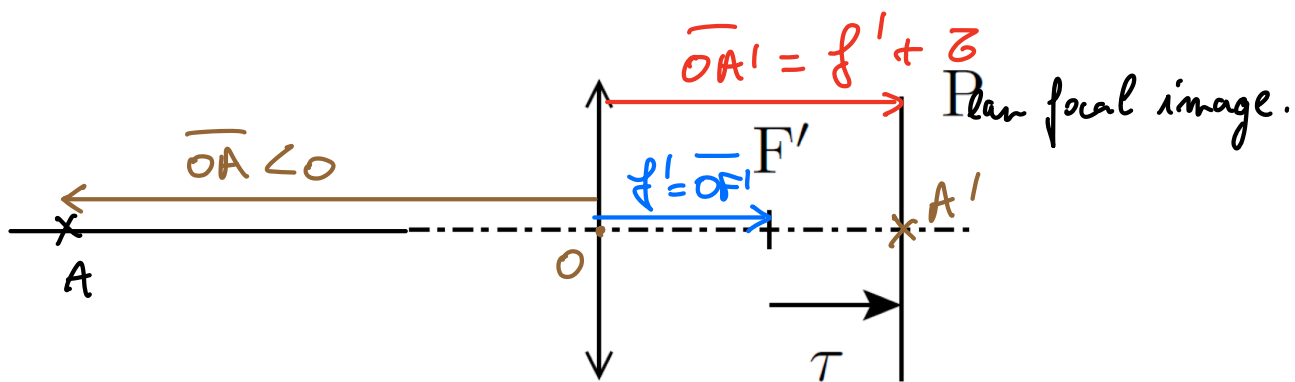


2 Objectif photographique



Un objectif d'appareil photographique est assimilable à une lentille convergente de distance focale $f' = 75 \text{ mm}$. Le tirage de l'objectif est la distance algébrique $\tau = \overline{F'P}$ entre le foyer image F' de la lentille et la pellicule photo P . Elle est ajustable grâce à une bague de réglage placée sur l'objectif. L'appareil est construit de telle sorte que $0 < \tau < 4,25 \text{ mm}$.

2.1 Où se trouve l'objet visé pour $\tau = 0 \text{ mm}$?

$z = 0 \text{ mm} \Rightarrow$ l'image de l'objet photographié est dans le plan focal image de la lentille, donc l'objet est à l'infini.

2.2 Déterminer l'étendue par rapport à l'objectif des objets photographiables.

Notons $D_{\min}$ la distance minimale entre l'objet et la lentille qui correspond à $z_{\max} = 4,25 \text{ mm}$.

la formule de conjugaison donne : (1) $\frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = \frac{1}{f'}$ ici $p = -D_{\min}$

ici $p = \overline{OA} = -D_{\min}$ et $p' = \overline{OA'} = f' + z_{\max}$.

$$(1) \Rightarrow \frac{1}{f' + z_{\max}} + \frac{1}{D_{\min}} = \frac{1}{f'} \Rightarrow D_{\min} = 1,4 \text{ m. à la T.I.}$$

À la main :

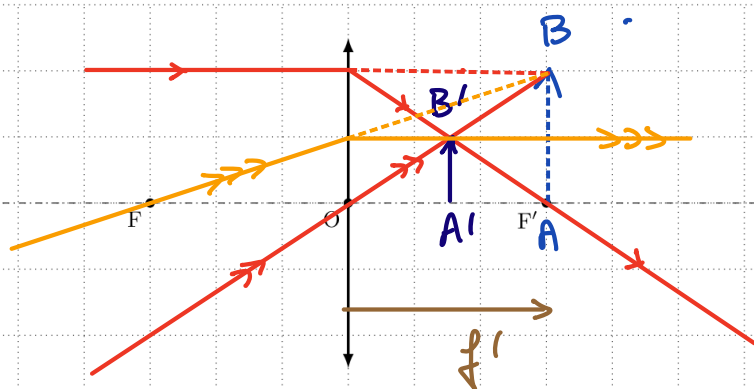
$$\frac{1}{D_{\min}} = \frac{1}{f'} - \frac{1}{f' + z_{\max}} = \frac{f' + z_{\max} - f'}{(f' + z_{\max}) \times f'}$$

$$D_{\min} = \frac{(f' + z_{\max}) \times f'}{z_{\max}} = 1,4 \text{ m.}$$

$\downarrow$
 $\overline{OA'}$ pour $z = z_{\max}$.

3 Image d'un objet virtuel

3.1 Construire l'image donnée par une lentille ¹ convergente d'un objet virtuel placé dans son plan focal image. Donner ses caractéristiques (position, nature, grandissement).



graphiquement :

$$\overline{OA'} = \frac{f'}{2}$$

$$\text{et } \gamma = \frac{1}{2}.$$

3.2 Retrouver par le calcul les résultats précédents.

Notons que $\overline{OA} = \overline{OF'} = f'$.

$$\text{Ainsi } \frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{f'} = \frac{1}{f'}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{\overline{OA'}} = \frac{1}{f'} + \frac{1}{f'}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{\overline{OA'}} = \frac{f' + f'}{f' \times f'}$$

$$\Leftrightarrow \overline{OA'} = \frac{f' \times f'}{f' \times 2}$$

$$\boxed{\Leftrightarrow \overline{OA'} = \frac{f'}{2}}$$

$$\text{et } \gamma = \frac{f'/2}{f'}$$

$$\gamma = \frac{1}{2}$$

$$\boxed{\gamma = \frac{1}{2}}$$

$$\Rightarrow \overline{OA'} = \frac{f'}{2}$$

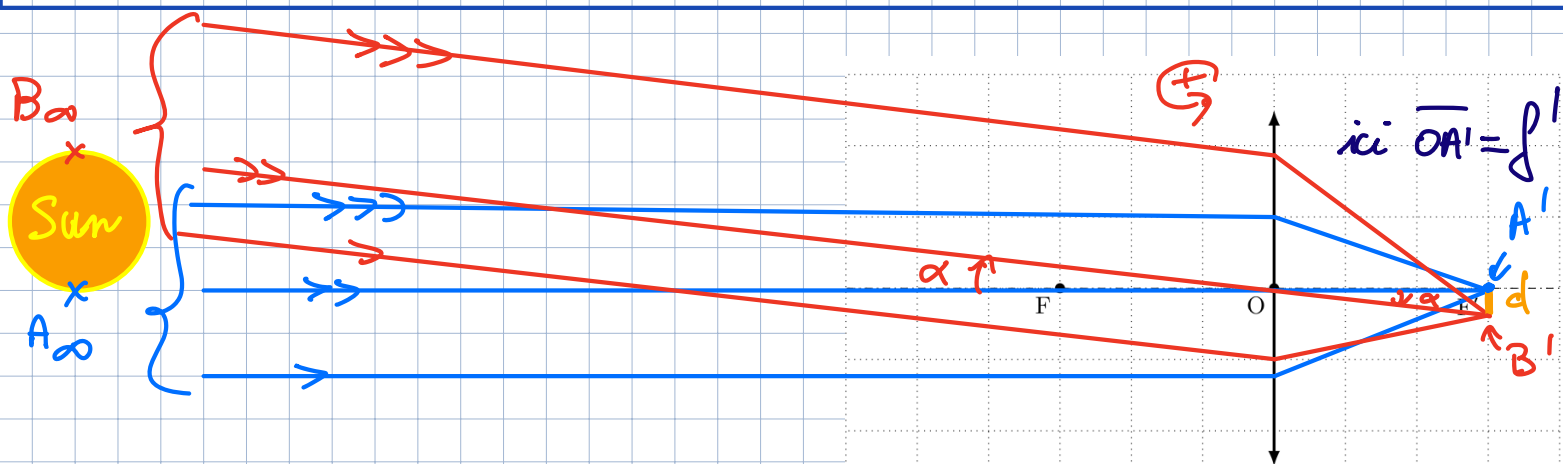
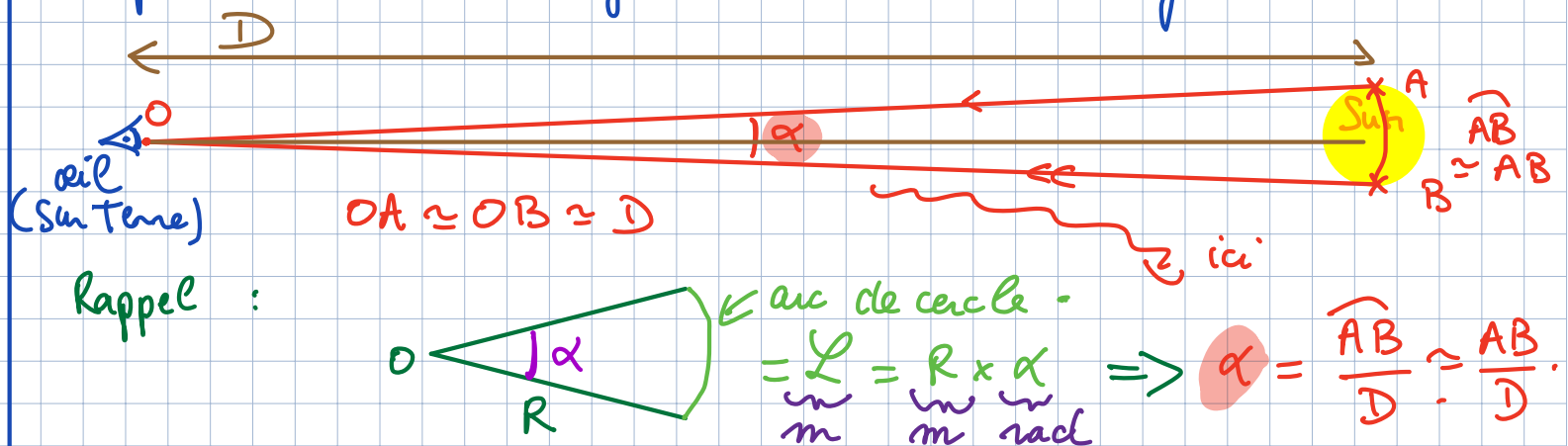


4 Image du soleil donnée par une loupe

Pour allumer un feu, un naufragé utilise une lentille convergente de distance focale $f' = 10 \text{ cm}$.

4.1 Sachant que, vu de la Terre, le Soleil présente un diamètre angulaire apparent $\alpha = 0,5^\circ$, exprimer puis calculer le diamètre d de l'image formée.

* Explication sur la définition du diamètre angulaire :



Dans le triangle : $\tan \alpha = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{OA'}} < 0$ avec $\tan \alpha \approx \alpha$ (en rad)

$$\Rightarrow d = |\overline{A'B'}| = \alpha \times f' = \frac{0,5 \times \pi}{180} \times 10 \approx 0,1 \text{ cm.}$$

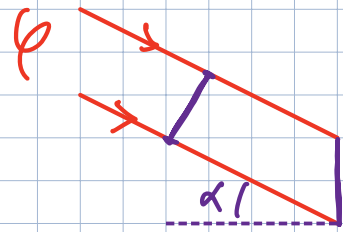
en rad en cm.

La lentille, supposée parfaitement transparente, a un diamètre $D = 2 \text{ cm}$. La puissance rayonnée par le Soleil au niveau de la terre, par unité de surface, est $\varphi_0 = 1 \text{ kW.m}^{-2}$.

4.2 Calculer la puissance par unité de surface φ reçue dans le plan focal image de la lentille au niveau de l'image du soleil.

* Puissance reçue sur la face d'entrée de la lentille, notée Φ :

$$\Phi = \varphi_0 \times \pi \left(\frac{D}{2} \right)^2 = \varphi_0 \times \frac{\pi D^2}{4}$$



$$\Phi = \varphi' \times \pi \frac{d^2}{4} \Rightarrow \varphi' = \varphi_0 \times \frac{\pi D^2}{4} \times \frac{4}{\pi d^2} = \varphi_0 \times \left(\frac{D}{d} \right)^2 \approx 400$$

surface de l'image du soleil.
 $\Rightarrow \varphi' = 400 \text{ kW.m}^{-2}$ j'inverse.

, notée φ'_{eq} :

La température T (en Kelvin) d'un corps recevant une puissance par unité de surface φ est donnée, sous certaines conditions supposées respectées ici, par la loi de STEPHAN $\varphi = \sigma T^4$ avec $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-4}$.

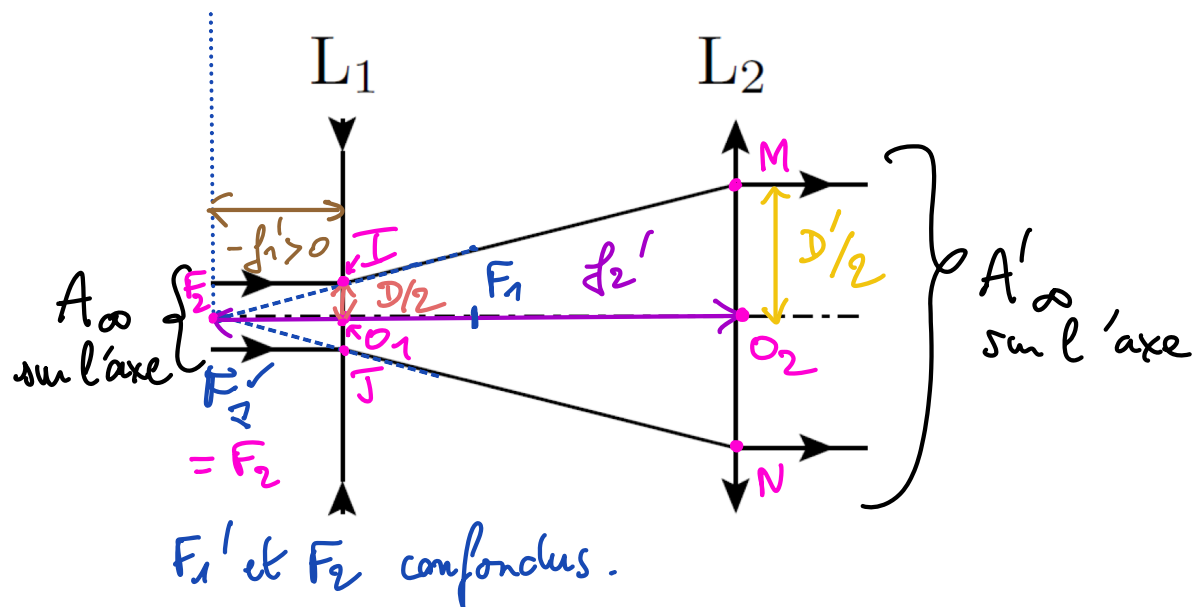
4.3 En déduire l'ordre de grandeur de la température atteinte au foyer de la lentille.

$$\Rightarrow T = \left(\frac{\varphi'}{\sigma} \right)^{1/4} = \left(\frac{400 \times 10^3}{5,67 \times 10^{-8}} \right)^{1/4} \approx 1600 \text{ K}.$$

Rappel : $(x^a)^b = x^{a \times b}$ ici : $(T^4)^{1/4} = \left(\frac{\varphi'}{\sigma} \right)^{1/4}$

$$\Rightarrow T = \left(\frac{\varphi'}{\sigma} \right)^{1/4}$$

5 Élargisseur de faisceau



On souhaite élargir d'un facteur 10 le diamètre d'un faisceau de rayons parallèles. Pour cela, on place consécutivement deux lentilles minces², l'une divergente et l'autre convergente. On donne $f_1' = -5 \text{ mm}$ la distance focale de la lentille divergente (L_1) et on note f_2' la distance focale inconnue de la lentille convergente (L_2).

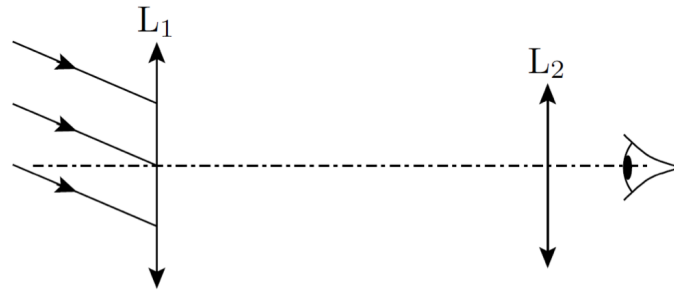
5.1 Que peut-on dire du foyer image F_1' de la lentille (L_1) par rapport au foyer objet F_2 de la lentille (L_2) ? Justifier.

On a : $A_\infty \xrightarrow{L_1} \underbrace{F_1' = F_2}_{\text{confondus}} \xrightarrow{L_2} A'_\infty$.

$F_2 O_1 I$ et $F_2 O_2 M$:

$$\frac{O_2 M}{O_1 I} = \frac{F_2 O_2}{F_2 O_1} \Leftrightarrow \frac{D'/2}{D/2} = \frac{f_2'}{-f_1'} \Leftrightarrow \boxed{\frac{D'}{D} = \frac{f_2'}{-f_1'}}$$

6 Lunette astronomique



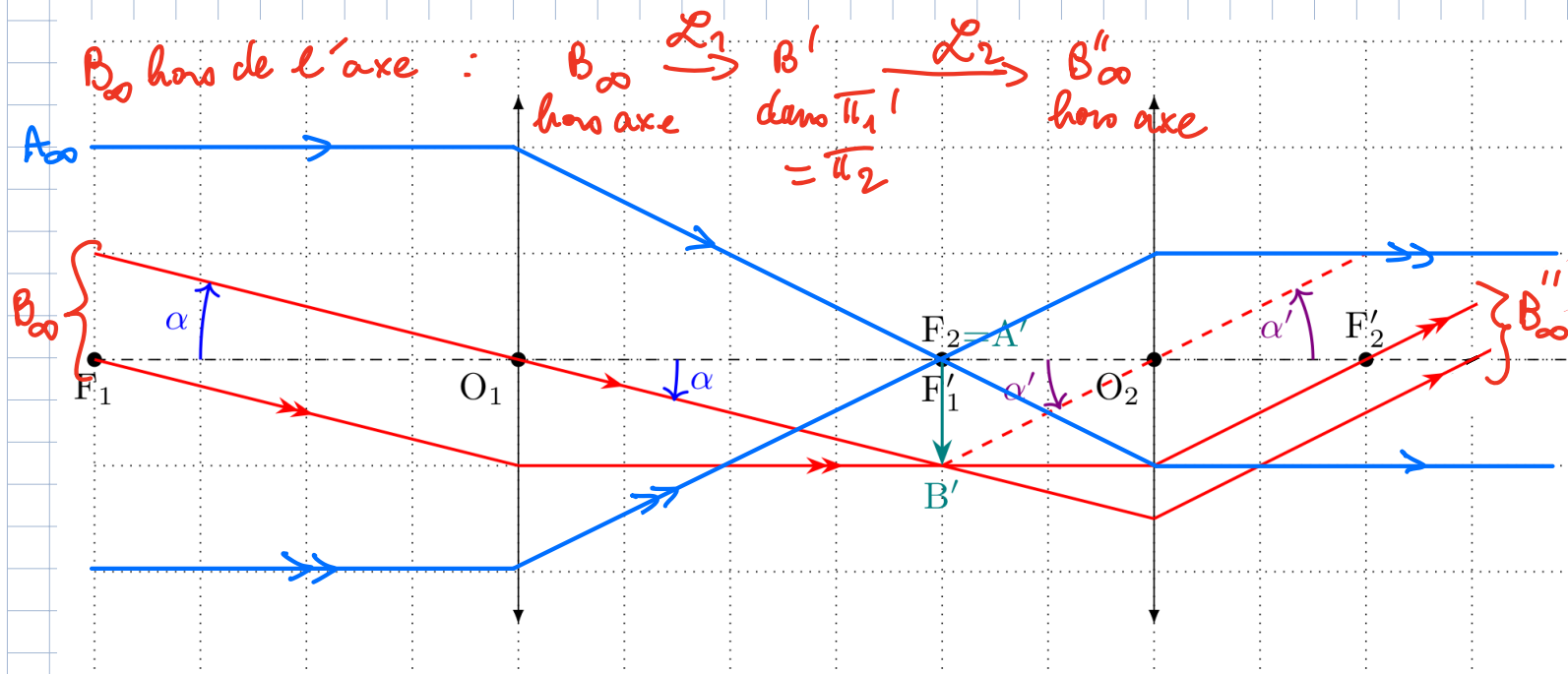
Une lunette astronomique³ se compose de deux lentilles convergentes, la première, notée (L_1), de grande distance focale f'_1 , constitue l'objectif et la seconde, notée (L_2), de petite distance focale, joue le rôle d'oculaire (c'est, là que l'on place l'œil). On vise le centre d'un objet à l'infini, vu sous un rayon angulaire apparent α depuis la Terre.

6.1 Quelle propriété simple doivent vérifier les plans focaux image Π'_1 et objet Π_2 ? Justifier.

les plans Π'_1 et Π_2 doivent être confondues, ainsi :

A_∞ sur l'axe $\xrightarrow{L_1} A' = F'_1 = F_2 \xrightarrow{L_2} A''_\infty$ sur l'axe.

6.2 Tracer la marche complète du faisceau parallèle incident, jusqu'à sa sortie de l'oculaire.



6.3 Déterminer l'expression du grossissement $G = \frac{\alpha'}{\alpha}$ où α' est le rayon angulaire apparent du faisceau à sa sortie de la lunette.

Dans le triangle $O_1 F'_1 B'$ on a :

(1) $\tan(\alpha) = \frac{\overline{A'B'}}{f_1} \approx \alpha$ dû aux approximations des angles.

Dans le triangle $O_2 F_2 B'$ on a :

(2) $\tan(\alpha') = \frac{\overline{A'B'}}{-f_2'} \approx \alpha'$

On a donc (1) et (2) : $G = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{\frac{\overline{A'B'}}{-f_2'}}{\frac{\overline{A'B'}}{f_1}} = \frac{-f_1}{f_2'}$

6.4 On observe la Lune à l'aide de cette lunette. Quelle distance minimale d doit séparer deux points sur la Lune pour que l'œil puisse les distinguer ? On donne $\epsilon = 1'$ le pouvoir séparateur de l'œil, $D = 380000$ km la distance Terre-Lune, $f_1' = 1$ m et $f_2' = 2$ cm.

Soit A_∞ et B_∞ , deux points à l'infini que l'on arrive tout juste à distinguer grâce à la lunette : $A_\infty B_\infty = d$

Si α est le diamètre angulaire de l'objet

$A_\infty B_\infty$ en entrée de la lunette, son

lunette

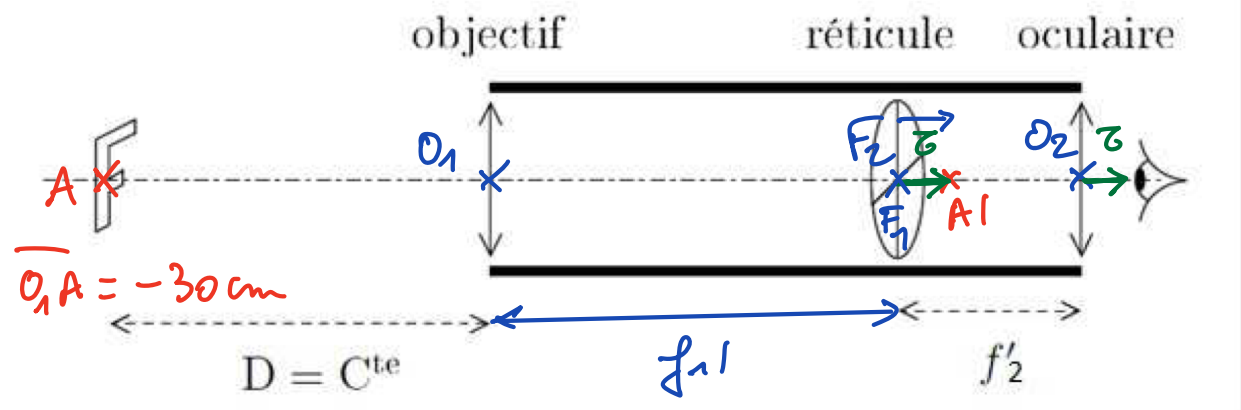
diamètre angulaire à la sortie de la

lunette est $\alpha' = G \alpha$, quand $A_\infty B_\infty$ est tout juste discernable par l'œil cela signifie que $\alpha' = \epsilon = 1' = \frac{1}{60} \times \frac{\pi}{180} \approx 2,9 \cdot 10^{-4}$ rad.

On en déduit $\alpha' = G \alpha \Leftrightarrow \epsilon = |G| \times \frac{d}{D} \Leftrightarrow d = \frac{\epsilon D}{|G|}$

$\Rightarrow d = \frac{2,9 \cdot 10^{-4} \times 380 \cdot 10^6}{50} = 2,2 \cdot 10^3$ m car $|G| = \frac{1}{0,02} = 50$
 $= 2,2$ km.

7 Réalisation d'un viseur



Une lunette de visée est constituée d'un objectif de distance focale $f_1' = 10 \text{ cm}$ et d'un oculaire de distance focale $f_2' = 2 \text{ cm}$. Cette lunette est initialement réglée pour voir net à l'infini.

7.1 Quelle est la distance entre l'objectif et l'oculaire ? Justifier.

$$A_\infty \xrightarrow{\text{objectif}} A' \xrightarrow{\text{oculaire}} A''_\infty$$

dans le plan
du réticule

On en déduit :

$$\begin{aligned} \overline{O_1 O_2} &= \overline{O_1 F_1'} + \overline{F_1' O_2} \quad \text{or } F_1' = F_2 \\ &= f_1' + f_2' \\ &= 12 \text{ cm.} \end{aligned}$$

7.2 On souhaite utiliser la lunette pour pointer des objets situés à une distance $D = 30 \text{ cm}$ de l'objectif. Quelle lentille additionnelle (L) (appelée *bonnette*) faut-il placer contre l'objectif pour réaliser ces pointages sans dérégler la lunette ?

En résumé :

$$A_1 \xrightarrow{\text{bonnette}} A_\infty \xrightarrow{\text{objectif}} A' \xrightarrow{\text{oculaire}} A''_\infty$$

(tg $\overline{O_1 A_1} = -30 \text{ cm}$) dans le plan
du réticule

7.3 De quelle longueur faudrait-il sortir le groupe réticule oculaire pour réaliser ces pointages sans la bonnette?

Soit z la longueur dont il faut reculer le groupe {réticule + oculaire}

On a $z = \overline{F_1 A'}$ et $\overline{OA} = -30 \text{ cm}$.

Déterminons $\overline{O_1 A'}$ grâce à la relation de conjugaison de Descartes:

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f_1'} \Rightarrow \overline{O_1 A'} = \frac{\overline{OA} \times f_1'}{\overline{OA} + f_1'} = 15 \text{ cm}$$

d'où $z = \overline{O_1 A'} - f_1' = 5 \text{ cm}$

8 Formule des opticiens

On accole deux lentilles minces (L_1) et (L_2) de vergences V_1 et V_2 , de telle sorte que les centres optiques O_1 et O_2 soient quasiment confondus en un seul point O . L'association des

3. http://www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve_tulloue/optiqueGeo/instruments/lunette_astro.php

deux lentilles donne d'un objet AB une image $A'B'$.

8.1 En considérant l'image intermédiaire $A_1 B_1$ donnée par la première lentille, montrer que l'association est équivalente à une seule lentille mince de vergence V à exprimer en fonction de V_1 et V_2 .

On considère : $A \xrightarrow{L_1} A_1 \xrightarrow{L_2} A'$

Pour L_1 : $\frac{1}{\overline{OA_1}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f_1'}$ (1)

Pour L_2 : $\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA_1}} = \frac{1}{f_2'}$ (2)

Pour L_{eq} : $\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f_2'} + \frac{1}{f_1'} \stackrel{\text{noté}}{=} \frac{1}{f_{eq}'}$ (1)+(2)

$\Leftrightarrow V_{eq} = V_1 + V_2$ avec $V_{eq} = \frac{1}{f_{eq}'}$

8.2 On accole une lentille convergente de distance focale $f'_1 = 100 \text{ mm}$ et une lentille divergente de distance focale $f'_2 = -200 \text{ mm}$. L'association est-elle convergente ou divergente? Que vaut sa distance focale?

On sait que :

$$V_1 = \frac{1}{f'_1}$$
$$= \frac{1}{100 \times 10^{-3}}$$
$$= 10 \text{ d}$$
$$V_2 = \frac{1}{-200 \times 10^{-3}}$$
$$= -5 \text{ d}$$

On en déduit que :

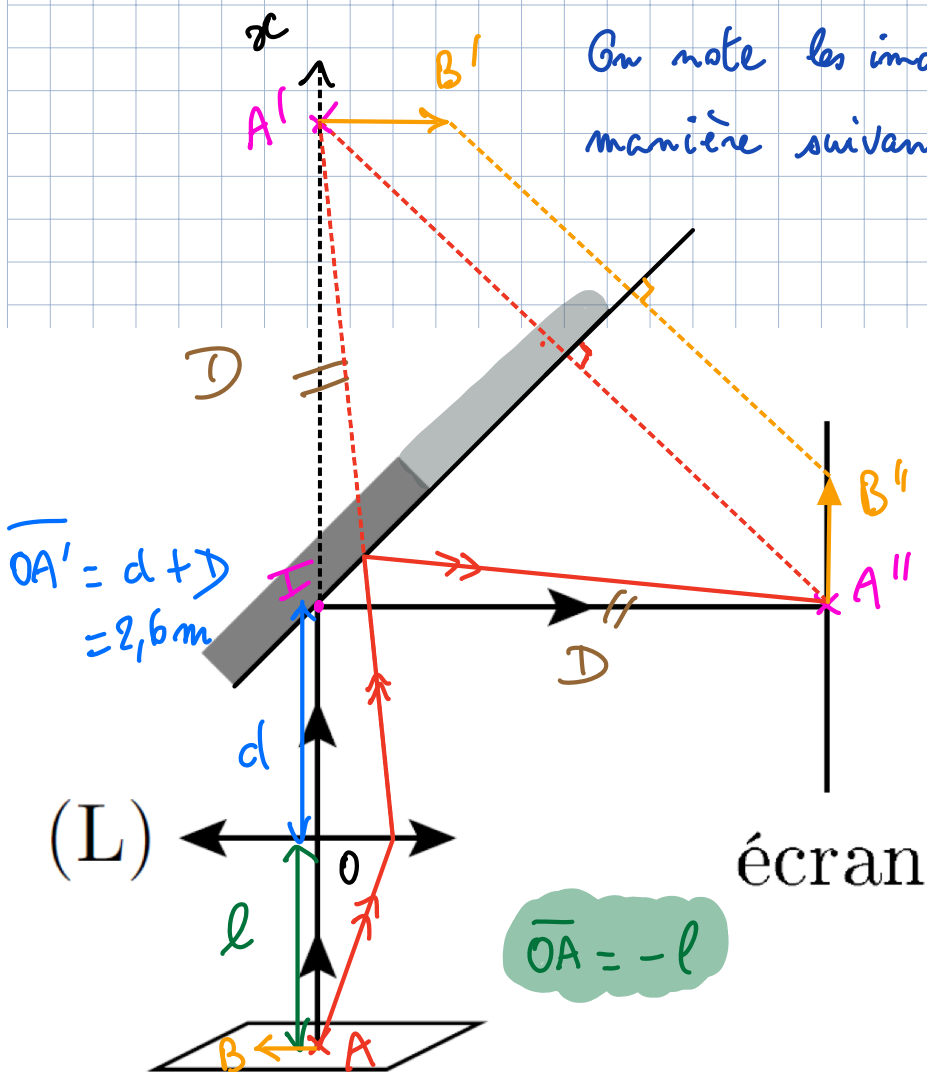
$$V_{eq} = V_1 + V_2$$
$$= 10 - 5$$
$$= 5 \text{ d}$$



9 Rétroprojecteur

Un rétroprojecteur est constitué d'une lentille (L) de distance focale $f' = 30$ cm et d'un miroir plan incliné à 45° et placé à $d = 10$ cm de la lentille. L'écran de projection se trouve à $D = 2,5$ m de l'axe optique de la lentille.

9.1 À quelle distance ℓ avant (L) faut-il placer le transparent pour en avoir une image nette sur l'écran ?



On note les images successives de la manière suivante: $A \xrightarrow{L} A' \xrightarrow{\text{Miroir}} A''$
on a $IA' = IA''$

la relation de conjugaison

pour L donne :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'}$$

$\ell \Leftrightarrow \overline{OA}$. On utilise la relation de conjugaison de Descartes :

$$\frac{1}{\ell} = \frac{1}{f'} - \frac{1}{\overline{OA'}} = \frac{\overline{OA'} - f'}{\overline{OA'} \times f'}$$

$$\ell = \frac{\overline{OA'} \times f'}{\overline{OA'} - f'} = \frac{2,6 \times 0,3}{2,3}$$

$$\ell = 0,34 \text{ m} = 34 \text{ cm}$$

9.2 Calculer alors la valeur du grandissement γ .

Grandissement du miroir :

$$\gamma_2 = 1$$

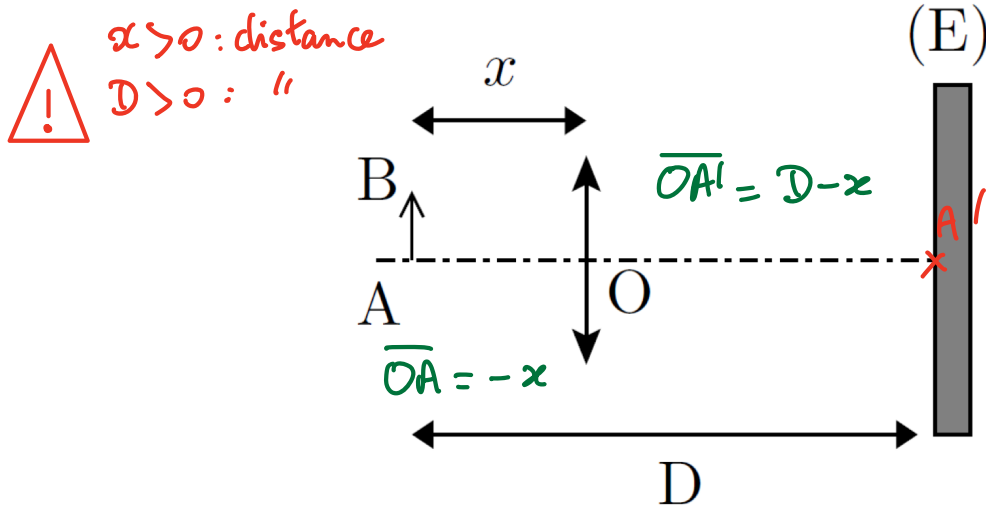
Grandissement de la lentille :

$$\gamma_1 = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \frac{2,6}{-0,34} = -7,6$$

Grandissement globale du dispositif :

$$\gamma = |\gamma_1 \gamma_2| = 7,6$$

10 Focométrie par la méthode de Bessel



Afin de mesurer la distance focale inconnue f' d'une lentille mince convergente, on la place sur un banc d'optique entre un objet (AB) et un écran (E) , fixes et distants de D . La lentille est mobile, on repère sa position par sa distance à l'objet $x = AO$ avec $0 < x < D$.

10.1 Déterminer l'équation du second degré vérifiée par la variable x pour que l'image de l'objet (AB) se forme nette sur l'écran.

$$\begin{aligned} &: \frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'} \\ \Rightarrow &\frac{1}{D-x} + \frac{1}{x} = \frac{1}{f'} \\ \Rightarrow &\frac{x + (D-x)}{(D-x)x} = \frac{1}{f'} \\ \Rightarrow &D \cdot f' = Dx - x^2 \\ \Rightarrow &x^2 - Dx + Df' = 0 \quad (1) \\ &\text{(Math: } ax^2 + bx + c = 0 \end{aligned}$$

10.2 À quelle condition sur D et f' existe-t-il alors des positions qui donnent une image nette sur l'écran?

er le discriminant de cette équation du second degré en x

$$\Delta = (-D)^2 - 4Df' = D(D - 4f')$$

l'eq. (1) admet deux solutions réelles positives si $\Delta > 0 \Leftrightarrow D > 4f'$

Calcul

(eq (1))

10.3 Sous cette hypothèse, exprimer f' en fonction de D et de la distance d entre les deux positions notée x_1 et x_2 de la lentille donnant une image nette sur l'écran.

Si $\Delta > 0$, les deux solutions sont $x_1 = \frac{D + \sqrt{\Delta}}{2}$ et $x_2 = \frac{D - \sqrt{\Delta}}{2}$

$\Rightarrow \overbrace{x_1 - x_2}^d = \sqrt{\Delta} \Rightarrow d^2 = D^2 - 4Df' \Rightarrow f' = \frac{D^2 - d^2}{4D}$

10.4 Montrer que le produit $\gamma_1 \gamma_2$ des grandissements pour les deux positions de netteté est égal à 1.

Dans la position ① : $\overline{OA} = -x_1$ et $\overline{OA'} = D - x_1$; $\gamma_1 = \frac{D - x_1}{-x_1}$

② : $\overline{OA} = -x_2$ et $\overline{OA'} = D - x_2$; $\gamma_2 = \frac{D - x_2}{-x_2}$

d'où $\gamma_1 \gamma_2 = \frac{(D - x_1)(D - x_2)}{x_1 x_2} = \frac{D^2 - (x_1 + x_2)D + x_1 x_2}{x_1 x_2} = 1$





