

## Symboles d'inégalité

$$a > b$$

$a$  est  
« strictement supérieur »  
à  $b$

$$a < b$$

$a$  est  
« strictement inférieur »  
à  $b$

$$a \geq b$$

$a$  est  
« supérieur ou égal »  
à  $b$

$$a \leq b$$

$a$  est  
« inférieur ou égal »  
à  $b$

## Changement de sens

$$\frac{c \in \mathbb{R}}{\text{(réel)}}$$

$$a < b$$

$$\Leftrightarrow a + c < b + c$$

↖ Ajoute ou  
Soustraie

$$\frac{c > 0}{\text{(positif)}}$$

$$a < b$$

$$\Leftrightarrow a \times c < b \times c$$

↖ Multiplie  
ou Divise

$$\frac{c < 0}{\text{(négatif)}}$$

$$a < b$$

$$\Leftrightarrow a \times c > b \times c$$

↖ **changement  
de sens**

## Valeur absolue

$$|a| > b \Leftrightarrow a > b \text{ ou } a < -b$$

⚠ changement  
de sens

## Exemple avec un produit

$$(3x + 6)(5 - x) \geq 0$$

passer par un tableau de signe ! (voir fonction affine)

$x$	$-\infty$	$-2$	$5$	$+\infty$	
1 <sup>er</sup> facteur → $3x + 6$	-	0	+	+	
2 <sup>nd</sup> facteur → $5 - x$	+	+	0	-	
Produit → $(3x + 6) \times (5 - x)$	-	0	+	0	-

⚠ règle des  
signes

$> 0$

$$S = [-2; 5]$$

Et pour les quotients :  $\frac{A}{B} > 0$

⚠ pensez aux valeurs interdites :  $B \neq 0$

### Exercice 1 : Inéquations linéaires (Technique de base)

Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les inéquations suivantes. On donnera les solutions sous forme d'intervalles.

a)  $-3 - 4x > 5$

b)  $3 - 6x \geq 5 - 4x$

c)  $9 - 2x > \frac{4}{3}$

d)  $5 + 2(x - 3) > -3x + 4$

e)  $\frac{x - 3}{4} < \frac{2 - 7x}{3}$

### Exercice 2 : Étude de signes (Tableaux de signes)

À l'aide d'un tableau de signes, résoudre les inéquations suivantes :

1.  $(x - 2)(3 + 2x) \leq 0$

2.  $(4 - x)(2 + 3x) \geq 0$

3.  $\frac{(1 - x)(2x + 3)}{2x + 1} \geq 0$

4.  $\frac{2x - 5}{3 + 5x} \leq 0$

### Exercice 3 : Valeur absolue

Résoudre les inéquations suivantes (on pourra s'aider d'une interprétation géométrique en termes de distance) :

1.  $|x - 15| > 7$

2.  $|x + 4| \leq 2$

3.  $|2x - 6| < 4$

### Exercice 4 : Factorisation et inéquations

En factorisant d'abord (facteur commun ou identité remarquable), se ramener à une inéquation produit puis résoudre :

1.  $(-2x + 4)^2 \geq (-2x + 4)(x - 1)$

2.  $(3x - 7)^2 < (5x - 9)^2$

### Exercice 5 : Démonstration et déduction

1. Montrer que pour tout réel  $x$  :

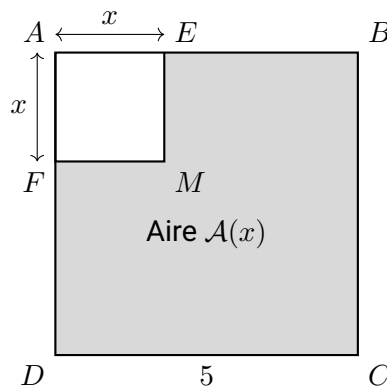
$$(-2x + 1)(x - 3) + 25 = (-2x + 11)(x + 2)$$

2. En déduire les solutions de l'inéquation suivante :

$$(-2x + 1)(x - 3) \geq -25$$

### Exercice 6 : Problème d'aire (Géométrie et factorisation)

On considère un carré  $ABCD$  de côté 5. À l'intérieur de celui-ci, on a placé un point  $M$  sur le segment  $[AC]$  (la diagonale) tel que le carré  $AEMF$  (en blanc sur la figure) soit de côté  $x$ . La partie grisée correspond au carré  $ABCD$  privé du carré  $AEMF$ .



On suppose que  $x$  est un réel compris strictement entre 0 et 5 ( $x \in ]0; 5[$ ).

1. Exprimer l'aire  $\mathcal{A}(x)$  de la partie grisée en fonction de  $x$ .
2. On cherche à déterminer les valeurs de  $x$  pour lesquelles l'aire grisée est strictement supérieure à  $x + 5$ .

(a) Montrer que résoudre l'inéquation  $\mathcal{A}(x) > x + 5$  revient à résoudre l'inéquation :

$$(5 - x)(x + 5) - (x + 5) > 0$$

(b) Résoudre l'inéquation et conclure sur les valeurs de  $x$  possibles.

**Exercice 7 : Le coin du chercheur**

Après avoir déterminé les valeurs interdites, résoudre l'inéquation suivante :

$$\frac{1}{x+2} - 1 \leq \frac{4}{4-x^2}$$