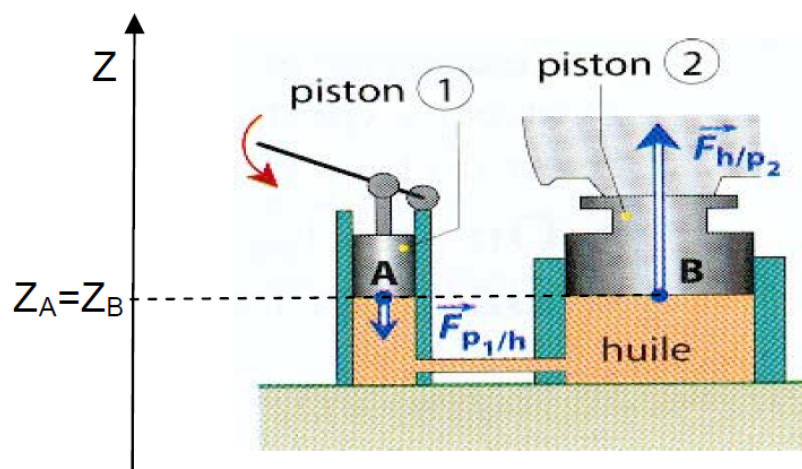


TD TH5 - Statique des fluides.

Table des matières

1	Piston hydraulique	1
2	Baromètre de HUYGHENS	2
3	Bouchon d'évier	3
4	Tube en U	3
5	Oscillations d'un bouchon de liège	4
6	Barrage	5
7	Résolution de problème : Face cachée de l'iceberg	6
8	Troposphère	6
9	Ascension d'un ballon sonde	8

1 Piston hydraulique



La figure ci-dessus représente un cric hydraulique formé de deux pistons (1) et (2) de section circulaire.

Sous l'effet d'une action sur le levier, le piston (1) agit, au point (A), par une force de pression $\vec{F}_{P1/h}$ sur l'huile. L'huile agit, au point (B) sur le piston (2) par une force $\vec{F}_{h/P2}$.

On donne :

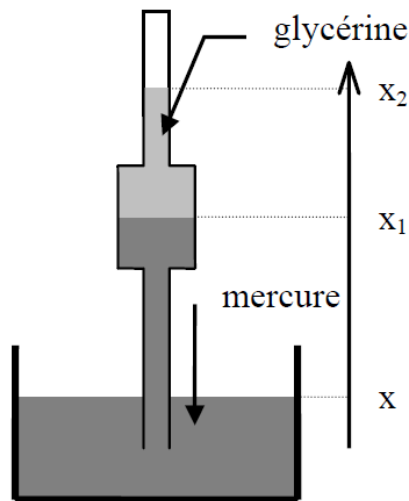
- les diamètres de chacun des pistons : $D_1 = 10 \text{ mm}$; $D_2 = 100 \text{ mm}$.
- l'intensité de la force de pression en A : $F_{P1/h} = 150 \text{ N}$.

1.1. Déterminer la pression P_A de l'huile au point A.

1.2. Quelle est la pression P_B ?

1.3. En déduire l'intensité de la force de pression $F_{h/P2}$.

2 Baromètre de HUYGHENS



On donne la masse volumique du mercure : $\rho_1 = 13600 \text{ kg.m}^{-3}$; de la glycérine : $\rho_2 = 1050 \text{ kg.m}^{-3}$.

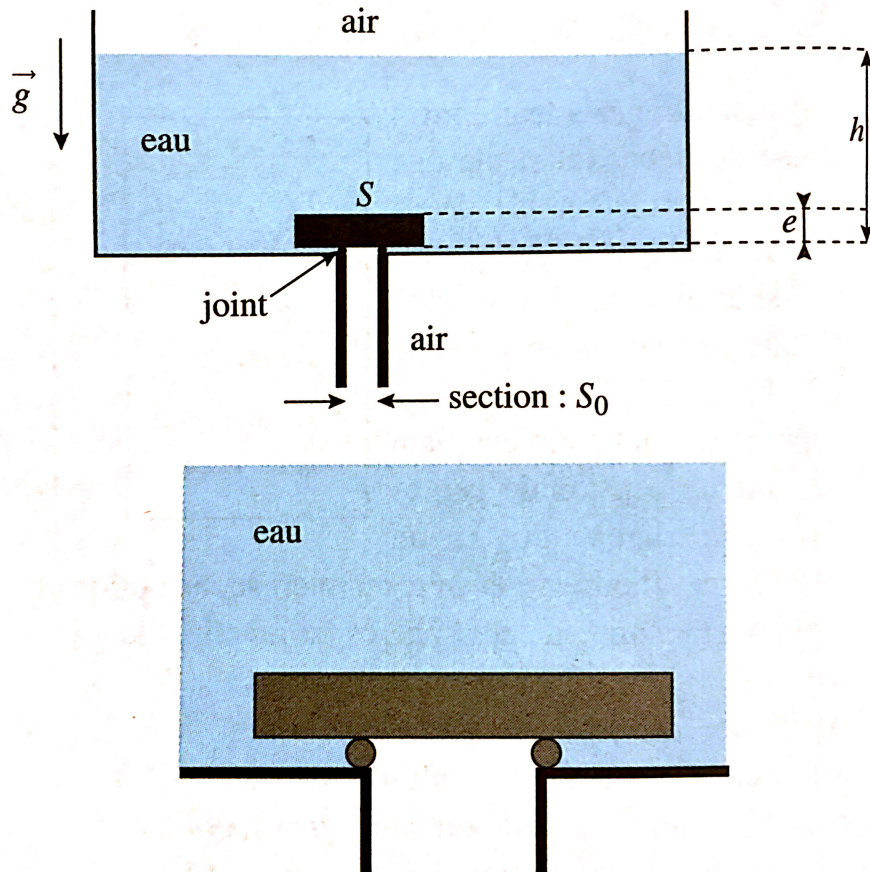
L'appareil est constitué d'une cuve à mercure dont la surface, à l'air libre, mesure $S = 50 \text{ cm}^2$, dans laquelle plonge un tube contenant de bas en haut du mercure, de la glycérine et le vide. La section de ce tube est $S_1 = 5 \text{ cm}^2$ à l'interface entre le mercure et la glycérine et $S_2 = 0,25 \text{ cm}^2$ à l'interface entre la glycérine et le vide.

2.1. Exprimer la pression atmosphérique H en hauteur de mercure en fonction des abscisses x , x_1 et x_2 des surfaces séparant l'air atmosphérique, le mercure, la glycérine et le vide.

2.2. Lorsque la pression atmosphérique P_a varie, écrire que le volume de mercure et le volume de glycérine restent constants pour trouver une relation entre dx et dx_1 , puis entre dx_1 et dx_2 .

2.3. Exprimer puis calculer la sensibilité de ce baromètre $\frac{dx_2}{dH}$, x_2 étant l'abscisse de la surface séparant la glycérine du vide. Quel est l'intérêt de ce baromètre par rapport à un baromètre classique à mercure ?

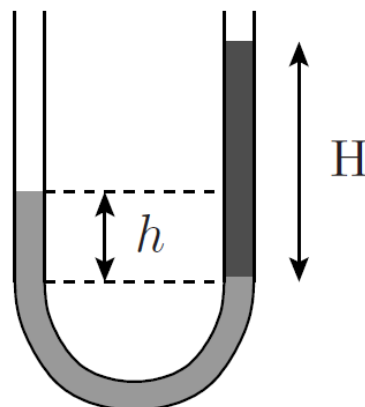
3 Bouchon d'évier



On tente de boucher un évier avec un bouchon de liège, cylindrique, d'aire S et d'épaisseur e . L'évier s'évacue par un trou de section S_0 (inférieure à S !) entouré d'un joint de caoutchouc qui assure l'étanchéité lorsque le bouchon est en place. On note ρ et ρ_0 les masses volumiques respectivement du liège et de l'eau. L'eau recouvre entièrement le bouchon, comme indiqué sur la figure. La pellicule d'eau située entre le fond et le bouchon a une épaisseur négligeable devant e . La pression atmosphérique est P_0 .

3.1. À quelle condition sur h le bouchon reste-t-il plaqué au fond ?

4 Tube en U



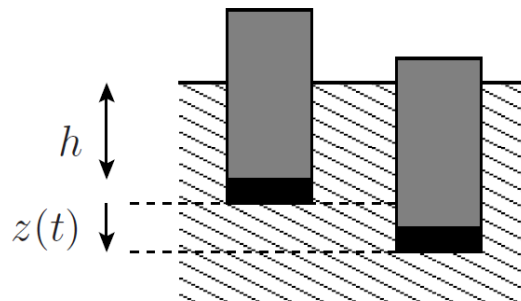
Un tube en U étant partiellement rempli d'eau, de masse volumique ρ_1 , on verse doucement dans l'une des branches du tube de l'huile, de masse volumique $\rho_2 < \rho_1$, sur une hauteur H . À l'équilibre, la surface libre de l'eau est située à la hauteur h au-dessus de l'interface eau/huile. On note A et B des points situés aux surfaces libres respectives de l'eau et de l'huile, et C un point situé au niveau de l'interface. La pression atmosphérique est notée P_0 .

4.1. Écrire les relations entre les pressions P_A , P_B et P_C , en supposant que les fluides sont incompressibles.

4.2. En déduire la relation entre h , H , ρ_1 et ρ_2 .

4.3. Calculer la masse volumique ρ_2 de l'huile. Données : $\rho_1 = 1 \text{ kg.L}^{-1}$, $h = 18 \text{ cm}$, $H = 20 \text{ cm}$.

5 Oscillations d'un bouchon de liège



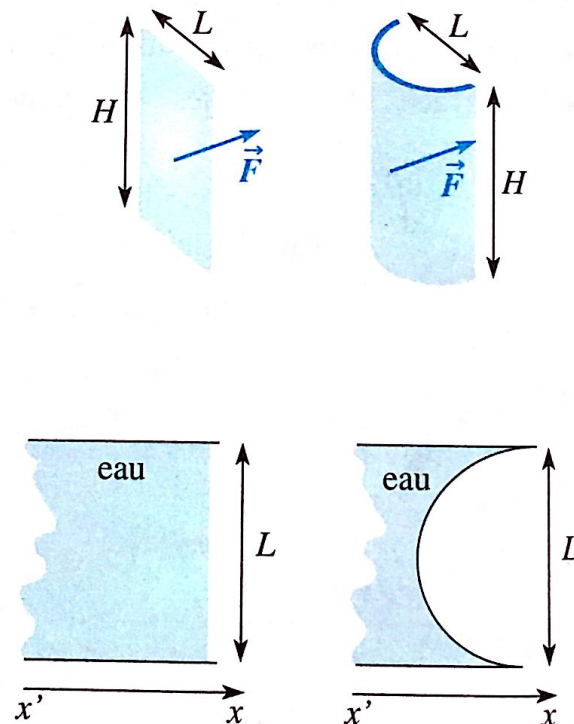
Un bouchon homogène de forme cylindrique, de masse volumique ρ_b , de hauteur H et de section S , est lesté par une pastille de masse m fixée sur sa base inférieure et dont le volume est négligeable devant celui du bouchon. À l'équilibre dans l'eau de masse volumique ρ_e , la hauteur de bouchon immergée est h .

5.1. Lorsque le bouchon est à l'équilibre, déterminer la relation liant h et les données de l'énoncé. On enfonce le bouchon dans l'eau et on le lâche. Il se met à osciller.

5.2. Déterminer l'équation différentielle vérifiée par la cote $z(t)$ mesurant le déplacement vers le bas du bouchon par rapport à sa position d'équilibre.

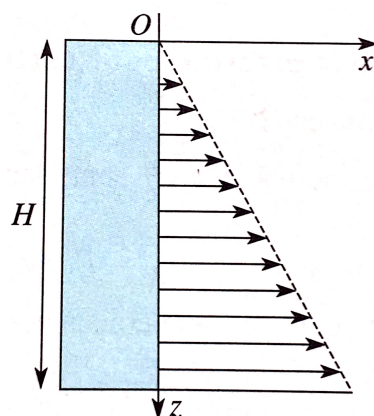
5.3. Exprimer la période T des oscillations.

6 Barrage



Lorsqu'une paroi sert à contenir un liquide comme dans le cas d'un barrage par exemple, l'air exerce une pression égale à la pression atmosphérique P_a d'un coté alors que le liquide exerce une pression $P_a + \rho gh$ de l'autre coté de la paroi. Un élément de surface du barrage subit alors une force élémentaire $d\vec{F} = \rho gh dS \vec{n}$ où $\vec{n}$ est la normale à la surface du barrage dirigée vers l'air.

La poussée exercée sur le barrage est la même pour un barrage plan ou demi-cylindrique car elle ne fait intervenir que la section perpendiculaire à $\vec{u}_x$. Le choix d'un barrage demi-cylindrique ne modifie pas la poussée exercée sur le barrage mais permet de travailler le béton de sa paroi en compression et pas seulement en torsion, afin d'augmenter sa résistance.



6.1. Trouver l'expression de la résultante des forces de pression exercées sur le barrage dans le cas d'un barrage dont la paroi est plane.

6.2. Retrouver l'expression de la résultante des forces de pression exercées sur le barrage dans le cas d'un barrage dont la paroi est demi-cylindrique.

7 Résolution de problème : Face cachée de l'iceberg

7.1. Quel pourcentage du volume total d'un iceberg est immergé ?

7.2. Fait-il monter le niveau de la mer en fondant ? Données : Pour la glace $\rho_1 = 0,92 \text{ kg.L}^{-1}$, pour l'eau de mer $\rho_2 = 1,02 \text{ kg.L}^{-1}$, pour l'eau douce $\rho_0 = 1 \text{ kg.L}^{-1}$.

8 Troposphère

L'épaisseur de l'atmosphère étant de quelques dizaines de kilomètres, à comparer au rayon de la Terre $R_T = 6400 \text{ km}$, on peut considérer que le module de champ de pesanteur est le même en tout point de l'atmosphère.

L'air sera considéré comme un gaz parfait de masse molaire $M = 29 \text{ g.mol}^{-1}$, et sa température sera supposée constante de valeur T_0 .

8.1. Exprimer la masse volumique de l'air notée ρ , en fonction de R , T_0 , P et M .

8.2. Montrer que la pression $P(z)$ a pour expression :

$$P(z) = P(0) \exp\left(-\frac{z}{H}\right)$$

où H est la hauteur caractéristique de variation de la pression pour le modèle de l'atmosphère isotherme.

8.3. Donner l'expression de H et la calculer pour $T_0 = 288 \text{ K}$. On donne $R = 8,314 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$ et $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$

Pour modéliser la troposphère, située entre 0 et 11 km d'altitude, il faut tenir compte d'un gradient de température :

$$T(z) = T_0(1 - \lambda z)$$

8.4. Exprimer $\overrightarrow{\text{grad}T}$.

8.5. Sachant qu'au sommet de l'Everest ($z_1 = 8807 \text{ m}$), la température est $\theta_1 = -40^\circ\text{C}$, calculer la valeur de λ .

8.6. Montrer que la pression $P(z)$ a pour expression :

$$P(z) = P(0) (1 - \lambda z)^{\frac{1}{\lambda H}}$$

8.7. Quelle est la pression P_1 au sommet de l'Everest ?

8.8. **Capacité numérique** : Rédiger un programme PYTHON utilisant la méthode d'EULER explicite pour obtenir les deux courbes de cet exercice représentée figure 1.

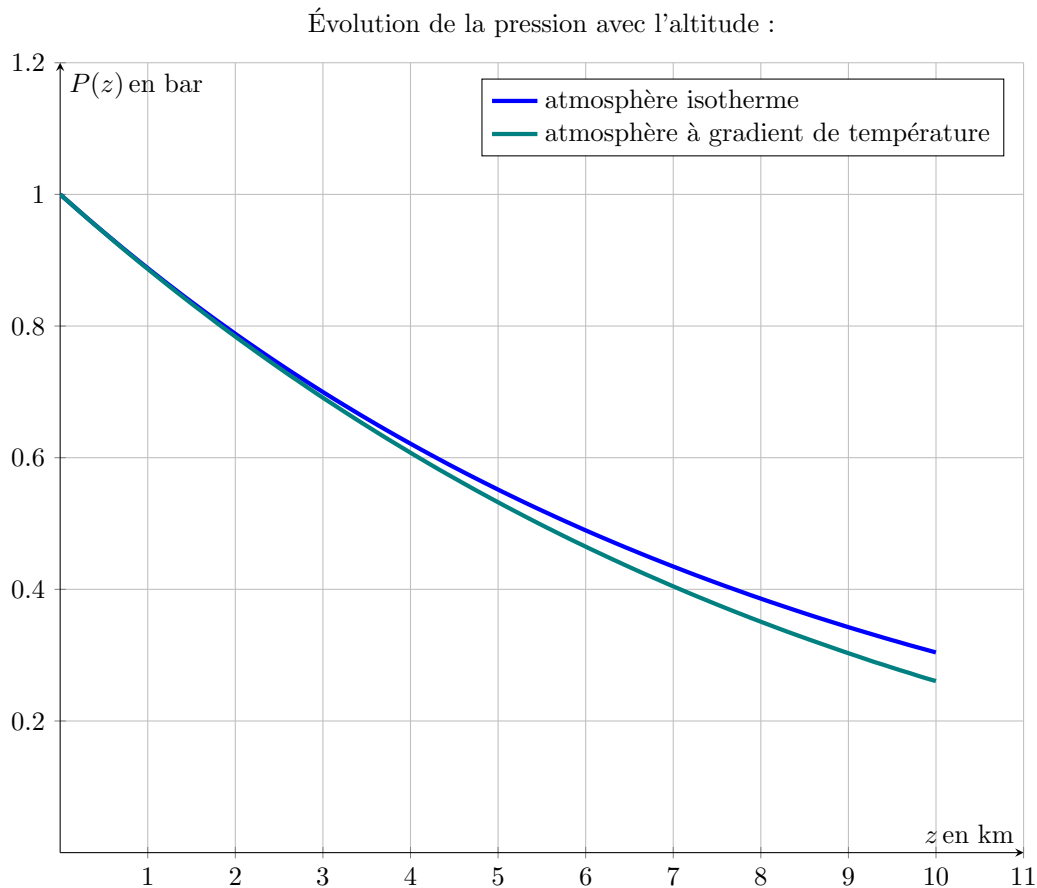


FIGURE 1 – Pression atmosphérique en fonction de l'altitude

9 Ascension d'un ballon sonde

Un ballon-sonde, de masse m , sert à emmener à haute altitude un appareillage en vue d'effectuer des mesures. L'axe (Oz) est choisi vertical ascendant avec O au niveau du sol. L'enveloppe du ballon contient n moles de gaz parfait (H_2 , $M_{H_2} = 2 \text{ g.mol}^{-1}$). L'atmosphère est assimilée à un gaz parfait, de masse molaire $M_{air} = 29 \text{ g.mol}^{-1}$, en équilibre isotherme à la température $T_0 = 273 \text{ K}$. La pression atmosphérique est $P(z = 0) = P_0 = 1 \text{ bar}$ au niveau du sol et $R = 8,314 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$.

9.1. Exprimer la force ascensionnelle F_z ressentie par le ballon en fonction de n , M_{air} , M_{H_2} , m et g .

9.2. Évaluer la quantité de matière minimale n_0 assurant le décollage de celui-ci pour $m = 50 \text{ kg}$, puis le volume V_0 correspondant, à l'altitude nulle de départ.

Le volume du ballon ne peut dépasser une valeur V_1 sans que celui-ci n'éclate.

9.3. Montrer que cela implique l'existence d'une altitude maximale atteinte par le ballon, z_1 , que l'on exprimera en fonction de n , n_0 , V_0 , V_1 et $H = \frac{RT_0}{M_{air}g}$.

En fait, le ballon possède une soupape qui lui permet, au-delà de l'altitude z_1 , d'évacuer du gaz à volume V_1 constant.

9.4. Exprimer alors $n(z)$, la quantité de matière dans le ballon, qui varie avec l'altitude.

9.5. Exprimer F_z en fonction de m , g , n_0 et $n(z)$.

9.6. Montrer que la force ascensionnelle s'annule alors pour une altitude z_2 supérieure à z_1 . On pourra pour cela remarquer que n dépend de z .