* fournis par le panneau en fonction de la tension *U* aux bornes du panneau :

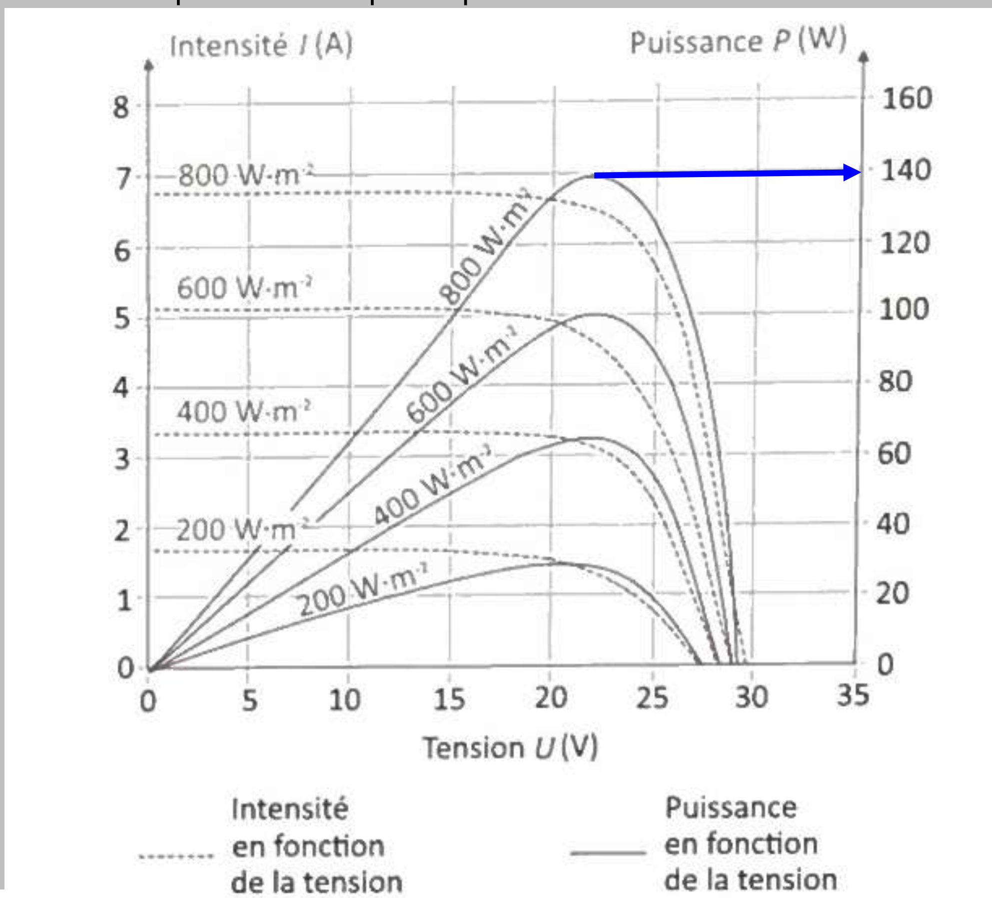


Figure 2 – Caractéristiques du panneau photovoltaïque

Q.8. Calculer la valeur du rendement d'un panneau photovoltaïque dans les conditions optimales de fonctionnement, pour un éclairement moyen de 800 W·m^{-2}.

Dans le cas d'un panneau photovoltaïque : $\eta = \frac{P_{él\,max}}{P_{reçue}}$ où $P_{élmax}$ est la puissance électrique maximale fournie par la cellule et $P_{reçue}$ est la puissance du rayonnement lumineux reçu avec $P_{reçue} = E \cdot S$

Graphiquement sur la figure 2, on lit $P_{élmax}$ = 140 W.

$$\eta = \frac{140\text{ W}}{800\text{ W}\cdot\text{m}^{-2} \times 1{,}346\text{ m} \times 1{,}112\text{ m}} = 11{,}7\%$$

$\frac{140}{800*1.346*1.112}$

1.169198371E-1

La consommation annuelle de ce particulier est de 7 500 kW·h. Il souhaite que la moitié de cette consommation soit couverte par les panneaux photovoltaïques. Le rendement moyen annuel de chaque panneau est d'environ 10 %.

Q.9. Déterminer le nombre de panneaux à installer, sachant que l'énergie surfacique moyenne reçue chaque jour est d'environ 4,1 kW·h.m^{-2} dans la région. Commenter le résultat.

Le candidat est invité à prendre des initiatives et à présenter la démarche suivie, même si elle n'a pas abouti. La démarche est évaluée et nécessite d'être correctement présentée.

Le particulier souhaite obtenir la moitié de sa consommation annuelle,
soit E = 7500 /2 = 3750 kW·h.

En un an les panneaux vont recevoir une énergie surfacique de 365 jours × 4,1 kW·h·m^{-2}, mais seulement 10% sera convertie en énergie électrique.

Ainsi les panneaux produisent E_S = $\frac{10}{100} \times 365 \times 4{,}1\text{ kW}\cdot\text{h}\cdot\text{m}^{-2}$ = 149,65 kW·h·m^{-2}. (résultat intermédiaire non arrondi).

Pour obtenir E = 3750 kW·h, il faut une surface S telle que $E_S \cdot S = E$.

$$S = \frac{E}{E_S}$$

$$S = \frac{3750\text{ kW}\cdot\text{h}}{149{,}65\text{ kW}\cdot\text{h}\cdot\text{m}^{-2}} = 25\text{ m}^2$$

3750/1.4965E2

2.505846976E1

La surface d'un seul panneau est S_1 = 1,346 m × 1,112 m.

Il faut donc $N = \frac{S}{S_1}$ panneaux.

$$N = \frac{25\text{ m}^2}{1{,}346\text{ m} \times 1{,}112\text{ m}} = 17\text{ panneaux.}$$

$\frac{2.505846976E1}{1.346*1.112}$

1.67418983E1

Ce nombre de panneaux est peu élevé, le projet de ce particulier semble réaliste.

Merci de nous signaler la présence d'éventuelles erreurs à labolycee@labolycee.org

Bac 2026 Amérique du nord Jour 1 Correction © https://www.labolycee.org
Exercice 3 : La wemba-mania (5 points)

Q.1. Donner, en justifiant, la nature du mouvement du ballon selon l'axe Ox.

Lire la question suivante avant de répondre.

La figure 2 montre que $x(t)$ est modélisée par une fonction linéaire, or $v_x = \dfrac{dx}{dt}$ donc v_x = Cte.

Comme la vitesse horizontale est constante alors le mouvement selon cet axe est uniforme.

Q.2. Déterminer, à l'aide de la figure 2, la valeur de la coordonnée v_x du vecteur vitesse v.

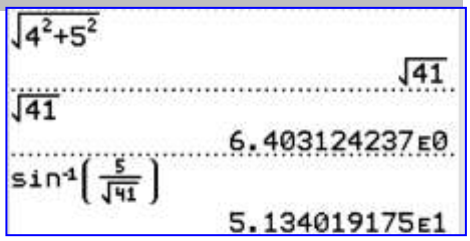
La vitesse selon l'axe Ox est définie par $v_x = \dfrac{dx}{dt}$ et d'après la modélisation de la figure 2, on a $x(t) = 4{,}0 \times t$.

Donc $v_x = 4{,}0\ \text{m·s}^{-1}$.

Q.3. Déterminer, à l'aide de la figure 3, la valeur de la coordonnée v_{y0} du vecteur vitesse initiale v_0.

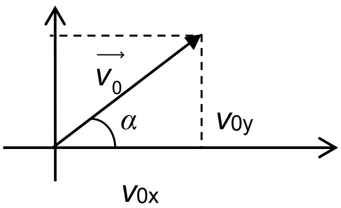
À la date $t = 0$ s, on lit l'ordonnée $v_{y0} = 5{,}0\ \text{m·s}^{-1}$.

Q.4. En déduire la valeur de la vitesse initiale v_0 et de l'angle α que fait le vecteur vitesse initiale avec l'horizontale, défini sur la figure 1.



$v_0 = \sqrt{v_{0x}^2 + v_{0y}^2}$ avec $v_x = v_{0x}$

$v_0 = \sqrt{4{,}0^2 + 5{,}0^2} = 6{,}4\ \text{m·s}^{-1}$



$\sin\alpha = \dfrac{v_{0y}}{v_0}$ donc $\alpha = \sin^{-1}\left(\dfrac{v_{0y}}{v_0}\right)$

$\alpha = \sin^{-1}\left(\dfrac{5{,}0}{6{,}4}\right) = 51°$

Attention calculatrice en degrés pas en radians.

Q.5. Exprimer les coordonnées $a_x(t)$ et $a_y(t)$ du vecteur accélération $\vec{a}$ du point G du ballon en utilisant la loi de Newton.

Système {ballon} de masse m et de centre de masse G.

Référentiel terrestre supposé galiléen.

Repère d'étude (Oxy).

Dans le cas d'une chute libre, le ballon n'est soumis qu'à son poids $\vec{P} = m \cdot \vec{g}$.

Deuxième loi de Newton : $\sum \overrightarrow{F_{ext}} = \vec{P} = m \cdot \vec{a}$ soit $m \cdot \vec{g} = m \cdot \vec{a}$ donc $\vec{a} = \vec{g}$.

En projection selon les axes Ox et Oy du repère choisi, il vient :

$$\vec{a}(t)\begin{cases} a_x(t) = g_x = 0 \\ a_y(t) = g_y = -g \end{cases}$$

Q.6. Montrer que les équations temporelles des coordonnées de la position du ballon s'expriment selon : $\begin{array}{l} x(t) = 4{,}0 \times t \\ y(t) = -4{,}9 \times t^2 + 5{,}0 \times t + 3{,}05 \end{array}$.

$\vec{a} = \dfrac{d\vec{v}}{dt}$ donc $a_x(t) = \dfrac{dv_x(t)}{dt}$ et $a_y(t) = \dfrac{dv_y(t)}{dt}$

Ainsi en primitivant on obtient $\vec{v}\begin{cases} v_x(t) = Cte_1 \\ v_y(t) = -g.t + Cte_2 \end{cases}$

On détermine les constantes avec les conditions initiales.

Coordonnées du vecteur vitesse initiale $\vec{v}_0$: $\vec{v}_0\begin{cases} v_{0x} \\ v_{0y} \end{cases}$

Compte tenu du vecteur vitesse initiale $\vec{v}_0$ = $\vec{v}(t=0)$ on a :

$v_{0x} = Cte_1$
$v_{0y} = 0 + Cte_2$

Ainsi : $\vec{v}\begin{cases} v_x(t) = v_{0x} \\ v_y(t) = -g.t + v_{0y} \end{cases}$

À chaque instant $\vec{v} = \dfrac{d\overrightarrow{OM}}{dt}$ donc $v_x(t) = \dfrac{dx(t)}{dt}$ et $v_y(t) = \dfrac{dy(t)}{dt}$

En primitivant on obtient $\overrightarrow{OG}(t)\begin{cases} x(t) = v_{0x} \cdot t + Cte_3 \\ y(t) = -\dfrac{1}{2}g.t^2 + v_{0y}.t + Cte_4 \end{cases}$

Conditions initiales, à $t = 0$ s, le ballon est au point G_0 de coordonnées ($x(0) = 0$; $y(0) = h$) donc :

$0 + Cte_3 = 0$
$0 + 0 + Cte_4 = h$

On obtient les équations horaires $\overrightarrow{OG}\begin{cases} x(t) = v_{0x}.t \\ y(t) = -\dfrac{1}{2}g.t^2 + v_{0y}.t + h \end{cases}$ et en remplaçant par les valeurs numériques, on a :

$$\overrightarrow{OG}\begin{cases} x(t) = 4{,}0 \times t \\ y(t) = -\dfrac{1}{2} \times 9{,}81 \times t^2 + 5{,}0 \times t + 3{,}05 = -4{,}9 \times t^2 + 5{,}0 \times t + 3{,}05 \end{cases}$$

Q.7. Montrer que la trajectoire du ballon peut être modélisée par : $y = -0{,}31x^2 + 1{,}3x + 3{,}05$

Comme $x(t) = 4{,}0 \times t$ alors $t = \dfrac{x(t)}{4{,}0}$ que l'on remplace dans $y(t) = -4{,}9 \times t^2 + 5{,}0 \times t + 3{,}05$

$$y(x) = -4{,}9 \times \frac{x(t)^2}{16} + 5{,}0 \times \frac{x(t)}{4{,}0} + 3{,}05$$

$y = -0{,}31x^2 + 1{,}3x + 3{,}05$

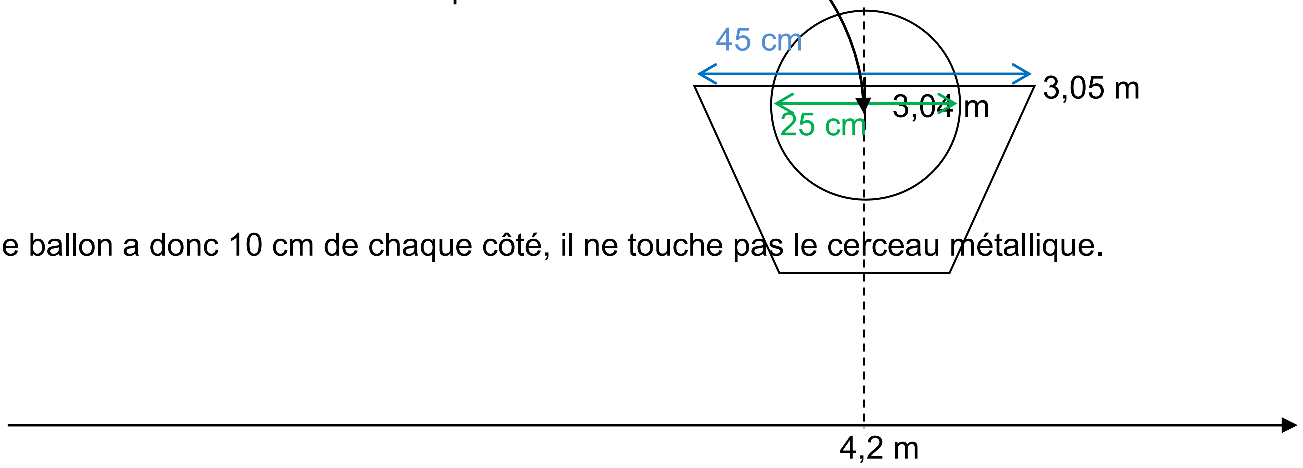
Données :
- Intensité de la pesanteur : g = 9,81 m·s^{-2} ;
- Diamètre du ballon : d = 25 cm ;
- Diamètre du panier : D = 0,45 m ;
- Distance au sol du cerceau métallique du panier : h = 3,05 m.

Au basket, les joueurs doivent marquer un panier en se tenant derrière la ligne de lancer franc située à 4,2 m du centre du panier.

Q.8. Déterminer si le lancer franc est réussi sans toucher le cercle métallique du panier. La réponse doit s'appuyer sur des calculs.

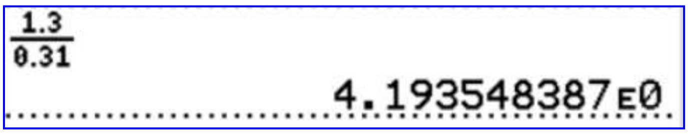
Le candidat est invité à prendre des initiatives et à présenter la démarche suivie, même si elle n'a pas abouti. La démarche est évaluée et doit être correctement présentée.

Sur la figure 1, on voit que Victor lâche le ballon à la verticale de la ligne de lancer franc.
On cherche donc l'ordonnée du centre de masse du ballon pour x = 4,2 m.
$y = -0,31\times4,2^2 + 1,3\times4,2 + 3,05 = 3,04$ m (en réalité pas assez de chiffres significatifs pour connaître l'altitude au centimètre près)
Le centre du ballon est assez haut pour entrer dans le cerceau.



Et le ballon a donc 10 cm de chaque côté, il ne touche pas le cerceau métallique.

Autre méthode : Le panier est situé à l'altitude $y = h$ = 3,05 m.
Déterminons l'abscisse du centre du ballon pour $y = h$ = 3,05 m.
$y = -0,31x^2 + 1,3x + 3,05$
$3,05 = -0,31x^2 + 1,3x + 3,05$
$0,31x^2 - 1,3\,x = 0$
$x\cdot(0,31x - 1,3) = 0$
Deux solutions
Solution 1 : x = 0 non retenue position de départ
Solution 2 : $0,31x - 1,3 = 0$
$x = \dfrac{1,3}{0,31}$ = 4,2 m (4,19 cm)



Le centre du ballon est à 4,19 m donc le lancer franc est réussi.

Merci de nous signaler la présence d'éventuelles erreurs à labolycee@labolycee.org

Exercice 1 : « J'ai froid aux pieds sur le carrelage, je préfère le parquet ! »

1. Détermination de l'effusivité d'un matériau

Données :

- Effusivité E d'un matériau : $E = \sqrt{\lambda \times c_V}$ avec :
  λ : conductivité thermique du matériau (en $J \cdot K^{-1} \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}$) ;
  c_V : capacité thermique volumique du matériau (en $J \cdot K^{-1} \cdot m^{-3}$).
- $c_V = \dfrac{C}{V}$ avec :
  C : capacité thermique du morceau de matériau utilisé en $J \cdot K^{-1}$;
  V : volume du morceau de matériau en m^3.
- Conductivités thermiques des matériaux : $\lambda_{bois} = 0{,}14\ J \cdot K^{-1} \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}$;
  $\lambda_{carrelage} = 1{,}3\ J \cdot K^{-1} \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}$;
  $\lambda_{silicone} = 0{,}80\ J \cdot K^{-1} \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}$.
- Capacité thermique de l'eau en $J \cdot K^{-1}$: $C_{eau} = m_{eau} \times c_{eau}$, avec :
  c_{eau} : capacité thermique massique de l'eau, $c_{eau} = 4{,}18 \times 10^3\ J \cdot K^{-1} \cdot kg^{-1}$;
  m_{eau} : masse de l'eau en kg.
- T : température en kelvin ;
- θ : température en degré Celsius ;
- Variation de l'énergie interne d'un système incompressible : $\Delta U = C \times \Delta T$ avec :
  C : capacité thermique du système ;
  ΔT : variation de température du système.
- Rappel : $\sqrt{a} = a^{1/2}$.

Q.1. Montrer que l'effusivité s'exprime en $J \cdot K^{-1} \cdot m^{-2} \cdot s^{-1/2}$.

L'effusivité est définie par $E = \sqrt{\lambda \times c_v} = (\lambda \times c_v)^{1/2} = \lambda^{1/2} \times c_v^{1/2}$

On remplace les grandeurs par leurs unités : $(J \cdot K^{-1} \cdot m^{-1} \cdot s^{-1})^{1/2} \cdot (J \cdot K^{-1} \cdot m^{-3})^{1/2}$
$J^{1/2} \cdot J^{1/2} \cdot K^{-1/2} \cdot K^{-1/2} \cdot m^{-1/2} \cdot m^{-3/2} \cdot s^{-1/2}$

Finalement on obtient effectivement une effusivité en $J \cdot K^{-1} \cdot m^{-2} \cdot s^{-1/2}$.

Les conductivités thermiques λ des matériaux étant données, on cherche à obtenir les capacités thermiques volumiques des matériaux à partir d'une mesure de C et de V du morceau choisi.
On choisit de déterminer $C_{carrelage}$, la capacité thermique du morceau de carrelage, par calorimétrie.
On considère que dans un calorimètre, on néglige tout travail et tout transfert thermique avec l'extérieur.
On place 720 g d'eau à 25,4 °C dans le calorimètre. On y insère le morceau de carrelage à 39,7 °C.
On relève la température finale d'équilibre thermique au bout de quelques dizaines de secondes, le temps que les transferts thermiques se fassent. On relève une température finale de 25,9 °C.
On considère le système {eau + carrelage} dans le calorimètre.

Q.2. Indiquer le sens dans lequel s'opère le transfert thermique entre le corps chaud et le corps froid.

Le transfert thermique a toujours lieu du corps chaud (le carrelage) vers le corps froid (l'eau).

Q.3. Rappeler le premier principe de la thermodynamique et en définir tous les termes ainsi que leurs unités. Appliquer le premier principe de la thermodynamique au système dans le calorimètre.

Le premier principe de la thermodynamique indique qu'un système peut échanger de l'énergie avec le milieu extérieur sous forme de chaleur Q et/ou de travail W. Ainsi la variation d'énergie interne du système est $\Delta U = W + Q$.

ΔU, W et Q sont des énergies exprimées en Joules.

Le système dans le calorimètre est constitué d'eau et de carrelage.

Le sujet indique que dans un calorimètre, on néglige tout travail et tout transfert thermique avec l'extérieur donc $\Delta U = 0$.

Mais par ailleurs, le système étant immobile et incompressible alors $W = 0$.

On obtient $\Delta U = Q = 0$.

Q.4. Montrer que la variation d'énergie interne de l'eau dans le calorimètre vaut 1,50×10^3 J.

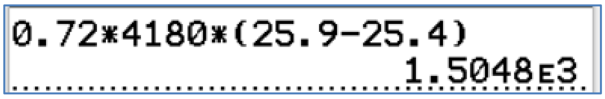
$\Delta U = 0 = \Delta U_{\text{eau}} + \Delta U_{\text{carrelage}}$

L'eau reçoit autant d'énergie que le carrelage cède d'énergie.

$\Delta U_{\text{eau}} = C_{\text{eau}} \cdot \Delta T = m_{\text{eau}} \cdot c_{\text{eau}} \cdot \Delta T$

$\Delta U_{\text{eau}} = 0{,}720 \text{ kg} \times 4{,}18 \times 10^3 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1} \times (25{,}9 - 25{,}4) \text{ K}$

$\Delta U_{\text{eau}} = 1{,}50 \times 10^3 \text{ J}$



Remarque : inutile de convertir les températures en kelvins car ((25,9 + 273) – (25,4 + 273)) = 25,9 – 25,4.

Q.5. En déduire que la capacité thermique du morceau de carrelage vaut $C_{\text{carrelage}}$ = 109 J·K^{-1}.

$\Delta U = 0 = \Delta U_{\text{eau}} + \Delta U_{\text{carrelage}}$

$\Delta U_{\text{carrelage}} = -\Delta U_{\text{eau}}$

$C_{\text{carrelage}} \cdot \Delta T = -\Delta U_{\text{eau}}$

$$C_{carrelage} = \frac{-\Delta U_{eau}}{\Delta T}$$

$$C_{carrelage} = \frac{-1{,}5048 \times 10^3}{25{,}9 - 39{,}7} = 109 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$$

Pour l'étude de la capacité thermique du carrelage, on utilise un morceau de carrelage de volume 5,50.10^{-5} m^3.

Q.6. Calculer la valeur de la capacité thermique volumique du carrelage $c_{v \text{ carrelage}}$.

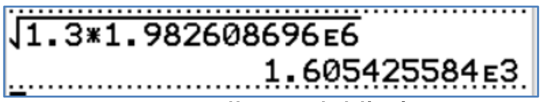
$$c_{v\,carrelage} = \frac{C_{carrelage}}{V}$$

$$c_{v\,carrelage} = \frac{109 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}}{5{,}50 \times 10^{-5} \text{ m}^3} = 1{,}98 \times 10^6 \text{ J.K}^{-1} \cdot \text{m}^{-3}$$

Q.7. Montrer que l'effusivité du carrelage vaut $E_{\text{carrelage}}$ = 1,60.10^3 J·K^{-1}·m^{-2}·s$^{-1/2}$.

$$E_{carrelage} = \sqrt{\lambda_{carrelage} \times c_{v\ carrelage}}$$

$$E_{carrelage} = \sqrt{1{,}3 \times 1{,}98 \times 10^6} = 1{,}6 \times 10^3 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1/2}$$



Remarque : on effectue les calculs avec les valeurs précédentes non arrondies et ici il n'y a que deux chiffres significatifs (comme pour $\lambda_{\text{carrelage}}$).

On mesure dans les mêmes conditions d'expérience E_{bois} = 0,476.10^3 J·K^{-1}·m^{-2}·s$^{-1/2}$.

Q.8. Justifier la cohérence des valeurs d'effusivité des matériaux par rapport au texte d'introduction.

L'effusivité du bois est environ 3 fois plus faible que celle du carrelage. Ainsi le bois se réchauffe plus rapidement sur la surface en contact avec le pied chaud que ne le fait le carrelage.
La température de contact ressentie par le pied au contact du bois est plus élevée que celle avec le carrelage.

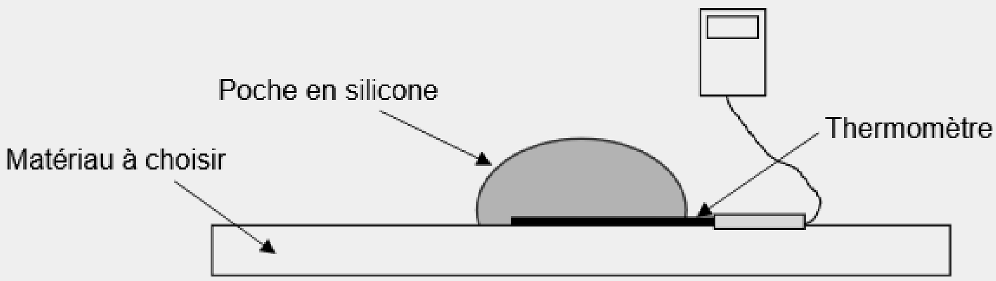
2. Mesure et calcul de la température de contact

Données :

- T(K) = θ(°C) + 273 ;
- Effusivités des matériaux : $E_{silicone}$ = 0,756×10^3 J·K^{-1}·m^{-2}·s$^{-1/2}$;
  E_{bois} = 0,476×10^3 J·K^{-1}·m^{-2}·s$^{-1/2}$;
  $E_{carrelage}$ = 1,60×10^3 J·K^{-1}·m^{-2}·s$^{-1/2}$.

Pour mesurer la température moyenne de contact entre la poche en silicone chauffée à environ 34 °C (comme pour un pied réel) et un morceau de carrelage (ou un morceau de bois), dont on relève au préalable la température, on intercale un thermomètre entre le carrelage (ou le bois) et la poche en silicone.

On atteint au bout de quelques secondes l'équilibre thermique et on mesure la température de contact. L'incertitude type associée à chaque mesure de température vaut 0,2 °C.



Pour calculer $T_{calcul.AB}$ la température de contact thermique entre deux matériaux A et B, on utilise la relation :

$$T_{calcul.AB} = \frac{E_A \times T_A + E_B \times T_B}{E_A + E_B}$$

avec E_A et E_B les effusivités des matériaux A et B en contact thermique et T_A et T_B leurs températures respectives initiales en kelvin.

Dans le cas du contact silicone-bois, les températures initiales sont : $\theta_{i\ silicone}$ = 34,1 °C et $\theta_{i\ bois}$ = 19,6 °C, la température de contact mesurée entre le silicone et le bois notée $\theta_{mesure.SB}$ s'établit au bout de quelques secondes à $\theta_{mesure.SB}$ = 28,3 °C.

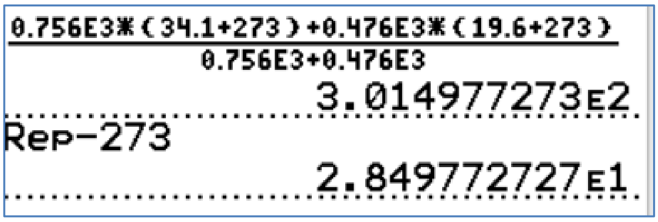
Q.9. Exprimer la valeur de $T_{mesure.SB}$ en kelvin.

$T_{mesure.SB}$ = $\theta_{mesure.SB}$ +273 en kelvin.

Q.10. Calculer la valeur de la température de contact théorique notée $T_{calcul.SB}$ entre la poche de silicone et le bois.

$$T_{calcul.AB} = \frac{E_A \times T_A + E_B \times T_B}{E_A + E_B} \text{ donc ici } T_{calcul.SB} = \frac{E_{silicone} \times T_{silicone} + E_{bois} \times T_{bois}}{E_{silicone} + E_{bois}}$$

$$T_{\text{calcul.SB}} = \frac{0{,}756\times10^3\times(34{,}1+273)+0{,}476\times10^3\times(19{,}6+273)}{0{,}756\times10^3+0{,}476\times10^3} = 301\text{ K} = 301 - 273 = 28°\text{C}$$



Remarque : le résultat (en K) ne peut comporter que trois chiffres significatifs.
Ensuite on fait une soustraction de deux nombres ne comportant aucune décimale, donc la température en °C est arrondie à l'entier sans décimale.

Dans le cas du contact silicone-carrelage, on trouve expérimentalement $T_{\text{mesure.SC}}$ = 297,2 K et on calcule $T_{\text{calcul.SC}}$ = 297,4 K.

Q.11. Comparer les valeurs des températures de contact mesurées $T_{\text{mesure.SB}}$ et $T_{\text{mesure.SC}}$ avec celles des températures de contact calculées $T_{\text{calcul.SB}}$ et $T_{\text{calcul.SC}}$ et conclure.

$T_{\text{mesure.SB}}$ = 28,3+273 = 301,3 K (on va garder la décimale…)
$T_{\text{calcul.SB}}$ = 301,5 K

$T_{\text{mesure.SC}}$ = 297,2 K
$T_{\text{calcul.SC}}$ = 297,4 K

Les valeurs mesurées sont très proches de celles calculées.
On constate un écart de 0,2°C. Cet écart est égal à l'incertitude type de mesure de la température.
Le z-score vaut donc 1 et est inférieur à 2, ce qui montre l'accord avec la formule théorique utilisée.
(Remarque : il n'est pas nécessaire d'évoquer le z-score qui d'ailleurs n'est pas donné dans le sujet).

Q.12. Expliquer les raisons de la sensation décrite dans le titre de l'exercice.

Comparons les températures de contact thermique :
avec le bois $T_{\text{mesure.SB}}$ = 28,3+273 = 301,3 K
avec le carrelage $T_{\text{mesure.SC}}$ = 297,2 K

donc $T_{\text{mesure.SB}} > T_{\text{mesure.SC}}$
Le pied ressent le fait que le carrelage est plus froid que le bois et cela génère la sensation de froid.
Le transfert thermique du pied vers le carrelage est plus important que celui entre le pied et le bois car la différence de température entre le pied et le carrelage est plus élevée.

3. Transfert conducto-convectif

On étudie le refroidissement à l'intérieur du pied.
Pour cela, on immerge la poche de silicone, transpercée jusqu'à son centre par un thermomètre relié à une interface d'acquisition, dans un mélange eau liquide/glace constituant ainsi un thermostat à 0 °C.
Le suivi de la température dure trois heures, les mesures sont faites toutes les 7,2 secondes.

Q.13. Préciser quel transfert thermique supplémentaire, lié à la présence d'eau liquide, apparaît dans le thermostat eau liquide/glace par rapport aux matériaux solides utilisés précédemment.

On connaît trois modes de transfert thermique convection, conduction et rayonnement.
La présence d'eau liquide permet un transfert par convection qui n'avait pas lieu avec les solides.

Le flux thermique entre la poche de silicone et le thermostat, dans le cas d'un transfert conducto-convectif, est donné par la loi de Newton, il s'écrit :

$$\phi = h_{\text{eau-silicone}} \times S \times (\theta_T - \theta)\text{, avec}$$

- $h_{\text{eau-silicone}}$: coefficient de transfert conducto-convectif entre l'eau et le silicone ; plus le coefficient de transfert conducto-convectif est grand plus le flux sera important ;
- S : surface de contact entre poche en silicone et le thermostat ;
- θ : température du silicone dans la poche et θ_T la température du thermostat.

Q.14. Donner l'expression du transfert thermique *Q* en fonction du flux thermique ϕ pendant une durée très petite Δt.

Remarque : en général une petite durée est notée dt.

$\phi = \dfrac{Q}{\Delta t}$ donc $Q = \phi \cdot \Delta t$

Q.15. Montrer, par application du premier principe de la thermodynamique appliqué au silicone, que les variations de la température du silicone à l'intérieur de la poche peuvent être décrites par l'équation différentielle suivante :

$$\frac{d\theta}{dt} + \frac{1}{\tau} \times \theta = \frac{1}{\tau} \times \theta_T$$

avec τ le temps caractéristique de transfert tel que : $\tau = \dfrac{C_{\text{silicone}}}{h_{\text{eau-silicone}} \times S}$.

Le premier principe de la thermodynamique appliqué au système {silicone} donne $\Delta U = W + Q$.
Le système est immobile et supposé incompressible donc il n'échange pas de travail.
$\Delta U = Q$
On a $Q = C_{\text{silicone}} \times \Delta\theta$ et $Q = \phi \cdot \Delta t$ donc $C_{\text{silicone}} \times \Delta\theta = \phi \cdot \Delta t$

$$\frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{\phi}{C_{silicone}}$$

Si Δt tend vers zéro alors on notera $\dfrac{d\theta}{dt} = \dfrac{\phi}{C_{silicone}}$

On fait intervenir la loi de Newton $\dfrac{d\theta}{dt} = \dfrac{h_{eau-silicone} \times S \times (\theta_T - \theta)}{C_{silicone}}$

Comme $\tau = \dfrac{C_{\text{silicone}}}{h_{\text{eau-silicone}} \times S}$ alors $\dfrac{1}{\tau} = \dfrac{h_{\text{eau-silicone}} \times S}{C_{\text{silicone}}}$

alors on obtient $\dfrac{d\theta}{dt} = \dfrac{1}{\tau} \cdot (\theta_T - \theta)$

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{\tau} \cdot \theta_T - \frac{1}{\tau} \cdot \theta$$

Finalement $\dfrac{d\theta}{dt} + \dfrac{1}{\tau} \times \theta = \dfrac{1}{\tau} \times \theta_T$.

La solution donnant l'évolution de la température en fonction du temps a pour forme : $\theta(t) = (\theta(0) - \theta_T) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + \theta_T$

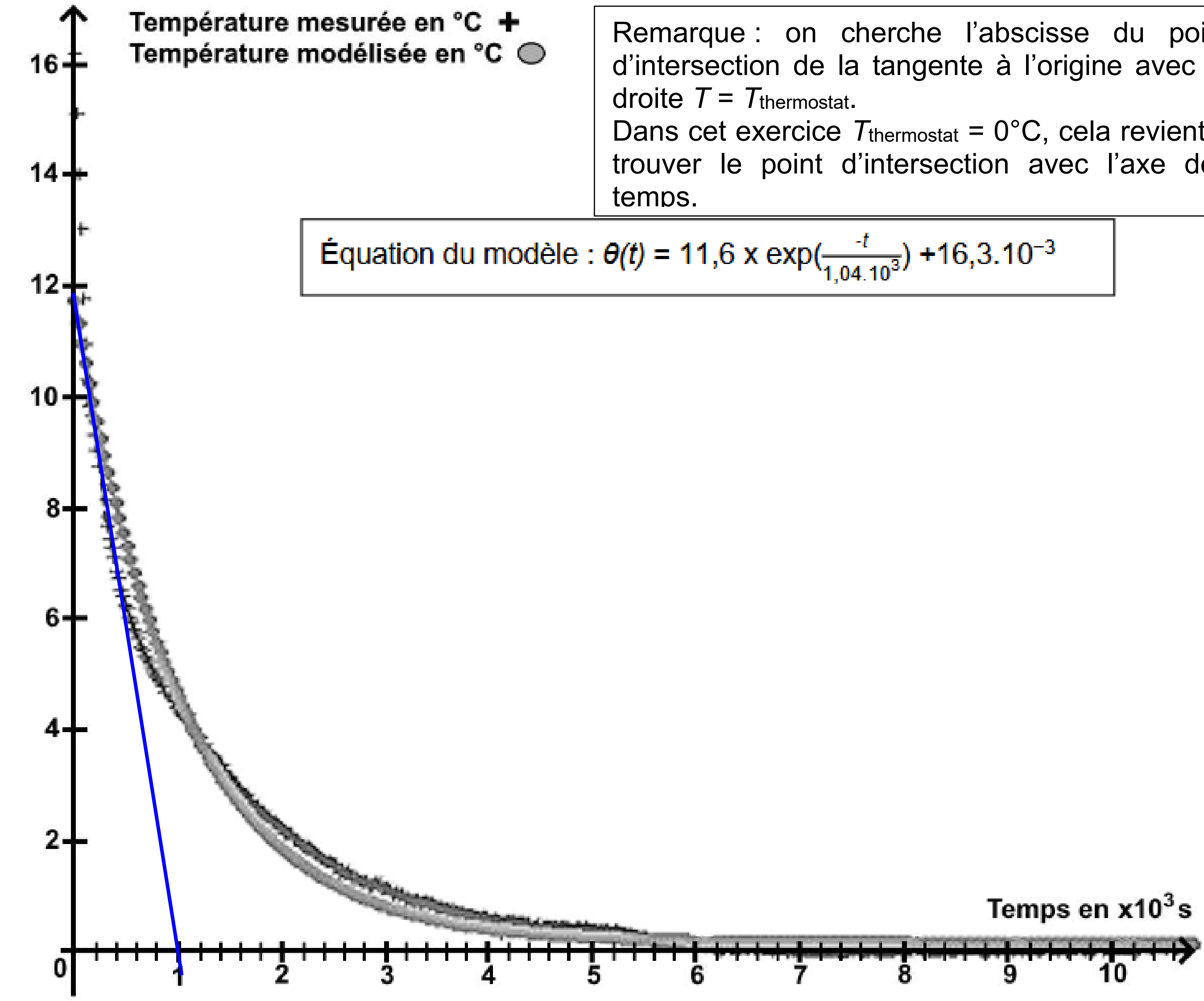
Q.16. Comparer les deux courbes obtenues en annexe à rendre avec la copie et commenter.

Les deux courbes ne se superposent pas parfaitement, cependant elles sont assez proches pour que l'on considère le modèle mathématique comme compatible avec le mode réel.

Q.17. Déterminer la valeur du temps caractéristique τ par construction graphique à réaliser sur l'annexe à rendre avec la copie.

On trace la tangente à l'origine, elle coupe l'axe des temps à la date $t = \tau$.

Remarque : on cherche l'abscisse du point d'intersection de la tangente à l'origine avec la droite $T = T_{\text{thermostat}}$.
Dans cet exercice $T_{\text{thermostat}}$ = 0°C, cela revient à trouver le point d'intersection avec l'axe des temps.



On lit $\tau = 1 \times 10^3$ s.

Remarque : Cette méthode étant peu précise, on ne peut pas garder trop de chiffres significatifs.

Q.18. Calculer la valeur de $h_{\text{eau-silicone}}$ sachant que la poche utilisée a une capacité thermique C_{silicone} = 179 J·K⁻¹ et une surface totale immergée S = 0,0172 m².

$$\tau = \frac{C_{\text{silicone}}}{h_{\text{eau-silicone}} \times S} \text{ donc } h_{\text{eau-silicone}} = \frac{C_{\text{silicone}}}{\tau \times S}.$$

$$h_{\text{eau-silicone}} = \frac{179 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}}{1\times10^{3} \text{ s} \times 0{,}0172 \text{ m}^2} = 1\times10^{1} \text{ J}\cdot\text{s}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{m}^{-2}$$

Le coefficient conducto-convectif entre l'air et le silicone vaut $h_{\text{air-silicone}} = 3{,}51$ J·s^{-1}·K^{-1}·m^{-2}.

Q.19. Comparer les valeurs des deux coefficients conducto-convectifs et indiquer le fluide dans lequel le pied se refroidit le plus vite.

$h_{\text{eau-silicone}} > h_{\text{air-silicone}}$

Comme indiqué dans le sujet, plus le coefficient de transfert conducto-convectif est grand plus le flux sera important, donc le pied se refroidit plus vite dans l'eau que dans l'air.

Remarque : Ceci est bien en accord avec notre ressenti lors d'une baignade dans de l'eau à la même température que l'air. L'eau paraît plus froide que l'air, car elle nous prend plus rapidement notre chaleur.

Merci de nous signaler la présence éventuelle d'erreurs à labolycee@labolycee.org

Exercice 2 : HOPE, l'espoir du dihydrogène vert (5 points)

Données :

- Masses molaires atomiques : $M(H) = 1{,}0\ g\cdot mol^{-1}$;
- Constante d'Avogadro : $N_A = 6{,}0 \times 10^{23}\ mol^{-1}$;
- Charge élémentaire : $e = 1{,}6 \times 10^{-19}\ C$;
- Charge d'une mole d'électrons : $F = N_A \times e = 96\ 500\ C.mol^{-1}$;
- Couples d'oxydo-réduction mis en jeu dans la réaction : $H^+(aq) / H_2(g)$ et $O_2(g) / H_2O(\ell)$;
- 1 W·h = 3600 J ;
- La relation entre la capacité (ou quantité d'électricité transférée) Q (en A·h) et la durée de transfert Δt (en h), pour une intensité électrique I (en A), est donnée par la relation : $Q = I \times \Delta t$.

Une éolienne flottante permet l'alimentation en énergie de la plateforme. Celle-ci possède une turbine qui a produit, au cours du mois de décembre 2023 une énergie électrique de 922 MW·h.

Q.1. Déterminer, en MW·h, l'énergie moyenne produite par l'éolienne chaque jour au mois de décembre 2023.

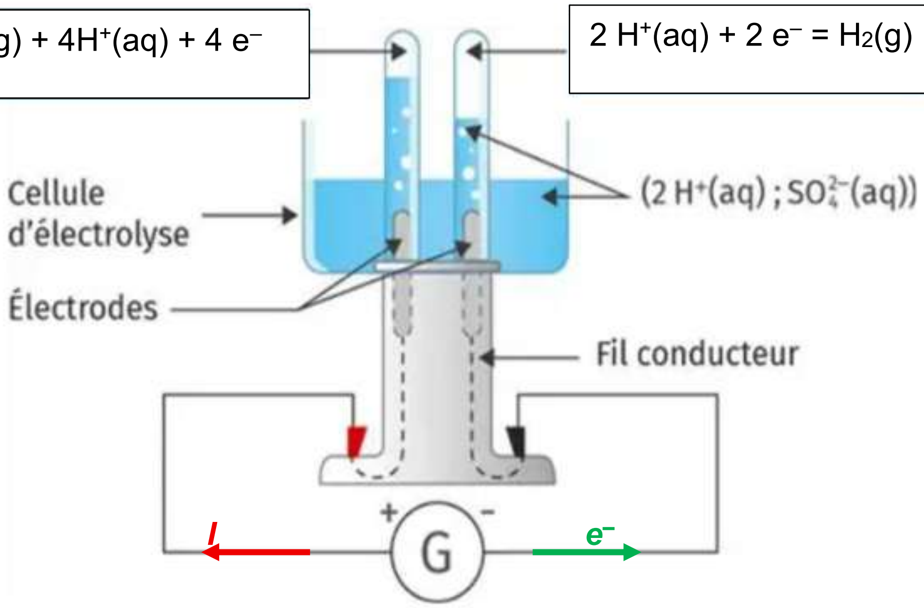
Le mois de décembre comporte 31 jours, l'énergie moyenne par jour est donc 922/31 = 29,7 MW·h.

On réalise au laboratoire l'électrolyse de l'eau de mer. La tension U appliquée aux bornes de l'électrolyseur est de 4,74 V et le courant électrique I qui circule est de 7,25 mA pendant une durée Δt = 6 min 47 s.

Q.2. Compléter le document 2 de l'annexe à rendre avec la copie en y faisant figurer le sens de circulation du courant électrique *I* et celui des électrons dans le circuit électrique.

$2H_2O(\ell) = O_2(g) + 4H^+(aq) + 4\ e^-$

$2\ H^+(aq) + 2\ e^- = H_2(g)$



Q.3. Écrire les demi-équations électroniques des deux couples d'oxydoréduction mis en jeu dans la réaction. Dans les encadrés de l'annexe à rendre avec la copie (page 10), associer à chaque électrode de l'électrolyseur la demi-équation se produisant lors de l'électrolyse.

La réduction de H^+ consomme des électrons fournis par la borne négative du générateur.
$2\ H^+(aq) + 2\ e^- = H_2(g)$

L'oxydation de l'eau libère des électrons pompés par la borne positive du générateur
$2H_2O(\ell) = O_2(g) + 4H^+(aq) + 4\ e^-$

Q.4. En déduire l'équation de réaction modélisant la transformation qui a lieu au sein de l'électrolyseur.

($2\ H^+(aq) + 2\ e^- = H_2(g)$) X 2

$2H_2O(\ell) = O_2(g) + 4H^+(aq) + 4\ e^-$

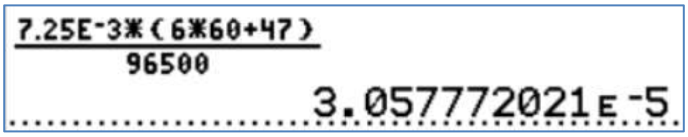
$2H_2O(\ell) \rightarrow 2\ H_2(g) + O_2(g)$

Remarque : on vérifie sur le schéma que le volume de gaz dihydrogène est le double de celui du dioxygène.

Q.5. Exprimer en fonction de *I*, Δ*t* et *F* la quantité de matière d'électrons échangés dans cet électrolyseur. Calculer sa valeur.

$Q = I\cdot\Delta t = n(e^-)\cdot F$

$$n\left(e^-\right) = \frac{I\cdot\Delta t}{F}$$



$$n\left(e^-\right) = \frac{7{,}25\times10^{-3}\times(6\times60+47)}{96500} = 3{,}06\times10^{-5}\ \text{mol d'électrons}$$

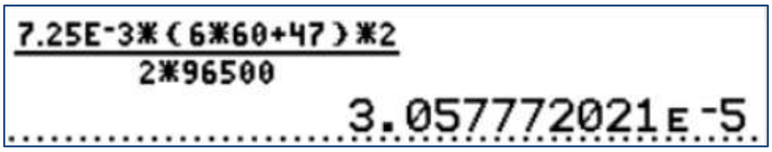
Q.6. Montrer que la masse de dihydrogène produite vaut 3,06×10⁻⁵ g dans l'électrolyseur du laboratoire.

D'après la demi-équation $2\ H^+(aq) + 2\ e^- = H_2(g)$, on a $n(H_2) = \frac{n\left(e^-\right)}{2}$.

$$n(H_2) = \frac{I\cdot\Delta t}{2F}$$

$$m(H_2) = n(H_2)\cdot M(H_2)$$

$$m(H_2) = \frac{I\cdot\Delta t}{2F}\cdot M(H_2)$$



$$m(H_2) = \frac{7{,}25\times10^{-3}\times(6\times60+47)}{2\times96500}\times2{,}0 = 3{,}06\times10^{-5}\ \text{g}$$

Q.7. Calculer l'énergie nécessaire dans ces conditions pour récupérer 400 kg de dihydrogène, masse que l'industriel espère récupérer par jour.

Le candidat est invité à prendre des initiatives et à présenter la démarche suivie, même si elle n'a pas abouti. La démarche est évaluée et doit être correctement présentée.

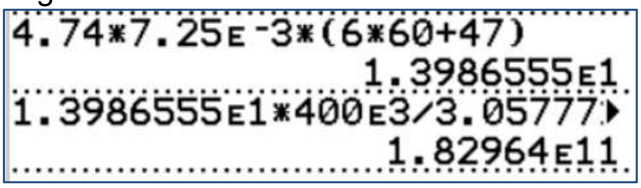
On peut tout d'abord calculer l'énergie nécessaire pour produire $m(H_2) = 3{,}06\times10^{-5}$ g.

$E = P\cdot\Delta t = U\cdot I\cdot\Delta t$

$E = 4{,}74\ \text{V} \times 7{,}25\times10^{-3}\ \text{A} \times (6*60+47)\ \text{s} = 14{,}0\ \text{J}$

Puis par proportionnalité, $E = 14{,}0\ \text{J} \rightarrow m(H_2) = 3{,}06\times10^{-5}$ g

$E_{400} = ? \rightarrow 400\times10^3$ g



$$E_{400} = \frac{14{,}0\times400\times10^3}{3{,}06\times10^{-5}} = 1{,}83\times10^{11}\text{J}$$

Q.8. Vérifier si ce résultat est cohérent avec le résultat trouvé dans la question Q.1. Commenter.

Pour voir la cohérence il faut convertir l'énergie calculée en W·h, puis en MW·h.

Comme 1 W·h = 3600 J, alors $E_{400} = 1{,}83\times10^{11}/3600 = 5{,}08\times10^7$ W·h $= 50{,}8\times10^6$ W·h = 50,8MW·h.

L'éolienne fournit 29,7 MW·h < 50,8 MW·h, ce qui n'est pas suffisant pour récupérer 400 kg de dihydrogène.

Il faudrait plutôt deux éoliennes.

Mais sans doute que l'électrolyseur utilisé par l'industriel est plus performant que celui du laboratoire.

Merci de nous signaler la présence d'éventuelles erreurs à labolycee@labolycee.org .

Exercice 3 : La lessive de cendre (4 points)

Données :

- couples acide-base :
  - dihydrogénocarbonate / ion hydrogénocarbonate : $H_2CO_3(aq)$ / $HCO_3^-(aq)$;
  - ion hydrogénocarbonate / ion carbonate : $HCO_3^-(aq)$ / $CO_3^{2-}(aq)$;
  - couples de l'eau : $H_3O^+(aq)$ / $H_2O(\ell)$; $H_2O(\ell)$ / $HO^-(aq)$.
- masse molaire du carbonate de potassium : $M(K_2CO_3) = 138{,}0\ g{\cdot}mol^{-1}$;
- produit ionique de l'eau à 25 °C : $Ke = 1{,}0{\times}10^{-14}$ et $pKe = 14{,}0$.

Q.1. Définir une espèce chimique basique selon Brönsted.

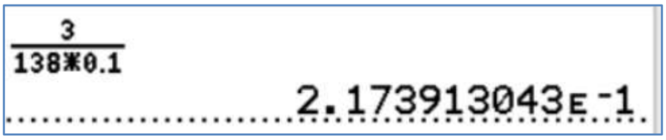
D'après Bronsted, une base est une espèce chimique capable de gagner un ou plusieurs protons H^+.

Pour étudier le comportement des ions carbonate de la lessive de cendre, on pèse au laboratoire une masse m = 3,0 g de carbonate de potassium $K_2CO_3(s)$ que l'on dissout dans une fiole jaugée de 100,0 mL. On obtient ainsi la solution aqueuse S.

Q.2. Calculer la concentration en quantité de matière des ions carbonate dans la solution S.

$$C = \frac{n}{V} \text{ or } n = \frac{m}{M} \text{ donc } C = \frac{m}{M \cdot V}$$

$$C = \frac{3{,}0\ \text{g}}{138{,}0\ \frac{\text{g}}{\text{mol}} \times 0{,}1000\ \text{L}} = 0{,}22\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$$



Il s'agit de la concentration apportée en K_2CO_3, on cherche la concentration effective en ions carbonate CO_3^{2-}.

L'équation de dissolution est $K_2CO_3(s) \rightarrow 2K^+(aq) + CO_3^{2-}(aq)$, ainsi il se forme autant d'ions carbonate que l'on apporte de K_2CO_3 et donc $C = [CO_3^{2-}(aq)]$.

Q.3. Écrire et ajuster l'équation de la réaction acido-basique se produisant entre CO_3^{2-} et H_2O.

$$CO_3^{2-}(aq) + H_2O(\ell) \rightleftarrows HCO_3^-(aq) + HO^-(aq)$$

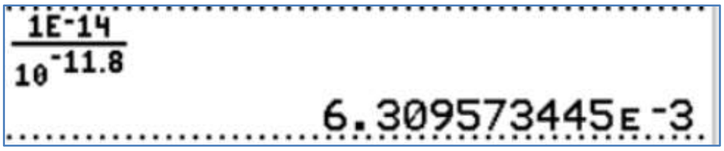
Le pH de la solution S est de 11,8.

Q.4. En déduire la concentration en ions hydroxyde HO^- dans la solution S.

$$\left[H_3O^+(aq)\right] \cdot \left[HO^-(aq)\right] = Ke$$

$$\left[HO^-(aq)\right] = \frac{Ke}{\left[H_3O^+(aq)\right]}$$

$$\left[HO^-(aq)\right] = \frac{Ke}{10^{-pH}}$$



$$\left[HO^-(aq)\right] = \frac{1{,}0 \times 10^{-14}}{10^{-11{,}8}} = 6{,}3 \times 10^{-3}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

Q.5. Comparer la concentration en ions hydroxyde à la concentration apportée en ions carbonate.
En déduire que l'ion carbonate est une base faible, permettant d'assimiler la lessive de cendre à une solution d'ions carbonate.

La concentration en ions hydroxyde $\left[HO^{-}(aq)\right] = 6{,}3\times10^{-3}$ mol·L^{-1} est très inférieure à la concentration apportée en ions carbonate C = 0,22 mol·L^{-1}.
D'après l'équation de la réaction vue en Q3., si la transformation avec l'eau était totale alors on aurait $n_{CO_3^{2-}(aq)apportée} = n_{HO^-(aq)finale}$ donc $C = \left[HO^{-}(aq)\right]$.
On en déduit que la transformation n'est pas totale donc l'ion carbonate est une base faible.

2. Titrage des espèces basiques contenues dans la lessive de cendre

L'objectif de cette partie est de déterminer un encadrement du volume de lessive de cendre à introduire dans la machine à laver pour remplacer une lessive classique. Pour cela, on réalise un titrage des ions carbonate $CO_3^{2-}(aq)$ présents dans la lessive de cendre.
Protocole :
On dispose d'une solution de lessive de cendre notée S_0.
On réalise une solution S_1 à partir d'une dilution par 10 de la solution S_0.
Le titrage d'un volume V_1 = 10,0 mL de solution S_1 est réalisé par pH-métrie. L'acide chlorhydrique ($H_3O^+(aq)$, $C\ell^-(aq)$) de concentration $c_A = 5{,}00\times10^{-3}$ mol·L^{-1} est la solution titrante.

Q.6. Écrire les demi-équations des deux couples acide-base mettant en jeu les ions carbonate et du couple $H_2O(\ell)$ / $HO^-(aq)$, et justifier que l'équation support de la réaction de titrage s'écrit : $CO_3^{2-}(aq) + 2H_3O^+(aq) \rightarrow H_2CO_3(aq) + 2H_2O(\ell)$

Première étape : Couple $HCO_3^-(aq) / CO_3^{2-}(aq)$

Demi-équation acido-basique : $CO_3^{2-}(aq) + H^+(aq) = HCO_3^-(aq)$

Erreur dans le sujet ? Lors du titrage c'est le couple $H_3O^+(aq)$ / $H_2O(\ell)$ qui intervient.
Demi-équation acido-basique : $H_3O^+(aq) = H_2O(\ell) + H^+(aq)$

$$CO_3^{2-}(aq) + H_3O^+(aq) \rightarrow HCO_3^-(aq) + H_2O(\ell)$$

Deuxième étape : Couple $H_2CO_3(aq) / HCO_3^-(aq)$

Demi-équation acido-basique : $HCO_3^-(aq) + H^+(aq) = H_2CO_3(aq)$

Couple $H_3O^+(aq)$ / $H_2O(\ell)$
Demi-équation acido-basique : $H_3O^+(aq) = H_2O(\ell) + H^+(aq)$

$$HCO_3^-(aq) + H_3O^+(aq) \rightarrow H_2CO_3(aq) + H_2O(\ell)$$

En faisant le bilan des deux étapes $CO_3^{2-}(aq) + H_3O^+(aq) \rightarrow HCO_3^-(aq) + H_2O(\ell)$

$$HCO_3^-(aq) + H_3O^+(aq) \rightarrow H_2CO_3(aq) + H_2O(\ell)$$

On retrouve bien l'équation support du titrage :

$$CO_3^{2-}(aq) + 2H_3O^+(aq) \rightarrow H_2CO_3(aq) + 2H_2O(\ell)$$

Dans la pratique, la courbe de titrage fait apparaître deux sauts de pH. On admet que le volume équivalent correspondant à la réaction précédente vaut V_{eq} = 17,0 mL.

Q.7. Déterminer la valeur de la concentration en quantité de matière en ions carbonate de la lessive de cendre S_0.

Le candidat est invité à prendre des initiatives et à présenter la démarche suivie, même si elle n'a pas abouti. La démarche est évaluée et doit être correctement présentée.

À l'équivalence, les réactifs sont introduits dans les proportions stœchiométriques.

$$\frac{n_{H_3O^+}}{2} versée = n_{CO_3^{2-}} initiale$$

$$\frac{c_A \cdot V_{eq}}{2} = c_1 \cdot V_1$$

$$c_1 = \frac{c_A \cdot V_{eq}}{2V_1}$$

$$c_1 = \frac{5{,}00 \times 10^{-3}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1} \times 17{,}0\ \text{mL}}{2 \times 10{,}0\ \text{mL}} = 4{,}25 \times 10^{-3} \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

La solution titrée S_1 a été diluée d'un facteur 10, ainsi $c_0 = 10\ c_1$.

$c_0 = 4{,}25 \times 10^{-2}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$

Données :

Pour une machine contenant 5 kg de linge, l'étiquette d'une lessive commerciale préconise, selon la dureté de l'eau du robinet, les quantités en espèces chimiques basiques suivantes :

Dureté de l'eau du robinet	Très douce	Douce	Dure	Très dure
Quantité d'espèces chimiques basiques à introduire	Entre $4{,}0 \times 10^{-3}$ mol et $5{,}0 \times 10^{-3}$ mol	Entre $5{,}0 \times 10^{-3}$ mol et $6{,}0 \times 10^{-3}$ mol	Entre $6{,}0 \times 10^{-3}$ mol et $1{,}0 \times 10^{-2}$ mol	Entre $1{,}0 \times 10^{-2}$ mol et $1{,}5 \times 10^{-2}$ mol

D'après une étiquette d'une lessive commerciale.

Pour une lessive commerciale, cela correspond à un volume de lessive compris entre 50 et 150 mL.

Des mesures effectuées conduisent à qualifier l'eau de dure.

Q.8. Déterminer un encadrement du volume de lessive de cendre à introduire dans la machine à laver pour répondre aux préconisations de l'étiquette. Commenter le résultat obtenu.

Pour une eau dure $6{,}0 \times 10^{-3} \leq n \leq 1{,}0 \times 10^{-2}$ mol.

$n = c \cdot V$ donc $V = \dfrac{n}{C}$

$$\frac{6{,}0 \times 10^{-3}}{4{,}25 \times 10^{-2}} \leq V \leq \frac{1{,}0 \times 10^{-2}}{4{,}25 \times 10^{-2}}\ \text{L}$$

$1{,}4 \times 10^{-1} \leq V \leq 2{,}4 \times 10^{-1}$ L de lessive de cendre.

En cas d'usage d'une lessive commerciale, il faudrait entre 50 et 150 mL de lessive donc entre $5{,}0 \times 10^{-2}$ L et $1{,}50 \times 10^{-1}$ L.

On remarque donc qu'avec la lessive de cendre il faut un plus grand volume de lessive.

Merci de nous signaler la présence d'éventuelles erreurs à labolycee@labolycee.org