

Objectifs du chapitre

- Comprendre la notion de vecteur : direction, sens, norme
- Représenter un vecteur et identifier des vecteurs égaux
- Calculer les coordonnées d'un vecteur
- Effectuer des opérations sur les vecteurs : somme, différence, produit par un scalaire
- Calculer la norme d'un vecteur
- Déterminer les coordonnées du milieu d'un segment
- Introduire la notion de colinéarité

1. Notion de vecteur**Situation professionnelle — Menuisier agenceur**

Un menuisier agenceur doit déplacer un meuble de sa position initiale à sa position finale dans une pièce. Ce déplacement est caractérisé par trois informations : la **direction** (horizontale, verticale, oblique), le **sens** (vers la droite, vers la gauche...) et la **distance** parcourue. C'est exactement ce que modélise un **vecteur**.

Définition Vecteur :

Un **vecteur** est un objet mathématique caractérisé par :

- une **direction** (la droite qui le porte)
- un **sens** (l'un des deux sens de parcours sur cette droite)
- une **norme** (longueur, notée $\|\vec{u}\|$)

Un vecteur est représenté par une flèche. On le note \vec{u} , \vec{v} , \vec{AB} , etc.

Définition Vecteur \vec{AB} :

Soient A et B deux points du plan. Le vecteur \vec{AB} est le vecteur qui translate le point A sur le point B . Son point de départ est A (origine) et son point d'arrivée est B (extrémité).

Attention L'ordre des lettres est important : $\vec{AB} \neq \vec{BA}$.

Les vecteurs \vec{AB} et \vec{BA} ont la même direction, la même norme, mais des **sens opposés** :
 $\vec{BA} = -\vec{AB}$.

Définition Vecteur nul :

Le vecteur \vec{AA} est appelé **vecteur nul**, noté $\vec{0}$. Sa norme est nulle et il n'a ni direction ni sens défini.

2. Coordonnées d'un vecteur

Définition Coordonnées d'un vecteur :

Dans un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$, si $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$, alors le vecteur \vec{AB} a pour coordonnées :

$$\vec{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$$

Exemple : Soient $A(2; 5)$ et $B(7; 3)$.

$$\vec{AB} \begin{pmatrix} 7 - 2 \\ 3 - 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \end{pmatrix}$$

Le vecteur \vec{AB} a pour coordonnées $(5; -2)$.

APPLICATION

Un installateur d'agencement déplace un meuble du point $P(3; 1)$ au point $Q(7; 5)$.

1. Calculer les coordonnées du vecteur \overrightarrow{PQ} .
2. Quelle est la signification physique de ces coordonnées ?

3. Égalité de vecteurs

Propriété

Deux vecteurs sont **égaux** si et seulement s'ils ont les **mêmes coordonnées**.

$$\vec{AB} = \vec{CD} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B - x_A = x_D - x_C \\ y_B - y_A = y_D - y_C \end{cases}$$

Géométriquement, cela signifie qu'ils ont la même direction, le même sens et la même norme.

Exemple : Soient $A(1; 3)$, $B(4; 7)$, $C(5; 5)$ et $D(2; 1)$.

$$\vec{AB} \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} \text{ et } \vec{DC} \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Les coordonnées sont identiques, donc $\vec{AB} = \vec{DC}$.

Conséquence : le quadrilatère $ABCD$ est un **parallélogramme**.

Propriété — Parallélogramme

$ABCD$ est un parallélogramme si et seulement si $\vec{AB} = \vec{DC}$.

4. Opérations sur les vecteurs

4.1 Somme de deux vecteurs

Définition Somme de vecteurs :

La somme de deux vecteurs $\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ est le vecteur :

$$\vec{u} + \vec{v} = \begin{pmatrix} x + x' \\ y + y' \end{pmatrix}$$

Propriété — Relation de Chasles

Pour tous points A , B et C du plan :

$$\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$$

Cette relation permet d'enchaîner les déplacements.

Exemple : Un charpentier se déplace sur un chantier. Il va du point A au point B , puis du point B au point C .

Si $\vec{AB} \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\vec{BC} \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix}$, alors le déplacement total est :

$$\vec{AC} = \vec{AB} + \vec{BC} = \begin{pmatrix} 3 + (-1) \\ 2 + 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \end{pmatrix}$$

Méthode — Construire la somme graphiquement

Règle du parallélogramme :

1. Placer les deux vecteurs \vec{u} et \vec{v} à partir d'un même point O .
2. Construire le parallélogramme dont \vec{u} et \vec{v} sont deux côtés.
3. La diagonale issue de O représente le vecteur somme $\vec{u} + \vec{v}$.

4.2 Différence de deux vecteurs

Définition Différence de vecteurs :

$$\vec{u} - \vec{v} = \vec{u} + (-\vec{v}) = \begin{pmatrix} x - x' \\ y - y' \end{pmatrix}$$

4.3 Produit d'un vecteur par un scalaire

Définition Produit par un scalaire :

Si k est un réel et $\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$, alors :

$$k\vec{u} = \begin{pmatrix} kx \\ ky \end{pmatrix}$$

Propriété

Le vecteur $k\vec{u}$ a :

- la **même direction** que \vec{u}
- le **même sens** si $k > 0$, le **sens opposé** si $k < 0$
- pour norme $\|k\vec{u}\| = |k| \times \|\vec{u}\|$

Exemple : Soit $\vec{u} \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$.

- $3\vec{u} = \begin{pmatrix} 6 \\ -9 \end{pmatrix}$ (même sens, 3 fois plus long)
- $-2\vec{u} = \begin{pmatrix} -4 \\ 6 \end{pmatrix}$ (sens opposé, 2 fois plus long)
- $0,5\vec{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1,5 \end{pmatrix}$ (même sens, 2 fois plus court)

5. Norme d'un vecteur

Norme d'un vecteur

Si $\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$, alors la norme de \vec{u} est :

$$\|\vec{u}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

C'est la **longueur** du vecteur, obtenue par le théorème de Pythagore.

Propriété — Distance entre deux points

Si $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$, alors :

$$AB = \|\vec{AB}\| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

Exemple : Soient $A(1; 2)$ et $B(4; 6)$.

$$\vec{AB} \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$AB = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$$

La distance AB est de 5 unités.

Situation professionnelle — Charpentier

Sur un plan à l'échelle (1 unité = 1 m), un charpentier repère deux points d'ancrage $P(2; 1)$ et $Q(8; 9)$ sur une charpente. La longueur de la poutre reliant ces deux points est :

$$PQ = \sqrt{(8 - 2)^2 + (9 - 1)^2} = \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = 10 \text{ m.}$$

APPLICATION

Sur un plan d'agencement, deux coins d'une pièce sont placés en $A(1; 4)$ et $B(7; 9)$.
Calculer la distance AB (en unités du repère) pour estimer la longueur d'une barre d'étagère diagonale.

6. Milieu d'un segment

Coordonnées du milieu

Le milieu M du segment $[AB]$ avec $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ a pour coordonnées :

$$M \left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2} \right)$$

Exemple : Soient $A(3; 7)$ et $B(9; 1)$.

Le milieu M de $[AB]$ a pour coordonnées :

$$M \left(\frac{3 + 9}{2}; \frac{7 + 1}{2} \right) = M(6; 4)$$

Méthode — Trouver un point connaissant le milieu

Si $M(5; 3)$ est le milieu de $[AB]$ avec $A(2; 1)$, on cherche $B(x_B; y_B)$.

On utilise les formules du milieu :

$$\frac{2 + x_B}{2} = 5 \Rightarrow x_B = 8 \quad \frac{1 + y_B}{2} = 3 \Rightarrow y_B = 5$$

Donc $B(8; 5)$.

7. Colinéarité (introduction)

Définition Vecteurs colinéaires :

Deux vecteurs \vec{u} et \vec{v} sont **colinéaires** s'il existe un réel k tel que $\vec{v} = k\vec{u}$ (ou si l'un des deux est le vecteur nul).

Géométriquement, deux vecteurs colinéaires ont la **même direction** (parallèles).

Critère de colinéarité

Si $\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$, alors :

$$\vec{u} \text{ et } \vec{v} \text{ colinéaires} \Leftrightarrow xy' - x'y = 0$$

La quantité $xy' - x'y$ est appelée **déterminant** des vecteurs \vec{u} et \vec{v} .

Exemple 1 : $\vec{u} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 4 \\ 6 \end{pmatrix}$.

Déterminant : $2 \times 6 - 3 \times 4 = 12 - 12 = 0$.

Les vecteurs sont **colinéaires** (on vérifie : $\vec{v} = 2\vec{u}$).

Exemple 2 : $\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix}$.

Déterminant : $1 \times 5 - 4 \times 3 = 5 - 12 = -7 \neq 0$.

Les vecteurs **ne sont pas colinéaires**.

Propriété — Alignement de trois points

Trois points A , B et C sont **alignés** si et seulement si les vecteurs \vec{AB} et \vec{AC} sont colinéaires.

8. Applications

Situation professionnelle — Forces en équilibre

Un technicien de maintenance doit vérifier l'équilibre d'un panneau suspendu par deux câbles. Les forces exercées par les câbles sont modélisées par les vecteurs $\vec{F}_1 \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \end{pmatrix}$ et $\vec{F}_2 \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix}$ (en kN).

Le poids du panneau est $\vec{P} \begin{pmatrix} 0 \\ -10 \end{pmatrix}$ kN.

La résultante des forces est :

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{P} = \begin{pmatrix} -3 + 3 + 0 \\ 5 + 5 - 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \vec{0}$$

Le système est en **équilibre**.

9. Mini-exercices

Exercice 1 : Soient $A(1; 4)$, $B(5; 2)$ et $C(-3; 0)$.

1. Calculer les coordonnées de \vec{AB} et \vec{AC} .
2. Calculer $\vec{AB} + \vec{AC}$.
3. Vérifier la relation de Chasles : $\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$.

Exercice 2 : Soit $\vec{u} \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix}$.

1. Calculer la norme de \vec{u} .
2. Calculer les coordonnées et la norme de $2\vec{u}$ et $-\vec{u}$.

Exercice 3 : Soient $A(-2; 3)$ et $B(6; -1)$.

1. Calculer la distance AB .
2. Déterminer les coordonnées du milieu M de $[AB]$.

Exercice 4 : Déterminer si les vecteurs suivants sont colinéaires.

1. $\vec{u} \begin{pmatrix} 6 \\ 9 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$
2. $\vec{u} \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 8 \\ 3 \end{pmatrix}$

Exercice 5 : Un artisan déplace un panneau de bois sur un plan (unité : mètre). Il effectue d'abord un déplacement $\vec{d}_1 \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$, puis un second déplacement $\vec{d}_2 \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix}$.

1. Calculer le déplacement total $\vec{d} = \vec{d}_1 + \vec{d}_2$.
2. Quelle distance totale le panneau a-t-il réellement parcourue (somme des normes) ?
3. Quelle est la distance entre la position initiale et la position finale (norme du déplacement total) ?

L'essentiel à retenir

- Un **vecteur** a une direction, un sens et une norme.
- Coordonnées de \vec{AB} : $\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$.
- **Relation de Chasles** : $\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$.
- Somme : $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x + x' \\ y + y' \end{pmatrix}$; Produit : $k \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} kx \\ ky \end{pmatrix}$.
- **Norme** : $\|\vec{u}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$.
- **Milieu** : $M \left(\frac{x_A + x_B}{2} ; \frac{y_A + y_B}{2} \right)$.
- **Colinéarité** : \vec{u} et \vec{v} colinéaires $\Leftrightarrow xy' - x'y = 0$.

10. Erreurs fréquentes

✗ Confondre le vecteur \vec{AB} et le vecteur \vec{BA}

\vec{AB} va de A vers B ; \vec{BA} va de B vers A. Ces deux vecteurs ont la même norme mais des sens opposés : $\vec{BA} = -\vec{AB}$.

Conseil : lire toujours le vecteur dans le sens de la flèche : de la lettre du bas (origine) vers la lettre du haut (extrémité).

✗ Calculer les coordonnées dans le mauvais sens

Les coordonnées du vecteur \vec{AB} sont $\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$, pas $\begin{pmatrix} x_A - x_B \\ y_A - y_B \end{pmatrix}$. Inverser les termes donne le vecteur opposé.

Conseil : toujours faire (point d'arrivée) - (point de départ), c'est-à-dire $B - A$ pour \vec{AB} .

✗ Oublier la racine carrée pour la norme

La norme d'un vecteur est $\|\vec{u}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$, pas $x^2 + y^2$. Oublier la racine carrée donne un résultat sans unité cohérente (une surface au lieu d'une longueur).

Conseil : la norme est une longueur, donc elle doit s'exprimer en cm, m, etc. — penser à prendre la racine carrée.

✘ Tester la colinéarité par les normes plutôt que par le déterminant

Deux vecteurs peuvent avoir la même norme sans être colinéaires. La condition de colinéarité est $x \cdot y' - x' \cdot y = 0$, pas $\|\vec{u}\| = \|\vec{v}\|$.

Conseil : utiliser toujours la formule du déterminant $xy' - x'y$ pour tester la colinéarité.

Simulation interactive

[Vecteurs du plan — Manipulation graphique](#)

Vecteurs du plan

1ère Bac Pro | Géométrie | Mathématiques

Socle

Standard

Approfondissement

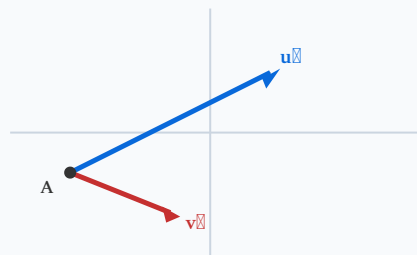
Tout voir

 Objectifs du chapitre

[cliquer pour développer](#)

Rappels essentiels

- **Coordonnées d'un vecteur** : $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$
- **Somme** : $\vec{u} + \vec{v} = \begin{pmatrix} x + x' \\ y + y' \end{pmatrix}$ — **Produit** : $k\vec{u} = \begin{pmatrix} kx \\ ky \end{pmatrix}$
- **Norme** : $\|\vec{u}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$
- **Milieu** : $M \left(\frac{x_A + x_B}{2} ; \frac{y_A + y_B}{2} \right)$
- **Colinéarité** : \vec{u} et \vec{v} sont colinéaires si $xy' - x'y = 0$.
- **Relation de Chasles** : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$

Vecteurs \vec{u} et \vec{v} dans le plan

Exercices guidés pas à pas

EXERCICE 1 Coordonnées de vecteurs SOCLE

On donne les points $A(1 ; 4)$, $B(5 ; 2)$, $C(-3 ; 0)$ et $D(4 ; -1)$.

1. Calculer les coordonnées de \overrightarrow{AB} .
2. Calculer les coordonnées de \overrightarrow{CD} .
3. Calculer les coordonnées de \overrightarrow{BA} .
4. Que remarque-t-on entre \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{BA} ?

Mes calculs :

EXERCICE 2 Somme, différence et produit par un scalaire SOCLE

On donne $\vec{u} \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} -1 \\ 5 \end{pmatrix}$.

1. Calculer $\vec{u} + \vec{v}$.
2. Calculer $\vec{u} - \vec{v}$.
3. Calculer $3\vec{u}$.
4. Calculer $2\vec{u} + 3\vec{v}$.

Mes calculs :

EXERCICE 3 Norme et distance **SOCLE**

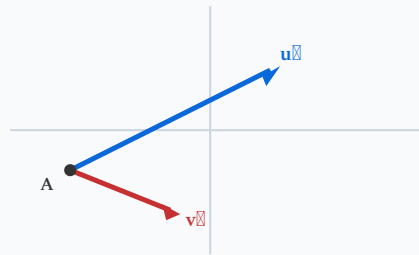
On donne $A(2 ; 1)$ et $B(5 ; 5)$.

1. Calculer les coordonnées de \overrightarrow{AB} .
2. Calculer $\|\overrightarrow{AB}\|$. Donner la valeur exacte puis l'arrondi au dixième.
3. Que représente $\|\overrightarrow{AB}\|$ géométriquement ?

Mes calculs :

EXERCICE 4 Parallélogramme — Plan d'agencement

SOCLE



Vecteurs \vec{u} et \vec{v} dans le plan

Un menuisier agenceur dessine le plan d'un bureau. Il place trois sommets d'un meuble rectangulaire dans un repère : $A(1 ; 2)$, $B(4 ; 6)$ et $C(7 ; 2)$.

1. Calculer \vec{AB} et \vec{DC} .

Aide : $\vec{AB} = \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$. Pour un parallélogramme, on doit avoir $\vec{DC} = \vec{AB}$.

2. Déterminer les coordonnées du point D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme.

Aide : écrire $\vec{DC} = \begin{pmatrix} 7 - x_D \\ 2 - y_D \end{pmatrix}$ et identifier avec \vec{AB} .

3. Vérifier en calculant les milieux des diagonales $[AC]$ et $[BD]$.

Aide : milieu = $\left(\frac{x_1 + x_2}{2} ; \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$. Si les deux milieux sont égaux, c'est bien un parallélogramme.

Mes calculs :

EXERCICE 5 Relation de Chasles

SOCLE

On donne les points $A(0 ; 3)$, $B(2 ; 7)$ et $C(5 ; 1)$.

1. Calculer \vec{AB} , \vec{BC} et \vec{AC} .

Aide : pour chaque vecteur, soustraire les coordonnées du point de départ à celles du point d'arrivée.

2. Vérifier la relation de Chasles : $\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$.

Aide : additionner les coordonnées de \vec{AB} et \vec{BC} , puis comparer avec \vec{AC} .

3. Calculer $\|\vec{AC}\|$. Le triangle ABC est-il quelconque, isocèle ou équilatéral ?

Aide : $\|\vec{u}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$. Un triangle isocèle a au moins deux côtés égaux.

Mes calculs :

EXERCICE 6 Milieu et symétrie **SOCLE**

On donne $A(-2 ; 3)$ et $M(1 ; 5)$ est le milieu du segment $[AB]$.

1. Rappeler la formule du milieu.
2. Déterminer les coordonnées du point B .

Aide : si M est le milieu de $[AB]$, alors $\frac{x_A + x_B}{2} = x_M$, donc $x_B = 2x_M - x_A$. Même chose pour y .

3. Vérifier que $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB}$.

Aide : calculer les deux vecteurs et comparer leurs coordonnées.

Mes calculs :

Exercices d'application

EXERCICE 7 Égalité de vecteurs et parallélogramme — Implantation d'un bâtiment

STANDARD

Un conducteur de travaux repère sur un plan les coins d'un futur bâtiment rectangulaire. Il place les points $A(2 ; 1)$, $B(8 ; 3)$ et $D(0 ; 5)$ dans un repère orthonormé (unité : 1 m).

1. Calculer les coordonnées de \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{DC} .
2. Pour que $ABCD$ soit un parallélogramme, on doit avoir $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$. Déterminer les coordonnées du point C .
3. Calculer les longueurs AB et AD .
4. Vérifier que $ABCD$ est bien un rectangle en montrant que $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = 0$ (les vecteurs sont perpendiculaires si le produit $xx' + yy' = 0$).
5. En déduire l'aire du bâtiment au sol.

Mes calculs :

EXERCICE 8 Relation de Chasles et somme de vecteurs — Transport de panneaux

STANDARD

Un menuisier agenceur transporte un panneau de bois dans un atelier. Il effectue trois déplacements successifs modélisés par des vecteurs (en mètres) :

- $\vec{u} \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$: de la zone de stockage à la scie
- $\vec{v} \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$: de la scie à la ponceuse
- $\vec{w} \begin{pmatrix} 1 \\ -5 \end{pmatrix}$: de la ponceuse à l'établi de montage

Le panneau part du point $A(1 ; 2)$.

1. En utilisant la relation de Chasles, calculer le vecteur déplacement total

$$\vec{d} = \vec{u} + \vec{v} + \vec{w}.$$

2. Déterminer les coordonnées du point d'arrivée D .
3. Calculer la distance totale parcourue (somme des normes de chaque déplacement).
4. Calculer la distance directe AD entre le départ et l'arrivée.
5. Le menuisier pourrait-il optimiser son trajet ? Justifier.

Mes calculs :

EXERCICE 9 Distance, milieu et colinéarité — Charpente

STANDARD

Un charpentier positionne trois points de fixation d'une ferme de toit dans un repère : $A(0 ; 0)$ (pied gauche), $B(8 ; 0)$ (pied droit) et $S(4 ; 3)$ (sommet).

1. Calculer les coordonnées du milieu M du segment $[AB]$.
2. Calculer les longueurs AS , BS et AB .
3. La ferme est-elle isocèle ? Justifier.
4. Calculer les coordonnées de \overrightarrow{AM} et \overrightarrow{MS} . Ces vecteurs sont-ils colinéaires ?
5. Que peut-on en déduire sur la position du sommet S par rapport à la base $[AB]$?

Mes calculs :

Exercices d'approfondissement

EXERCICE 10 Colinéarité et alignement

APPROFONDISSEMENT

On donne les points $A(1 ; 2)$, $B(4 ; 8)$ et $C(3 ; 6)$.

1. Calculer les coordonnées de \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} .
2. Montrer que \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} sont colinéaires (critère du déterminant).
3. Que peut-on en déduire pour les points A , B et C ?

Mes calculs :

EXERCICE 11 Déplacement de meuble — Menuisier agenceur

APPROFONDISSEMENT

Un menuisier agenceur doit déplacer un meuble dans un atelier. Il effectue successivement deux déplacements :

- Premier déplacement : $\vec{u} \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ (en mètres)
- Deuxième déplacement : $\vec{v} \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix}$ (en mètres)

Le meuble était initialement en position $P(1 ; 1)$.

1. Calculer le déplacement total $\vec{w} = \vec{u} + \vec{v}$.
2. Quelle est la position finale du meuble ?
3. Quelle est la distance totale parcourue (somme des deux déplacements) ?
4. Quelle est la distance « à vol d'oiseau » entre la position initiale et la position finale ?
5. Pourquoi ces deux distances sont-elles différentes ?

Mes calculs :

EXERCICE 12 Équilibre de forces — Technicien de maintenance

APPROFONDISSEMENT

Un technicien de maintenance étudie l'équilibre d'un panneau suspendu à deux câbles. Les forces exercées par les câbles sont modélisées par :

- $\vec{F}_1 \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \end{pmatrix}$ (en newtons)
- $\vec{F}_2 \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ (en newtons)

Le poids du panneau est $\vec{P} \begin{pmatrix} 0 \\ -9 \end{pmatrix}$.

1. Calculer la résultante des forces des câbles : $\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$.
2. Le panneau est en équilibre si $\vec{R} + \vec{P} = \vec{0}$. Est-ce le cas ?
3. Si l'équilibre n'est pas atteint, quelle force supplémentaire \vec{F}_3 faudrait-il ajouter pour l'obtenir ?

Mes calculs :

Socle

Standard

Approfondissement

Tout voir

 Objectifs du chapitre[cliquer pour développer](#) **Durée** : 1 heure  **Calculatrice** : autorisée  **Barème** : 20 points **Documents** : non autorisés

APP - S'Approprier

ANA - Analyser

REA - Réaliser

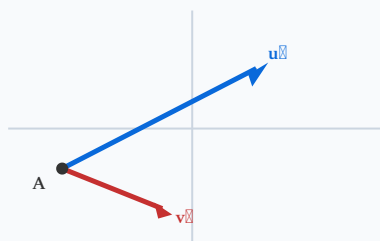
VAL - Valider

COM - Communiquer

SOCLE

Exercice 1 – Calculs guidés sur les vecteurs

10 points



Vecteurs dans le plan

On donne les vecteurs $\vec{u} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix}$.

Rappel : Pour additionner deux vecteurs, on additionne les coordonnées ligne par ligne :

$$\vec{u} + \vec{v} = \begin{pmatrix} x_u + x_v \\ y_u + y_v \end{pmatrix}$$

1. **REA** Calculer $\vec{u} + \vec{v}$. Compléter : (2 pts)

$$\vec{u} + \vec{v} = \begin{pmatrix} 2 + \dots \\ 3 + (\dots) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}$$

2. **REA** Calculer $\vec{u} - \vec{v}$. Compléter : (2 pts)

Rappel : soustraire, c'est retrancher chaque coordonnée.

$$\vec{u} - \vec{v} = \begin{pmatrix} 2 - 4 \\ 3 - (\dots) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}$$

3. **REA** Calculer $3\vec{u}$. Compléter : (2 pts)

Rappel : multiplier un vecteur par un nombre, c'est multiplier chaque coordonnée par ce nombre.

$$3\vec{u} = 3 \times \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \times 2 \\ 3 \times 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}$$

4. **ANA** Calculer la norme de \vec{u} . Compléter les étapes : (4 pts)

Rappel : $\|\vec{u}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$

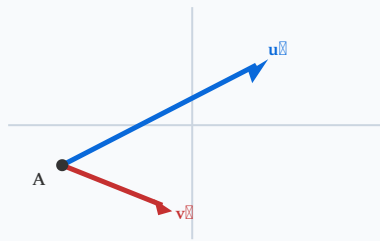
Étape 1 : $x^2 = 2^2 = \dots$ et $y^2 = 3^2 = \dots$

Étape 2 : $x^2 + y^2 = \dots + \dots = \dots$

Étape 3 : $\|\vec{u}\| = \sqrt{\dots} \approx \dots$ (arrondi au dixième)

Exercice 2 – Vecteurs et points dans un plan

10 points



Vecteurs dans le plan

Contexte professionnel : Un menuisier dessine le plan d'une étagère rectangulaire sur un quadrillage. Il place les coins de l'étagère sur un repère. Les points $A(1; 2)$ et $B(5; 2)$ représentent deux coins de l'étagère.

1. **REA** Calculer les coordonnées du vecteur \overrightarrow{AB} . Compléter : (2 pts)

Rappel : $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 5 - \dots \\ 2 - \dots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}$$

2. **ANA** Calculer la longueur AB (norme du vecteur). (2 pts)

Aide : $AB = \sqrt{(\dots)^2 + (\dots)^2} = \dots$

On donne maintenant le point $C(5; 6)$.

3. **REA** Calculer les coordonnées du vecteur \overrightarrow{BC} . (2 pts)

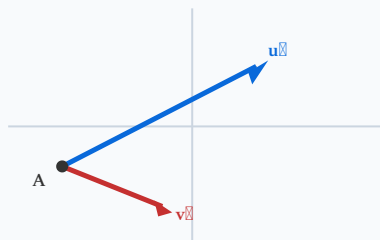
4. **APP** On cherche le point D tel que $ABCD$ soit un rectangle (parallélogramme). On sait que dans un parallélogramme $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$. Compléter : (2 pts)

$$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Donc : $x_D - x_A = 0$, soit $x_D = \dots$ et $y_D - y_A = 4$, soit $y_D = \dots$

5. **VAL** Calculer le milieu I du segment $[AC]$. (2 pts)

Rappel : $I \left(\frac{x_A + x_C}{2} ; \frac{y_A + y_C}{2} \right)$

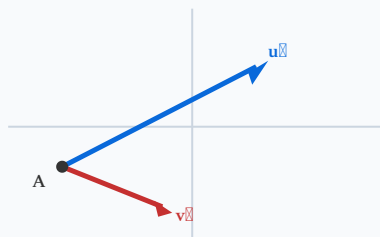


Vecteurs dans le plan

STANDARD

Exercice 1 – Calculs sur les vecteurs

8 points



Vecteurs dans le plan

On donne les vecteurs $\vec{u} \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} -1 \\ 5 \end{pmatrix}$.

1. **REA** Calculer les coordonnées du vecteur $\vec{u} + \vec{v}$. (2 pts)

2. **REA** Calculer les coordonnées du vecteur $\vec{u} - \vec{v}$. (2 pts)

3. **REA** Calculer les coordonnées du vecteur $2\vec{u} + 3\vec{v}$. (2 pts)

4. **ANA** Calculer la norme de \vec{u} , notée $\|\vec{u}\|$. Donner la valeur exacte puis l'arrondi au dixième. (2 pts)

Exercice 2 – Vecteurs et parallélogramme

12 points

Contexte professionnel : Un menuisier agenceur dessine le plan d'un aménagement de bureau. Il place les coins d'un meuble sur un repère orthonormé. Les points $A(1; 3)$, $B(4; 7)$ et $C(6; 3)$ représentent trois sommets du meuble.

1. **REA** Calculer les coordonnées du vecteur \overrightarrow{AB} . (2 pts)

2. **REA** Calculer les coordonnées du vecteur \overrightarrow{AC} . (2 pts)

3. **ANA** Calculer la norme (longueur) de \overrightarrow{AB} . Arrondir au dixième. (2 pts)

4. **ANA** On cherche le point D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme. Rappeler la condition sur les vecteurs pour que $ABCD$ soit un parallélogramme. (1 pt)

5. **REA** En déduire les coordonnées du point D . (3 pts)

6. **VAL** Calculer les coordonnées du milieu I du segment $[AC]$ et du milieu J du segment $[BD]$. Que constate-t-on ? Est-ce cohérent ? (2 pts)

APPROFONDISSEMENT

Exercice 1 – Opérations sur les vecteurs et colinéarité

8 points

On donne les vecteurs $\vec{u} \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$, $\vec{v} \begin{pmatrix} -1 \\ 5 \end{pmatrix}$ et $\vec{w} \begin{pmatrix} 7 \\ 1 \end{pmatrix}$.

1. **REA** Calculer les coordonnées du vecteur $2\vec{u} - \vec{v} + 3\vec{w}$. (2 pts)

2. **ANA** Calculer les normes $\|\vec{u}\|$, $\|\vec{v}\|$ et $\|\vec{u} + \vec{v}\|$. Donner les valeurs exactes. (3 pts)

3. **VAL** Vérifier que $\|\vec{u} + \vec{v}\| \neq \|\vec{u}\| + \|\vec{v}\|$. Expliquer pourquoi cette inégalité est vraie en général. (1 pt)

4. **ANA** Déterminer si les vecteurs \vec{u} et \vec{v} sont colinéaires. Justifier par le calcul. (2 pts)

Exercice 2 – Plan d'agencement et alignement

12 points

Contexte professionnel : Un installateur d'agencement dessine le plan d'un aménagement de bureau sur un repère orthonormé (unité : 1 mètre). Les points $A(-1; 2)$, $B(3; 6)$ et $C(5; 0)$ représentent les coins principaux de l'aménagement.

1. **REA** Calculer les coordonnées des vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} . (2 pts)

2. **ANA** Les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} sont-ils colinéaires ? Les points A , B et C sont-ils alignés ? Justifier. (2 pts)

3. **REA** On cherche le point D tel que $ABDC$ soit un parallélogramme (avec $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$). Déterminer les coordonnées de D . (2 pts)

4. **REA** Calculer les longueurs AB , AC et BC . Arrondir au centième. (2 pts)

5. **ANA** On place un point M sur le segment $[AB]$ tel que $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$. Déterminer les coordonnées de M . (2 pts)

6. **COM** Le client souhaite placer un meuble linéaire de 7 mètres de long le long du segment $[AB]$. Est-ce possible ? Si non, quelle longueur maximale peut-il installer ? Rédiger la réponse. (2 pts)
