I. Calculer sans calculatrice

1) Maîtriser les règles de calcul sur les fractions

Exercice 1 : Effectuer les calculs suivant sans utiliser la calculatrice.

$$\boldsymbol{A} = \frac{3}{5} - \frac{2}{10} \times \frac{7}{8} \qquad \boldsymbol{B} = 5 \times \frac{13}{20} \qquad \boldsymbol{C} = \frac{3 - \frac{4}{9}}{\frac{3}{7} - \frac{1}{4}}$$

$$\boldsymbol{D} = \frac{\frac{2}{3} + \frac{5}{6}}{\frac{7}{2}} \qquad \boldsymbol{E} = \frac{5}{4} - \frac{7}{4} \times \frac{7}{8} \qquad \boldsymbol{F} = \frac{\left(\frac{3}{4} - \frac{5}{6}\right) \times 3}{2}$$

2) Maîtriser les règles de calcul sur les puissances

<u>**Propriété**</u> : Soit a et b deux réels, m et n deux entiers relatifs.

$a^m \times a^n = a^{m+n}$ $\qquad \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ $\qquad (a^m)^n = a^{m \times n}$ $\qquad a^m \times b^m = (a \times b)^m$

Exercice 2 : Simplifier les expressions suivantes.

$$A = 2^5 \times \frac{2^3}{2^9} \qquad B = \frac{3^4}{6^4} \qquad C = \left(\frac{5}{3}\right)^7 \times \frac{3^9}{5^8}$$

$$D = \frac{3^2 \times 3^{-4}}{3^7 \times 3^5} \qquad E = \frac{\pi^7 \times 2^3}{4\pi^6} \qquad F = \frac{7^2 \times \frac{1}{7^8}}{7^{-4} \times 49}$$

$$G = \frac{x^7 \times (x^9)^3}{x^5 \times x^2} \qquad H = \frac{x^2 \times x^{-1} \times x}{x^3} \qquad I = \frac{(3x)^2 \times 5x^3}{x^7}$$

Exercice 3 : Après avoir donné les éventuelles valeurs interdites, simplifier les sommes de quotients suivantes

$$\boldsymbol{A} = \frac{1}{x-2} + \frac{2x+4}{x-2} \qquad \boldsymbol{B} = \frac{5x+1}{x} - \frac{3x}{x(x-1)} \qquad \boldsymbol{C} = \frac{2}{x-4} + \frac{1}{3x-5}$$

$$\boldsymbol{E} = \frac{2x+1}{x-3} + \frac{4x-5}{3x+1} \qquad \boldsymbol{F} = \frac{6x+2}{3x-4} - \frac{x}{x+1} \qquad \boldsymbol{G} = 3 + \frac{2x+1}{7x-8}$$

3) Maîtriser les règles de calcul sur les racines carrées

Propriété : Soit a et b deux réels positifs. $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$

Exercice 4 : Mettre sous la forme $a\sqrt{b}$.

$\boldsymbol{A} = \sqrt{18}$ $\boldsymbol{B} = \sqrt{200}$ $\boldsymbol{C} = 3\sqrt{2} - 4\sqrt{8} + 2\sqrt{18}$ $\boldsymbol{D} = \sqrt{12} + 3\sqrt{3} - \sqrt{75}$

Exercice 5 : Simplifier au maximum les expressions suivantes

$\boldsymbol{A} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}}$ $\boldsymbol{B} = \frac{\sqrt{6}\times\sqrt{7}}{\sqrt{3}}$ $\boldsymbol{C} = \frac{\sqrt{27}\times\sqrt{8}}{\sqrt{24}}$ $\boldsymbol{D} = \left(\sqrt{5}\right)^4$

II. Développer une expression littérale.

1) Maitriser le développement

Exercice 6 : Soit a, x et y des réels. Développer et réduire les expressions suivantes.

$\boldsymbol{A} = (2x+3)(4x+1)$ $\boldsymbol{B} = (5x+2)(3x-1)$ $\boldsymbol{C} = (2y-1)(5-y)$

$\boldsymbol{D} = 3(4a-2)(2a-8)$ $\boldsymbol{E} = \left(\frac{1}{5}x + \frac{1}{10}\right)\left(\frac{2}{5}x + \frac{3}{10}\right)$ $\boldsymbol{F} = (4x-5)(4x+1)(x+3)$

2) Maîtriser les identités remarquables

Pour tous nombres réels a et b, $(a+b)^2 = a^2 + 2 \times a \times b + b^2$
$(a-b)^2 = a^2 - 2 \times a \times b + b^2$
$(a+b) \times (a-b) = a^2 - b^2$

Exercice 7 : Soit x et y deux réels. Développer et réduire les expressions

$\boldsymbol{A} = (x-4)^2$ $\boldsymbol{B} = (3+2x)^2$ $\boldsymbol{C} = (x+5)(x-5)$

$\boldsymbol{D} = (2x+7)(7-2x)$ $\boldsymbol{E} = \left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)$ $\boldsymbol{F} = \left(\frac{1}{3}x + \frac{3}{7}\right)^2$

$\boldsymbol{G} = 4(x-6)^2 - 3(5x+3)(5x-3)$ $\boldsymbol{H} = (2x-9)(3-2x) + 5(2x+1)^2$

III. Factoriser une expression littérale

Méthode :
1) Recherche d'un facteur commun
2) Sinon, utilisation des identités remarquables.

Exercice 8 : Soit x un réel. Factoriser les expressions suivantes.

$\boldsymbol{A} = 30x^2 + x$ $\boldsymbol{B} = (2x+1)(8+x) + (2x+1)(3x-1)$ $\boldsymbol{C} = (3x+2)(5+x^2) - (17x-4)(3x+2)$

$\boldsymbol{D} = x^2 + 6x + 9$ $\boldsymbol{E} = x^2 - 10x + 25$ $\boldsymbol{F} = x^2 - 64$

$\boldsymbol{G} = (x-1)^2 - 9$ $\boldsymbol{H} = 49x^2 - 70x + 25$ $\boldsymbol{I} = 49 - (5x+2)^2$

IV. Résoudre une équation, une inéquation du premier degré.

Propriété :
On peut effectuer la même addition/soustraction/multiplication (autre que 0)/division d'une quantité de chaque côté d'une égalité sans modifier cette égalité.

Exemple :

Cas d'une équation du premier degré	Cas d'une équation du second degré	Cas d'une équation rationnelle
$\frac{3}{4}(2x-3)+3x=5x-\frac{2}{3}(5-9x)$ Développer et se ramener à : $-\frac{13}{2}x=-\frac{13}{12}$ Montrer alors que $S=\left\{\frac{1}{6}\right\}$	$81x^2-16=(9x-4)(2x-3)$ Reconnaitre une identité remarquable et se ramener à : $(9x-4)(9x+4)-(9x-4)(2x-3)=0$ Écrire sous la forme d'une équation de produit nul et montrer que $S=\left\{\frac{4}{9};-1\right\}$	$x+1=\frac{9}{x+1}$ Déterminer les éventuelles valeurs interdites. Montrer qu'on peut se ramener à $\frac{(x+1)^2-9}{x+1}=0$. Montrer alors que $S=\{2;-4\}$

Méthode :
1) On commence par regrouper les quantités contenant des x d'un même côté de l'égalité
2) Une fois que l'on a obtenu une équation de la forme $ax = b$ avec $a \neq 0$, il suffit de diviser chaque côté de l'égalité par a pour obtenir la valeur de x.

Exercice 9 : On cherche à résoudre les équations suivantes

a) $2x-3=5$ *b)* $2x-3=7x+5$ **c)** $-3x-5=7x+1$

Propriété : un produit est nul si et seulement si au moins un des facteurs est nul.
Un quotient est nul si et seulement si le numérateur est nul et le dénominateur ne l'est pas.

a) $(2x-2)(4x-8)=0$ *b)* $(8x+4)(-2x-4)=0$ *c)* $(3x+6)(3-9x)=0$

d) $x^2-4=0$ *e)* $(3x+2)^2-(3x+2)(5x+1)=0$

V. Inéquation

1) Résolution

Règles de calcul avec des inégalités
On ne modifie pas une inégalité en ajoutant (ou en soustrayant) la même quantité de chaque côté de cette inégalité.
Lorsque l'on multiplie, ou de l'on divise, une inégalité, il faudra faire attention au signe de la quantité utilisée :
- Si celle-ci est positive, on ne modifie pas le sens de l'inégalité
- Si celle-ci est négative, il faut inverser le sens de l'inégalité.

Exercice 11 :
Résoudre les inéquations suivantes. On prendra soin de simplifier les éventuelles fractions intervenant dans l'écriture des intervalles solutions.

a) $2x + 3 > 9x - 2$

b) $-8x - 5 \leq -10x - 6$

c) $x - 1 < 2x + 5$

d) $0{,}6x - 1{,}7 > 0{,}2x - 3$

2) Signe d'un produit

Exercice aidé : On veut étudier dans $\mathbb{R}$ le signe du produit $P(x) = (-2x - 6)(x - 5)$
On cherche le signe de $-2x - 6$: $-2x - 6 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq \cdots$
On cherche le signe de $x - 5$: $x - 5 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq \cdots$
On complète le tableau avec les signes qui conviennent

x	$-\infty$ $\qquad\qquad\qquad$ $+\infty$
Signe de $-2x - 6$	
Signe de $x - 5$	
Signe de $P(x)$	

On en déduit les solutions dans $\mathbb{R}$ des inéquations $P(x) > 0$.

Exercice 12 :
1) Étudier sur $\mathbb{R}$ le signe de $P(x) = (-3x + 12)(7 - 2x)$
2) En déduire les solutions des inéquations suivantes $P(x) \geq 0$ et $P(x) < 0$.

Exercice 13 : Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $(3x + 2)^2 - (3x + 2)(5x + 1) \leq 0$.

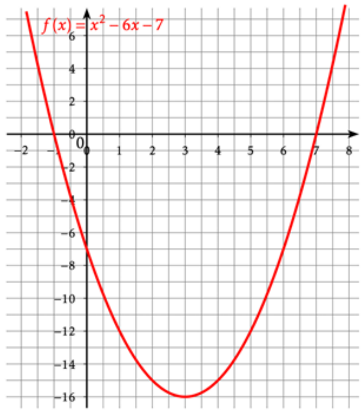
VI. Fonction

Exercice 14 : On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = 3x - 6$.
1) Calculer $g(0)$, $g\left(\frac{1}{3}\right)$ et $g\left(\frac{7}{6}\right)$. Déterminer les antécédents de 0 par g.
2) Résoudre l'inéquation $g(x) \geq 0$ sur $\mathbb{R}$.

<u>Exercice 15 :</u> On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 6x - 7$.
Sa représentation graphique est donnée ci-contre.

1)

a. Déterminer graphiquement l'image de f de 5.
b. Retrouver ce résultat par le calcul.



2)

a) Déterminer graphiquement les antécédents de 0 par f.
b) Montrer que, pour tout réel x, $f(x) = (x-3)^2 - 16$.
c) Déterminer les antécédents de 0 par le calcul.

3) Donner le tableau de variation de la fonction f.

4) Donner le tableau de signes de la fonction f.

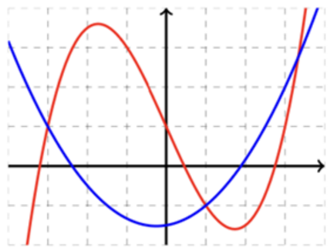
5)

a) Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 2$.
b) Résoudre algébriquement l'équation $f(x) = 2$.

6) Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) > -7$.

7) On considère la fonction h, définie sur R par $h(x) = x - 13$.
a) Construire, dans le repère ci-contre, la représentation graphique de h.
b) Résoudre graphiquement $f(x) \leq h(x)$.

<u>Exercice 16 :</u> On considère la fonction $f : x \rightarrow \frac{x^3}{4} - \frac{9x}{4} + 1$ et $g : x \rightarrow \frac{x^2}{3} + \frac{x}{6} - \frac{3}{2}$.



1) Calculer $f(0)$ et $g(0)$.

2) Associer chaque courbe à la fonction correspondante.

3) Combien de solutions l'équation $f(x) = g(x)$ possède-t-elle sur l'intervalle $[-4; 4]$?

4) Vérifier que $f\left(\frac{10}{3}\right) = g\left(\frac{10}{3}\right)$. Comment interpréter graphiquement cette égalité ?

5) Résoudre $f(x) \geq g(x)$ sur $[-4; 4]$.

VII. Équations de droites.

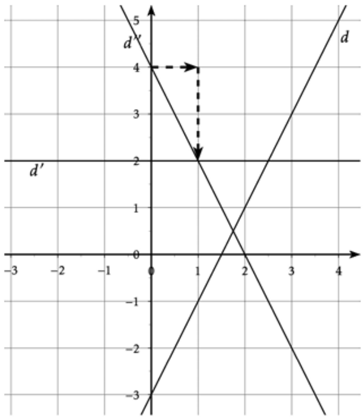
Exercice 17 : Dire si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses en justifiant les réponses.
On se place dans un repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\,)$.
Soit Δ la droite d'équation $y = 5x + 3$.

1) Le point $C(-2; 7)$ appartient à la droite Δ.

2) La droite Δ' d'équation $y = 3x - 2$ et la droite Δ sont parallèles.

3) Le point $D(-2{,}5\,; -9{,}5)$ appartient aux deux droites Δ et Δ'.

Les questions suivantes se réfèrent au graphique ci-contre



4) L'équation de la droite d est $y = -3x + 2$.

5) La droite d' a pour équation $y = 2$.

6) Le coefficient directeur de la droite d est 2.

7) Le coefficient directeur de la droite d' est 1.

8) La droite d' est la représentation graphique d'une fonction linéaire.

9) Les flèches en pointillés permettent de lire graphiquement le coefficient directeur de la droite d''.

10) Le coefficient directeur de la droite d'' est égal à $m = -\frac{1}{2}$.

VIII. Vecteurs

Exercice 18 :
On se place dans un repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\,)$.
On place les points $K(2; -5)$, $L(8;\ 3)$ et $M(11; 7)$.
Montrer que les vecteur $\overrightarrow{KL}$ et $\overrightarrow{KM}$ sont colinéaires.
Que peut-on en déduire sur les points K, Let M ?

Exercice 19 : On considère le plan muni d'un repère $(O; \vec{\imath}; \vec{\jmath}\,)$ orthonormé, les deux points A et B de coordonnées : $A\left(-1; \frac{1}{3}\right)$; $B\left(1; \frac{5}{3}\right)$ et la droite (Δ) admettant pour équation cartésienne :
(Δ): $3x + 2y - 4 = 0$.

1) On considère la droite (d) passant par les points A et B.
- **a)** Déterminer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$.
- **b)** En déduire une équation cartésienne de la droite (d).

2) **a)** Donner les coordonnées d'un vecteur $\vec{u}$ directeur de la droite (Δ).
- **b)** Justifier que les droites (d) et (Δ) sont sécantes.
- **c)** Déterminer les coordonnées du point N intersection des droites (Δ) et (d).

3) Justifier que le point $M\left(3; -\frac{5}{2}\right)$ appartient à la droite (Δ).

Exercice 19.A

On considère les points $A(1;2)$, $B(3;-1)$ et $C(-1;1)$.

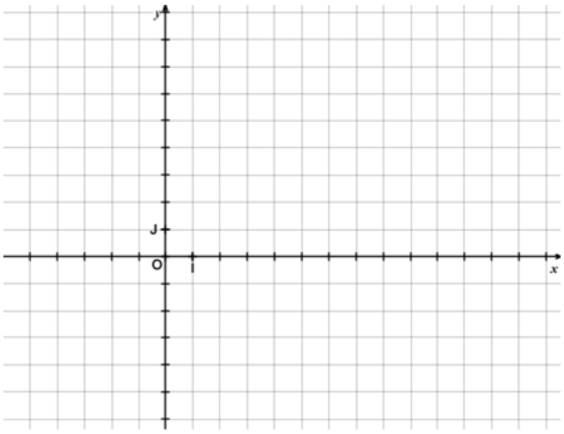
1. Placer ces points dans un repère. On complètera le graphique tout au long de l'exercice.
2. Calculer les distances AB, AC et BC.
3. En déduire la nature du triangle ABC.
4. Déterminer par le calcul les coordonnées du milieu I du segment $[BC]$.
5. Déterminer par le calcul les coordonnées du point D symétrique de A par rapport à I.
6. Quelle est la nature du quadrilatère ABDC ? Justifier.

Exercice 19 .B

On se place dans un repère orthonormé du plan $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$représenté ci-dessous.

Soit $Y(-2;3)$. et $R(6;4)$ deux points du plan. Le point $O(0;0)$ est déjà placé.

1. Placer les points Y et R. *Les autres points n'ont pas à être placés, mais vous pouvez le faire pour vérifier la cohérence de vos résultats.*
2. Déterminer par le calcul les coordonnées du milieu N du segment $[YR]$
3. Déterminer par le calcul les coordonnées du point K tel que YORK soit un parallélogramme.
4. Déterminer par le calcul les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{OR}$
5. Calculer la distance YR.
6. Déterminer la nature du parallélogramme YORK.
7. Déterminer par le calcul les coordonnées du point E qui vérifie : $\overrightarrow{YE} = 2\overrightarrow{YO} + \frac{1}{2}\overrightarrow{RO}$.



IX. Probabilités

<u>Exercice 20 :</u>

Un artisan produit du miel et de la confiture, de manière industrielle et de manière biologique.

- Il a produit au total 900 pots, et parmi eux 603 pots de miel.
- 333 pots de miel sont de fabrication industrielle.
- 63 pots de confiture sont de fabrication biologique.

1) Compléter le tableau `à double entrée suivant, sur la base de ces informations :

	Biologique	Industriel	Total
Miel			
Confiture			
Total			

On choisit un pot au hasard dans la production, et on définit les évènements suivants :

- M : ≪c'est un pot de miel≫
- B : ≪c'est un produit biologique≫

2) Calculer les probabilités des évènements suivants, en codant correctement :

a. ≪c'est un pot de confiture≫
b. ≪le contenu est bio ≫
c. ≪c'est un pot de miel industriel≫
d. $M \cup B$

3) On a prélevé un pot biologique. Quelle est la probabilité que ce soit de la confiture ?

Exercice 21

Un guide propose trois jours de visite dans Paris, avec une journée à Montmartre (M), une sur l'île de la cité (C) et une à St-Germain-des-prés (G).
il choisit au hasard et de façon équiprobable l'ordre de ces trois journées.

1. Représenter tous les circuits possibles par un arbre de probabilités.
2. En déduire le nombre de circuits possibles.
3. Déterminer la probabilité des évènements suivants :
   a. A : "le circuit commence par Montmartre"
   b. B : "le circuit finit par Montmartre".
4. Décrire par une phrase l'évènement $\overline{A}$ et déterminer sa probabilité.
5. Déterminer la probabilité de l'évènement $A \cup B$.