

TD 03

Interférences par division du plan d'onde

A. Mesures liées aux interférences

On considère deux fentes très fines, parallèles entre elles, éclairées par une fente source, distantes l'une de l'autre de a et émettant des radiations de même amplitude et en phase. On observe les franges dans un oculaire micrométrique comportant 100 divisions sur une longueur de 1,00 cm à une distance D des fentes. Les fentes sont éclairées en lumière monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 632,8 \text{ nm}$. Pour $D = 1,19 \text{ m}$, i vaut 25 divisions.

1. Déterminer la valeur de la distance a entre les sources.
2. En utilisant une lumière monochromatique de longueur d'onde λ_1 et le même dispositif interférentiel, on obtient un interfrange $i_1 = 1,7 \text{ mm}$. Déterminer λ_1 .

Supposons que tout l'espace entre les fentes et le plan E soit à présent rempli par un liquide transparent d'indice de réfraction n . Avec la lumière monochromatique de longueur d'onde dans le vide $\lambda_0 = 470 \text{ nm}$, la valeur de l'interfrange devient $i_2 = 1,4 \text{ mm}$.

3. Calculer n .

B. Interféromètre de RAYLEIGH

Soit le montage différentiel des fentes d'YOUNG représenté sur la figure ci-dessous.

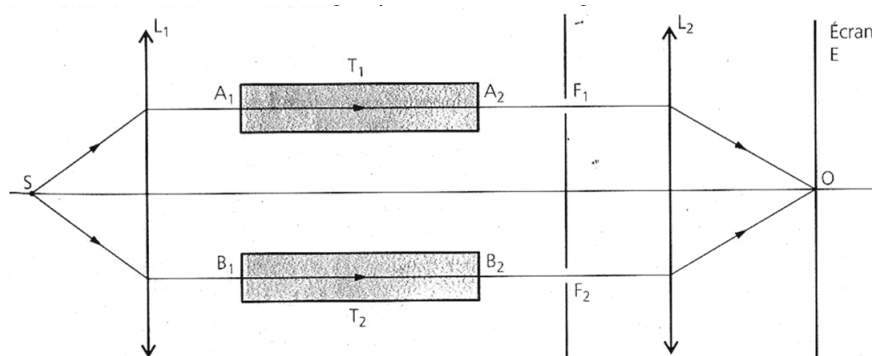


FIGURE 1 – Interféromètre de RAYLEIGH

Entre les deux lentilles L_1 et L_2 sont disposés deux tubes T_1 et T_2 de longueur $L = 10,0 \text{ cm}$. La méthode décrite ci-dessous permet de déterminer expérimentalement la valeur de l'indice n_{air} de l'air pour la radiation utilisée. L'indice du vide est, quant à lui, rigoureusement égal à 1.

Lorsque ces tubes sont remplis d'air, on observe une frange brillante au centre O du champ d'interférence sur l'écran d'observation E . La source émet une longueur d'onde dans le vide $\lambda_0 = 0,546 \mu\text{m}$. On effectue progressivement le vide dans le tube T_1 . 53 franges brillantes défilent lentement en O . A la fin du pompage, on observe, en O , une frange sombre.

1. Avant pompage que vaut la différence de marche au point O ?
2. Donner en fonction de n_{air} et L , l'expression de la différence de marche au point O à la fin du pompage.
3. En déduire la variation de différence de marche $\Delta\delta$ au point O entre le début et la fin du pompage.

Pendant le pompage, toutes les franges se déplacent en bloc de O en O' . O' appartient à la nouvelle frange centrale. Si on observe en particulier le point O , on observe un défilement des franges.

4. Dans quel sens les franges se déplacent-elles ?
5. Au point O quand on voit défiler une première frange brillante, de quelle valeur a varié l'ordre d'interférence p ? Quelle a été la variation de différence de marche ?
6. Quelle a été alors la variation de différence de marche $\Delta\delta$ entre le début et la fin du pompage ?
7. Dédurre l'expression de l'indice n_{air} en fonction de L et λ_0 .
8. En déduire la valeur de l'indice de l'air.

C. Figure d'interférences

Dans un dispositif interférentiel (non précisé ici), l'interfrange i est défini par la relation : $i = \frac{\lambda D}{a}$ où D et a sont les longueurs caractéristiques du dispositif. On donne : $\lambda = 546 \text{ nm}$, $D = 2,10 \text{ m}$ et $a = 0,3 \text{ mm}$. Sur un écran d'observation, le champ d'interférences est défini par les positions x telles que $0 < x < h$ ($h = 20 \text{ mm}$) où $x = 0$ repère un bord de l'écran. On observe une frange noire en $x = 0$.

1. Calculer la position de la 3ème frange brillante comptée à partir du bord d'écran.
2. Déterminer le nombre de franges brillantes et de franges noires sur l'écran.

D. Miroir de LLOYD

oral CCP MP

Le dispositif de LLOYD permet d'obtenir des interférences à deux ondes. Il consiste en un miroir plan et un écran, éclairés par une source S supposée ponctuelle et monochromatique de longueur d'onde λ placée très proche du miroir. On rappelle que la réflexion sur le miroir entraîne un déphasage de π de l'onde réfléchie, ou de façon équivalente augmente le chemin optique de $\frac{\lambda}{2}$.

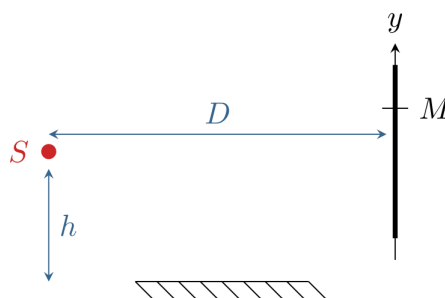


FIGURE 2 – Miroir de LLOYD

1. Montrer que le dispositif est équivalent à des trous d'YOUNG. On pourra faire intervenir l'image S' de la source S par le miroir.
2. Indiquer par des hachures la zone d'interférences.
3. Déterminer au point M la différence de marche, l'ordre d'interférences et l'intensité.
4. En déduire l'interfrange i .

E. Fentes d'YOUNG et lame de verre

On considère le dispositif interférentiel des fentes d'YOUNG ci-dessous où L_1 et L_2 sont deux lentilles minces, convergentes, de même axe optique. On désigne par $f' = 50 \text{ cm}$ la distance focale de la lentille L_2 .

Au foyer objet de la lentille L_1 , on place un écran percé d'une fente très fine, éclairée par une lampe située en amont (fente source F). L'écran situé entre les lentilles L_1 et L_2 est muni de deux ouvertures rectangulaires S_1 et S_2 identiques très fines, distantes de $e = 1 \text{ mm}$. Les grands cotés de ces rectangles sont parallèles à la fente source F. Le dispositif est dans l'air, d'indice $n = 1$. On examine les phénomènes qui se produisent dans le plan focal image de la lentille L_2 .

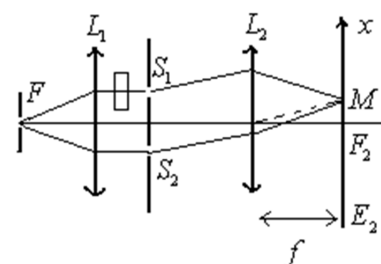


FIGURE 3 – Lame de verre

On appelle x l'abscisse d'un point M de ce plan par rapport au foyer image F'_2 .

1. La source émet une radiation de longueur d'onde $0,6 \mu\text{m}$. Qu'observe-t-on dans le plan E_2 ?
2. On intercale, sur le trajet de l'un des faisceaux, une lame à faces parallèles (épaisseur $u = 0,5 \text{ mm}$ et $n = 1,50$). Détailler précisément ce qui se produit ? On pourra s'intéresser à la totalité de la figure d'interférences et à un point en particulier (F'_2 par exemple).

F. Fentes d'YOUNG éclairées par le doublet du sodium•••

Considérons un dispositif de fentes d'YOUNG ($a = 0,50 \text{ mm}$ et $D = 3,0 \text{ m}$) éclairé par une lampe à vapeur de sodium assimilée à une source ponctuelle située sur l'axe optique du montage, dont on isole le doublet jaune par un filtre approprié. Ce doublet est formé de deux raies très rapprochées, modélisées par deux raies monochromatiques de même intensité I_m et de longueurs d'onde $\lambda_1 = 589 \text{ nm}$ et $\lambda_2 = 589,6 \text{ nm}$. Les fentes d'YOUNG sont séparées d'une distance a et ont pour largeur $\frac{a}{10}$. Sur l'écran placé à la distance D des fentes, on observe de longues franges rectilignes dans la direction (Oy) et réparties périodiquement le long de l'axe (Ox).

1. Pour une seule radiation monochromatique de longueur d'onde λ_0 , rappeler sans démonstration l'expression de l'ordre d'interférences au point de l'écran d'abscisse x puis celle de l'intensité. Définir l'interfrange. Pour laquelle des longueurs d'onde λ_1 ou λ_2 est-il le plus grand ?
2. Les ondes issues de la raie 1 et celles issues de la raie 2 interfèrent-elles ? Montrer que l'intensité totale se met sous la forme

$$I(x) = I_{\text{moy}} \left[1 + \cos \left(2\pi \frac{\Delta\lambda}{2\lambda^2} \frac{ax}{D} \right) \cos \left(2\pi \frac{ax}{\lambda D} \right) \right]$$

avec I_{moy} une constante de proportionnalité dépendant de l'intensité I_m des raies, $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$ la séparation du doublet et $\lambda = \frac{\lambda_2 + \lambda_1}{2}$ sa longueur d'onde moyenne. Comme les deux longueurs d'onde sont très proches, on vérifiera que $\lambda^2 = \lambda_2\lambda_1$

3. Déterminer la période spatiale des deux cosinus. En déduire que l'un d'eux s'interprète comme un terme d'interférences et l'autre comme un facteur de contraste dépendant du point d'observation. Représenter alors schématiquement l'allure de $I(x)$. Pour quelle valeur de p le contraste s'annule-t-il ?
4. En utilisant la largeur $\frac{a}{10}$ des deux fentes d'YOUNG, égale à la distance séparant les fentes, estimer la taille de la figure d'interférences sur l'écran et le nombre de franges observables. Qu'observe-t-on réellement sur l'écran ?

G. Mesure de l'écart angulaire d'une étoile double•••

Une étoile double est un système composé de deux étoiles très rapprochées. Le but de l'exercice est de déterminer la distance angulaire entre ces deux étoiles. La mesure se fera à l'aide d'un montage interférométrique de type "fentes d'YOUNG".

1. Source unique S_0 à distance finie placée sur l'axe optique

Dans cette première partie, on se placera dans une configuration simplifiée du montage interférométrique de type "fentes d'YOUNG", sans lentilles. On note F1 et F2 les fentes.

1. Qu'appelle-t-on source monochromatique ? Donner un exemple de source monochromatique émettant dans le rouge.
2. Soit δ_S la différence de marche entre les deux rayons issus de S_0 et interférant en M. Déterminer l'expression de cette différence de marche en fonction de a , D et x où x est l'abscisse du point M. On supposera $D \gg a$ et $D \gg x$. On prendra $x > 0$ lorsque M sera au-dessus de l'axe optique.
3. Calculer l'expression de l'ordre d'interférence p en M en fonction de a , D , x et λ .
4. AN : $D = 1,00 \text{ m}$, $x = 1,00 \text{ cm}$, $a = 0,400 \text{ mm}$, $\lambda = 0,500 \mu\text{m}$. Calculer l'ordre d'interférence au point M.
5. La frange passant par M est-elle claire ou sombre ?
6. Donner sans démonstration l'expression de l'interfrange et calculer sa valeur numérique.

2. Source unique à l'infini

Dans cette partie la source est une étoile E1 à l'infini dont les rayons sont inclinés d'un angle $+\alpha > 0$ par rapport à l'axe optique (Figure 4a).

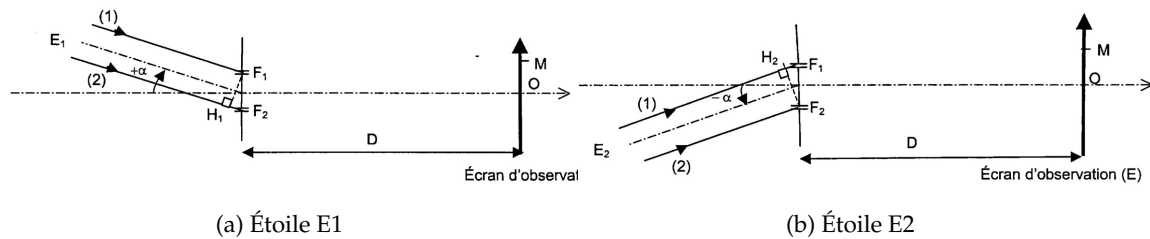


FIGURE 4 – Sources à l'infini

1. Déterminer la différence de marche totale en M, notée δ_1 . Que devient cette expression pour un angle α petit?
2. I_0 représente l'intensité de l'onde sortant de l'une ou de l'autre des deux fentes. Donner l'expression de l'intensité en M, notée $I_1(x)$.

La source est maintenant une étoile unique E2, à l'infini, dont les rayons sont inclinés par rapport à l'axe optique d'un angle $-\alpha$ ($-\alpha < 0$) (Figure 4b).

3. Exprimer la différence de chemin optique totale δ_2 . Donner l'intensité $I_2(x)$.

3. Étude d'une étoile double (Méthode de FIZEAU)

Dans cette troisième partie, les sources E1 et E2 représentent l'étoile double. L'angle 2α entre les deux étoiles est très petit (Figure 5). Les deux étoiles sont supposées émettre la même intensité pour une même longueur d'onde λ sélectionnée par un filtre. La distance a entre les fentes est réglable.

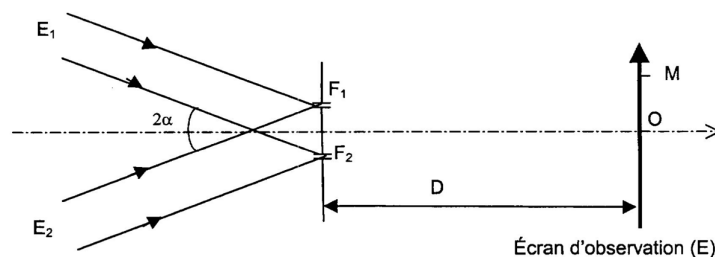


FIGURE 5 – Étoile double

1. Les sources E1 et E2 sont-elles cohérentes entre elles? Peuvent-elles interférer entre elles?
2. $I_{12}(x)$ représente l'intensité en un point M de l'écran lorsque les deux étoiles E1 et E2 éclairent simultanément les fentes d'YOUNG. Montrer que $I_{12}(x)$ est de la forme :

$$I_{12}(x) = I_0 \left[1 + C \cos \left(2\pi \frac{ax}{\lambda D} \right) \right]$$

où C est représentée le contraste des franges, à exprimer en fonction des données..

3. Soit a_k avec $k = 0, 1, 2, \dots$, les différentes valeurs de a qui annulent le contraste des franges. Exprimer a_k .
4. Pour mesurer la distance angulaire entre les deux étoiles, on fait varier la distance a entre les deux fentes. On constate que les franges disparaissent pour une valeur minimale de a : $a_{\min} = a_0 = 32,6 \text{ cm}$. En déduire l'écart angulaire entre les deux étoiles.

H. Fentes d'YOUNG éclairées par une fente source

Considérons le dispositif de fentes d'YOUNG ci-contre, en posant $a = O_1O_2$. On suppose d et D sont très supérieures à a . On considère dans un premier temps la source F ponctuelle.

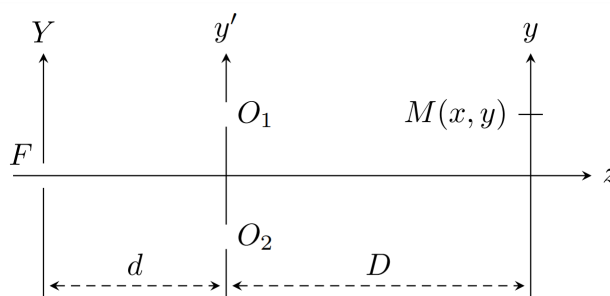


FIGURE 6 – Éclairage par une fente source

1. Qu'observe-t-on sur l'écran ?
2. Déterminer l'intensité I en un point M de l'écran.

On considère désormais que F est de largeur 2ϵ , comprise entre $Y = -\epsilon$ et $Y = \epsilon$.

3. Expliquer qualitativement pourquoi on observe un brouillage progressif sur l'écran. Quelle est la largeur critique ϵ_c à partir de laquelle la figure d'interférences est totalement brouillée ?
4. Calculer l'éclairement sur l'écran en considérant F comme une multitude de sources ponctuelles de largeur dY , incohérentes, et de même intensité.
5. Quelle est la première valeur de ϵ pour laquelle il y a brouillage ?

I. Trous d'YOUNG éclairés par une source polychromatique —...

1. Décrire le système des trous d'YOUNG. On notera a la distance entre les trous et D la distance entre les trous et l'écran, et on se placera dans tout l'exercice dans la limite $D \ll a$.
2. Établir l'expression de l'intensité lumineuse I_M en un point M de l'écran d'un tel système éclairé par une source ponctuelle monochromatique à l'infini.

On considère une source présentant le profil spectral ci-contre (Figure 7), de fréquence moyenne ν_0 et de largeur $\Delta\nu$. On considérera que lorsqu'une seule des fentes est ouverte, une bande spectrale comprise entre ν et $\nu + d\nu$ produit une intensité $\mathcal{I}(\nu)d\nu$, et que deux bandes spectrales différentes ne peuvent interférer.

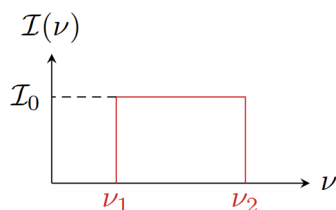


FIGURE 7 – Profil spectral de la source

3. Déterminer sa longueur de cohérence ℓ_c en fonction de $\Delta\nu$.
4. Montrer que lorsque le dispositif est éclairé par cette source l'intensité peut se mettre sous la forme

$$I(x) = I_0 \left[1 + \text{sinc} \left(2\pi\Delta\nu \frac{ax}{cD} \right) \cos \left(2\pi \frac{ax}{cD} \nu_0 \right) \right]$$

La fonction $\text{sinc}(t)$ est la fonction sinus cardinal, définie comme $\text{sinc}(t) = \frac{\sin t}{t}$.

5. Déterminer la longueur de cohérence temporelle L_c de la source, définie comme la différence de marche pour laquelle le contraste s'annule pour la première fois. Comparer au résultat de la question 3..