

Triangles égaux

I Triangles égaux

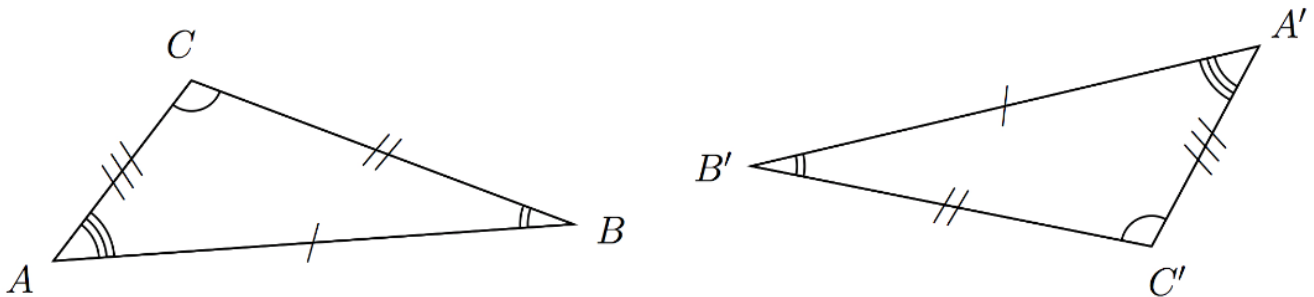
Définition :

Des **triangles égaux** sont des triangles qui ont leurs côtés de même longueur deux à deux.

Propriété 1 :

Des triangles égaux sont **superposables** et leurs angles ont, deux à deux, la même mesure.

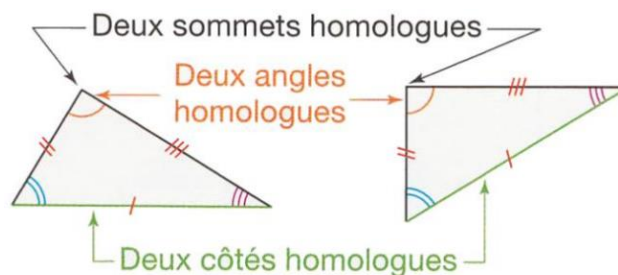
Exemple : Les triangles ABC et $A'B'C'$ ci-dessous sont égaux



Vocabulaire :

Lorsque deux triangles sont égaux, deux angles, deux sommets ou deux côtés superposables sont dits **homologues**.

Exemple :



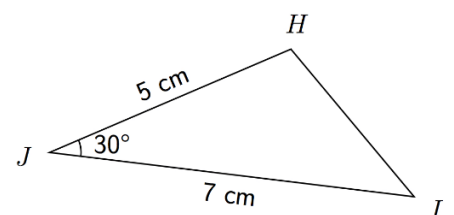
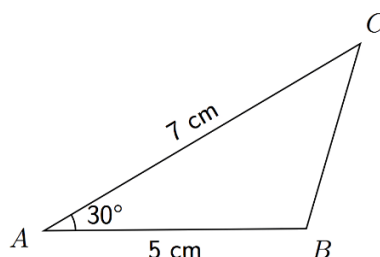
Propriété 2 :

Si deux triangles ont un angle de même mesure compris entre deux côtés respectivement de même longueur, alors ils sont égaux.

Exemple :

Sur les figures suivantes, on a :
 $AB = JH$, $AC = JI$ et $\widehat{BAC} = \widehat{HJI}$.

Donc les triangles ABC et HJI sont égaux.



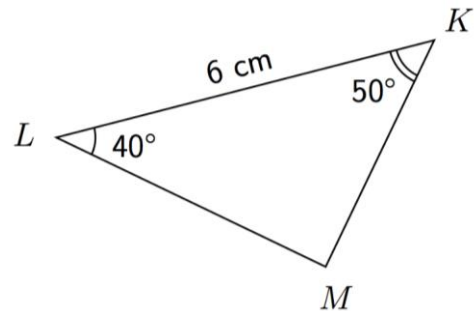
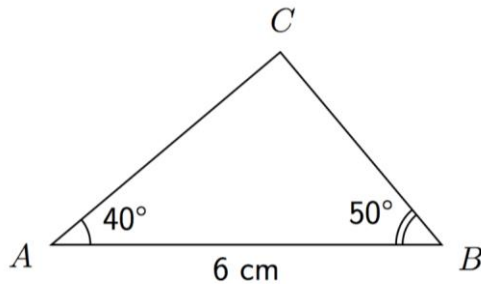
Propriété 3 :

Si deux triangles ont un côté de même longueur compris entre deux angles de même mesure alors ils sont égaux.

Exemple :

Sur les figures suivantes, on a $AB = LK$, $\widehat{CAB} = \widehat{MLK}$ et $\widehat{CBA} = \widehat{MKL}$.

Donc les triangles ABC et KLM sont égaux.



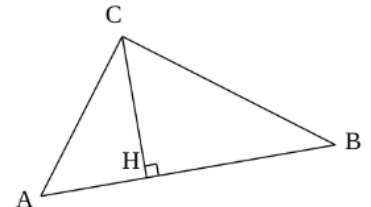
II Particularité des triangles (Rappels)

1- Hauteur

Définition :

La hauteur d'un triangle est la droite perpendiculaire à un côté, issue du sommet opposé à ce côté.

Exemple : Dans le triangle ABC, la **hauteur** issue de C est le segment [HC]. H est appelé **pied de la hauteur**.

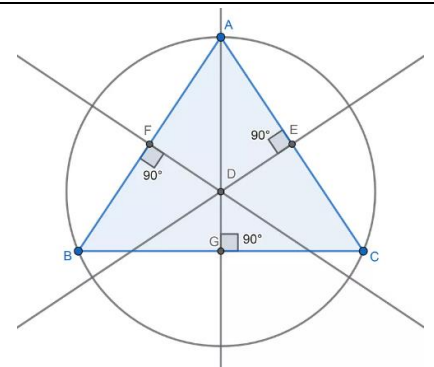


2- Médiatrice

Propriété :

Les médiatrices d'un triangle se coupent en un point. On dit qu'elles sont **concurrentes**.

Ce point est le centre du cercle **circonscrit** au triangle.

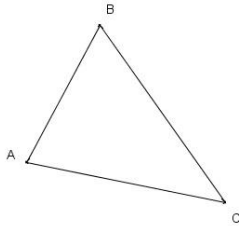
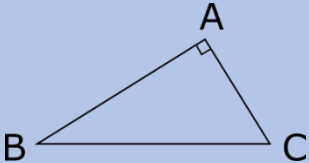
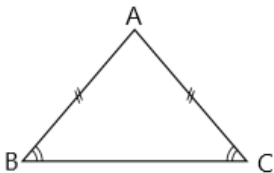
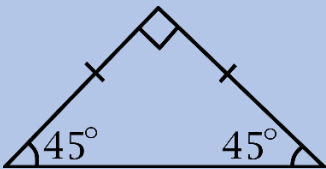
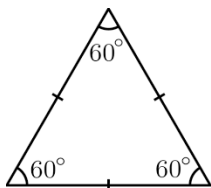


3- Somme des angles d'un triangle

Propriété :

La somme des angles d'un triangle est égale à 180°

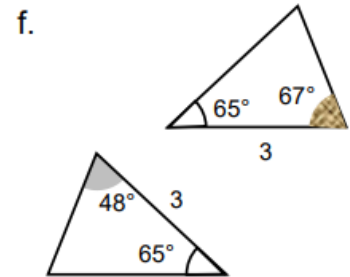
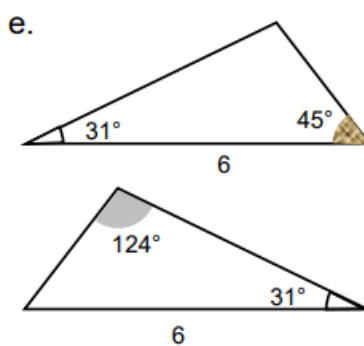
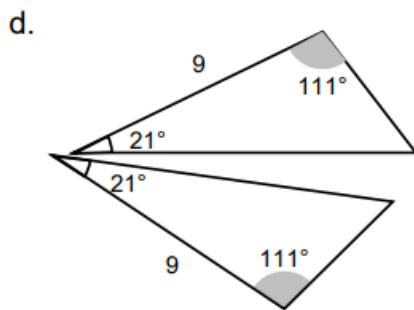
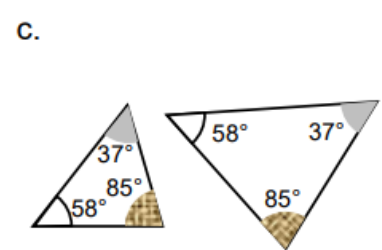
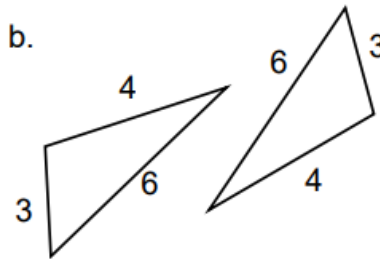
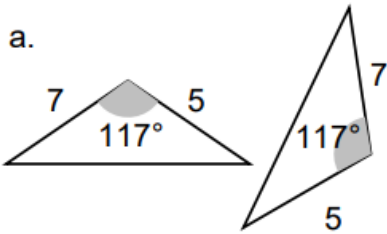
4- Triangles particuliers

Nom du triangle	Définition	Propriétés	Représentation
Triangle quelconque	Figure géométrique (polygone) ayant 3 angles, et 3 côtés.	-Les 3 <u>angles</u> ont des mesures différentes -Les 3 <u>côtés</u> ont des longueurs différentes	
Triangle rectangle	Triangle ayant un angle droit (90°)	Le côté le plus long est appelé <u>hypoténuse</u> . C'est le côté opposé à l'angle droit.	
Triangle isocèle	Triangle ayant 2 côtés égaux	-On dit qu'un triangle est isocèle en A quand les 2 <u>côtés</u> issus de A sont égaux -Un triangle isocèle a 2 <u>angles</u> égaux.	
Triangle isocèle rectangle	Triangle ayant un angle droit et 2 côtés égaux	-Les 2 côtés égaux sont toujours issus de l'angle droit. -Les 2 autres angles sont égaux et ont pour mesure 45°.	
Triangle équilatéral	Triangle ayant ses 3 côtés égaux	-Les 3 <u>angles</u> ont la même mesure, 60°. -Les 3 <u>côtés</u> ont la même mesure.	

Triangles égaux (Exercices)

Exercice 1

Les triangles suivants sont-ils égaux ?



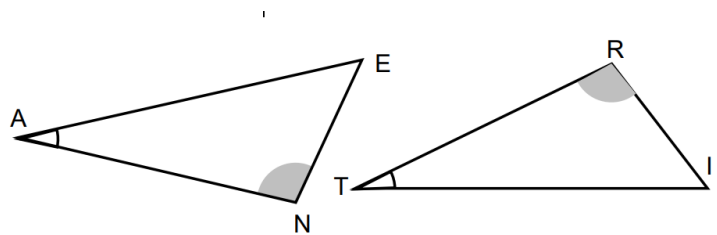
Exercice 2

Les triangles TRI et ANE sont égaux.

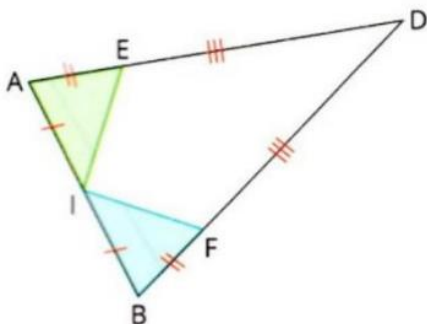
Compléter :

$TR = \dots\dots\dots$; $TI = \dots\dots\dots$; $IR = \dots\dots\dots$

$\widehat{RTI} = \dots\dots\dots$; $\widehat{TRI} = \dots\dots\dots$; $\widehat{TIR} = \dots\dots\dots$



Exercice 3



Le triangle ABD est isocèle en D . I est le milieu de $[AB]$ et $AE = BF$.

Les triangles AEI et BFI sont-ils égaux ? Justifier

Exercice 4

$ABCD$ est un parallélogramme.

Prouver que les triangles ABC et ACD sont égaux.

Indice : Faire une figure à main levée pourra aider.

Exercice 5

ABC et DEF sont deux triangles égaux avec A, B, C respectivement homologues à D, E, F .

H est le pied de la hauteur issue de A dans le triangle ABC et G est le pied de la hauteur issue de D dans le triangle DEF .

1/ Démontrer que les triangles ABH et DEG sont égaux.

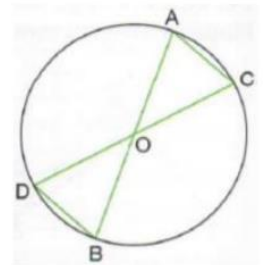
2/ En déduire que $AH = DG$.

Exercice 6

$[AB]$ et $[CD]$ sont deux diamètres d'un cercle de centre O .

1/ Les triangles OAC et OBD sont-ils égaux ?

2/ Que peut-on en déduire pour les segments $[AC]$ et $[BD]$?



Exercice 7

$ABCD$ est un carré, $M \in [AB]$ et $N \in [BC]$ tels que $AM = BN$.

1/ Justifier que les triangles ABN et DAM sont égaux.

2/ Que peut-on en déduire pour les angles $\widehat{BAN}$ et $\widehat{ADM}$?

3/ Prouver alors que les droites (AN) et (DM) sont perpendiculaires.

