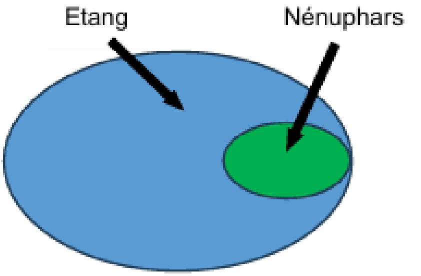
Exos type bac 1ère générale maths enseignement spécifique

Ex 1



Albert a acquis un étang d'une surface de 2 000 m².
Le jour de son anniversaire, un dimanche, il installe des nénuphars sur une surface de 200 m².

1. Le dimanche d'après, la surface des nénuphars a augmenté de 40 m².

a. Quel pourcentage d'augmentation cela représente-t-il ?

b. Quelle est à présent la surface occupée par les nénuphars ?

2. Dans cette question, on suppose que la surface occupée par les nénuphars augmente de 40 m² chaque semaine, depuis la date de l'anniversaire, tant que cela est possible.

a. Quelle sera la surface occupée par les nénuphars 10 semaines après l'anniversaire ?

b. Est-il possible qu'un dimanche, la surface occupée par les nénuphars soit égale à 580 m² ? Justifier.

c. Au bout de combien de semaines, l'étang sera-t-il entièrement recouvert de nénuphars ?

3. Dans cette question, on suppose que la surface occupée par les nénuphars augmente de 20 % chaque semaine, depuis la date de l'anniversaire, tant que cela est possible.

a. Quelle sera la surface occupée par les nénuphars 2 semaines après l'anniversaire ?

b. On considère un entier naturel n. Déterminer, en fonction de n, la surface occupée par les nénuphars n semaines après l'anniversaire ?

c. Au bout de combien de semaines, l'étang sera-t-il entièrement recouvert par les nénuphars ? On pourra s'aider du tableau ci-dessous.

$n =$	0	1	2	5	10	12	13	14	15
$1{,}2^n \approx$	1	1,2	1,44	2,49	6,19	8,92	10,70	12,84	15,40

4. Réaliser sur votre copie un *schéma* sur lequel apparaissent l'allure des nuages de points traduisant la progression de la surface occupée par les nénuphars, aussi bien dans le cas de la question 2 que dans le cas de la question 3, et faire figurer le moment où, dans chacun des cas, l'étang est recouvert par les nénuphars.

Ex 2

Un vendeur de voitures possède un stock de 1000 voitures dont les caractéristiques sont résumées dans le tableau ci-dessous.

	Blanche	Noire	Rouge	TOTAL
Française	150	x	400	750
Étrangère	100	50	100	250
TOTAL	250	250	500	1000

1. Indiquer ce que représente x et déterminer sa valeur.

2. Quel est le pourcentage de voitures noires parmi les voitures du stock ?

3. Quel est le pourcentage de voitures noires étrangères parmi les voitures du stock ?

4. Quel est le pourcentage de voitures blanches parmi les voitures françaises ?

5. Quel est le pourcentage de voitures françaises parmi les voitures blanches ?

6. Alice et Benoît jouent au jeu suivant.

- Alice choisit au hasard une voiture parmi les voitures Françaises. Elle remporte 1 euro si ce n'est pas une voiture rouge.
- Benoit choisit au hasard une voiture parmi les voitures Blanches. Il remporte 1 euro si c'est une voiture étrangère.

Lequel des deux a le plus de chance de remporter 1 euro ?

Ex 3

- Sur un axe gradué en mètres, on organise une course entre une tortue et un escargot.
- La tortue part du point d'abscisse $x = 0$. Elle se déplace vers la droite à une vitesse de 2 mètres par minute.
- L'escargot part du point d'abscisse $x = 12$. Il se déplace vers la droite à une vitesse de 50 centimètres par minute.
- Les deux concurrents partent en même temps.

A quel endroit la tortue rattrapera-t-elle l'escargot ?
(Toute trace de recherche, même infructueuse, sera prise en compte).

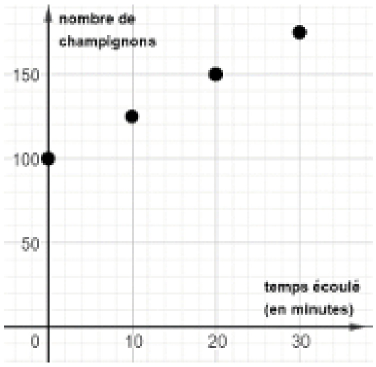
Ex 4

On étudie la croissance d'une population de champignons.

Partie A.

Au début de l'expérience, on dispose de 100 champignons. Toutes les dix minutes, on mesure l'évolution de leur nombre. On obtient les résultats suivants.

Temps écoulé (en minutes)	Nombre de champignons
0	100
10	125
20	150
30	175



Soit n un entier naturel. On note u_n le nombre de champignons après n périodes de **dix** minutes. Ainsi $u_0 = 100$, $u_1 = 125$, $u_2 = 150\ldots$

1. Justifier que les termes u_0, u_1, u_2, u_3 sont en progression arithmétique.

2. En supposant que la population de champignons continue d'évoluer selon le même rythme, montrer qu'elle aura quadruplé deux heures après le début de l'expérience.

Partie B.

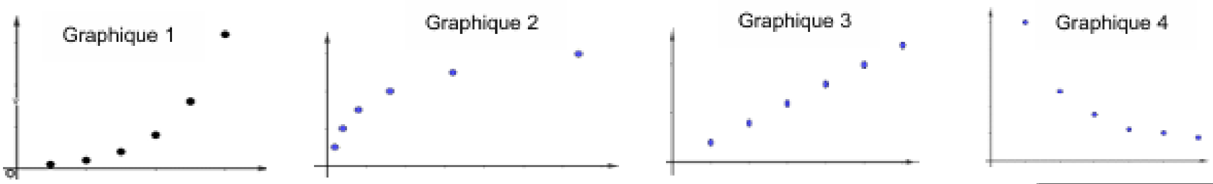
En réalité, on constate que la population de champignons a quadruplé 80 minutes après le début de l'expérience. De nouvelles mesures donnent les résultats suivants.

Temps écoulé (en minutes)	Nombre de champignons
0	100
40	200
80	400
120	800

Soit n un entier naturel. On note v_n le nombre de champignons, après n périodes de **quarante** minutes. Ainsi $v_0 = 100$, $v_1 = 200$, $v_2 = 400$ ...

1. Montrer que les termes v_0, v_1, v_2, v_3 sont en progression géométrique.

2. On suppose que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison 2. Indiquer sans justifier lequel des 4 graphiques ci-dessous est susceptible de représenter la suite (v_n).



3. Quel sera le nombre de champignons quatre heures après le début de l'expérience ?

4. Cinq heures après le début de l'expérience, on dénombre environ 18 000 champignons. Est-ce cohérent avec le modèle choisi ?

Aide au calcul
$2^6 = 64$
$2^7 = 128$
$2^8 = 256$
$2^9 = 512$
$2^{10} = 1024$

Ex 5

Les deux parties de cet exercice sont indépendantes.

Partie A.

Dans un lycée comptant 2000 élèves, on donne la répartition des effectifs suivant le sexe et le choix de la LV1.

	Fille	Garçon
Anglais	712	728
Autre LV1	288	272

1. Un élève affirme « *Dans ce lycée, il y a autant de filles que de garçons* ».
A-t-il raison ? Justifier.

On choisit au hasard, de manière équiprobable, un élève dans ce lycée.
On considère les événements suivants :
F :« *l'élève est une fille* » ;
A : « *l'élève a choisi Anglais pour LV1* ».

Dans les questions qui suivent, on donnera les résultats sous forme d'une fraction qu'il n'est pas demandé de simplifier.

2. Déterminer la probabilité de l'événement $A \cap F$.

3. Déterminer la probabilité de l'événement A sachant que l'événement F est réalisé.

4. Les événements A et F sont-ils indépendants ? Justifier.

5. On sait que l'élève choisi est un garçon.
On considère l'affirmation suivante :

« *La probabilité qu'il ait choisi Anglais pour LV1 est plus de trois fois plus grande que la probabilité qu'il n'ait pas choisi Anglais pour LV1* ».

Cette affirmation est-elle vraie ? Justifier.

Partie B.

On dispose d'une pièce de monnaie truquée pour laquelle la probabilité d'obtenir pile lors d'un lancer est égale à $\frac{1}{4}$.

1. Déterminer la probabilité d'obtenir face.

2. On lance trois fois de suite cette pièce de monnaie, les trois lancers étant indépendants, et on note pour chaque lancer le résultat (pile ou face) obtenu.

a. Représenter la situation par un arbre de probabilités.

b. Quelle est la probabilité d'obtenir exactement une fois pile lors de ces trois lancers ?

c. Quelle est la probabilité de ne jamais obtenir pile ?

Ex 6

Victor sort un plat du four. La température du plat est alors égale à $180°C$. Il place ce plat dans une pièce dont la température est égale à $25°C$. Le plat refroidit.
Le plat ne pourra être servi que lorsque sa température sera devenue inférieure ou égale à $40°C$.

On étudie le refroidissement du plat selon deux modèles mathématiques.

Partie A : Premier modèle.
On suppose que la baisse de la température du plat est *proportionnelle* à la durée du refroidissement, c'est-à-dire au nombre de minutes écoulées depuis la sortie du four.

On constate que 3 minutes après la sortie du four, la température du plat est égale à $105°C$.

1. De combien de degrés le plat a-t-il baissé en 3 minutes ? En 1 minute ?

2. Vérifier que la température du plat, 5 minutes après la sortie du four, est égale à $55°C$.

3. Selon ce modèle, quelle serait la température du plat, 8 minutes après la sortie du four ? Ce premier modèle semble-t-il pertinent ?

Partie B : Second modèle.
On dispose toujours des données suivantes :
- la température de la pièce est égale à $25°C$.
- la température du plat à la sortie du four est égale à $180°C$.
- la température du plat, 3 minutes après la sortie du four, est égale à $105°C$.

Pour tout entier naturel n on note U_n, la différence entre la température du plat et la température de la pièce, n minutes après la sortie du four.

Exemple : 3 minutes après la sortie du four, l'écart avec la température de la pièce est égal à $105 - 25 = 80$. On a donc $U_3 = 80$.

1. Justifier que $U_0 = 155$.

2. On suppose que chaque minute la différence U_n diminue de 20%.

a. Justifier que, pour tout entier naturel n, on a $U_{n+1} = 0{,}8U_n$.

b. En déduire la nature de la suite (U_n) et donner sa raison.

c. Exprimer U_n en fonction de n, pour tout entier naturel n.

d. On dispose des données suivantes :

n	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
U_n Arrondi à 10^{-1}.	80	64	51,2	41	32,8	26,2	21	16,8	13,4	10,7	8,6	6,9	5,5

Au bout de combien de minutes, Victor pourra-t-il servir le plat ?

Ex 7

Un village propose aux participants de la fête du sport deux épreuves : une randonnée et un cross. Il n'est pas possible de s'inscrire aux deux épreuves à la fois.

On dispose des informations suivantes :

- 90% des participants ont choisi la randonnée, parmi eux, 5% sont licenciés dans un club.
- 10% des participants ont choisi le cross, parmi eux, 40% sont licenciés dans un club.

Un journaliste interroge un participant au hasard.
On considère les événements suivants :

R : « Le participant a choisi la randonnée »
L : « Le participant est licencié dans un club ».

1. Par simple lecture de l'énoncé, indiquer :

a. La probabilité que le participant interrogé soit licencié dans un club sachant qu'il a choisi la randonnée.

b. La probabilité que le participant interrogé soit licencié dans un club sachant qu'il a choisi le cross.

En prenant connaissance de ces deux probabilités, le journaliste estime que s'il choisit un participant parmi ceux qui sont licenciés dans un club, la probabilité qu'il ait effectué le cross sera largement supérieure à 50%. L'objectif des questions suivantes est de vérifier si cette intuition est correcte.

2. Représenter la situation par un arbre de probabilité.

3. a. Déterminer la probabilité que le participant interrogé ait choisi le cross et soit licencié dans un club.

b. Vérifier que la probabilité que le participant interrogé soit licencié dans un club est égale à $\frac{850}{10\,000}$, soit 8,5%.

4. Le journaliste interroge un participant licencié dans un club. Déterminer la probabilité que ce participant ait choisi le cross.

L'intuition du journaliste est-elle correcte ?

Ex 8

Indiquer si les affirmations sont vraies ou fausses. La justification est obligatoire.

Les deux questions sont indépendantes.

1. Un employé reçoit des appels téléphoniques.
On estime que la probabilité qu'un appel dure plus de cinq minutes est égale à $0,3$.
On suppose que les durées des différents appels sont indépendantes.

Ce matin, l'employé reçoit deux appels.

Affirmation 1 :
La probabilité que les deux appels durent tous les deux plus de cinq minutes est égale à $0,09$.

Affirmation 2 :
La probabilité qu'un appel exactement sur les deux dure plus de cinq minutes est égale à $0,21$.

2. Le gérant d'une piscine s'intéresse à la présence de bactéries dans l'eau.
Il effectue un prélèvement. Ce prélèvement montre que la concentration de bactéries est égale à 1000 bactéries par millilitre. Le seuil maximal autorisé est égal à 1500 bactéries par millilitre.

On admet que la concentration de bactéries est modélisée par la fonction f définie sur l'intervalle $[0\,;+\infty[$ par

$$f(t) = 1{,}1^t\,,$$

où $f(t)$ désigne la concentration, en milliers de bactéries par millilitre, et t désigne la durée, en heure, écoulée depuis que le prélèvement a été effectué.

Affirmation 3 :
La fonction f est croissante sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$.

Affirmation 4 :
La concentration de bactéries deux heures après le prélèvement est inférieure au seuil maximal autorisé.

Ex 9 (calculatrice autorisée exceptionnellement)

Les trois parties sont indépendantes.

Partie A

Une étude portant sur les nuitées réservées par des touristes français et étrangers via une plateforme internet a donné les résultats suivants :

- 19 000 000 nuitées ont été réservées dans les trois plus grandes villes françaises : Paris, Marseille et Lyon.
- 79 % des touristes ont préféré Paris et parmi eux, 70 % sont des touristes étrangers.
- 1 910 000 nuitées ont été réservées à Lyon dont 788 000 par des touristes étrangers.
- À Marseille, 800 000 touristes étrangers ont réservé des nuitées.

1- Recopier et compléter le tableau suivant :

Nombre de nuitées **(en milliers)**	Touristes français	Touristes étrangers	Total
Paris			
Lyon		788	
Marseille			
Total			19000

2- *Dans l'ensemble de cette question 2, les pourcentages seront arrondis au dixième.*

2-a- Quel est le pourcentage de touristes étrangers qui ont réservé via cette plateforme ?

2-b- Quel est le pourcentage de touristes qui ont réservé à Marseille et qui sont français ?

2-c- À Lyon, quel est le pourcentage de touristes étrangers qui ont réservé via cette plateforme ?

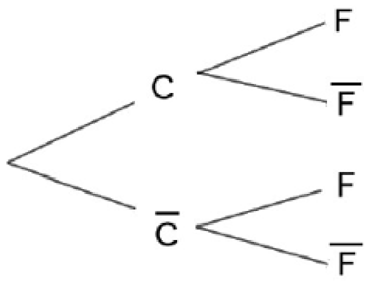
Partie B

Sur cette plateforme internet, 35 % des clients choisissent de réserver dans un camping, et parmi eux 66 % sont français. 27 % de ceux qui n'ont pas réservé dans un camping sont des clients étrangers.

On choisit au hasard un client ayant réservé via cette plateforme internet. On considère les événements suivants :

- C : « le client a réservé dans un camping » ;
- F : « le client est français ».

3- Recopier et compléter l'arbre pondéré représentant la situation :



4- Calculer la probabilité que le client choisi soit français et qu'il ait réservé dans un camping.

5- On admet que p(F) = 0,7055. Le client choisi est français. Quelle est la probabilité qu'il ait réservé dans un camping ? On arrondira le résultat au millième.

Partie C

Une autre étude a permis de constater que le bénéfice par client réalisé par cette plateforme internet dépend du temps de connexion x, exprimé en minute. Pour les 20 premières minutes de connexion d'un client, ce bénéfice, exprimé en centimes, peut être modélisé par une fonction f définie sur $[\,0\,;\,20]$ par :

$$f(x) = -2x^3 + 54x^2 - 270x - 80.$$

6- Calculer $f(0)$ et interpréter ce résultat.

7- On admet que f est dérivable sur $[\,0\,;\,20]$. Calculer $f'(x)$ pour $x \in [\,0\,;\,20]$.

8- Montrer que $f'(x) = -6(x-3)(x-15)$ pour $x \in [\,0\,;\,20]$.

9- Dresser le tableau des variations de f sur $[\,0\,;\,20]$.

10- Pour les 20 premières minutes, quel temps de connexion du client, en minutes, permet d'assurer un bénéfice maximal pour la plateforme ? Quelle est la valeur de ce bénéfice ?

Ex 10 (calculatrice autorisée exceptionnellement)

Les trois parties peuvent être traitées indépendamment.

Partie A

En janvier 2022, on dénombre, dans un parc animalier, 27 sangliers. Comme leur nombre peut s'accroître très rapidement, la direction du parc fait en sorte que la population de sangliers augmente de 5 unités tous les 1er janvier par rapport à l'année précédente.

On représente le nombre de sangliers dans ce parc par une suite (u_n), ainsi pour tout entier naturel n, u_n désigne le nombre de sangliers le 1er janvier de l'année $2022 + n$.

Ainsi $u_0 = 27$.

1- Calculer u_1.

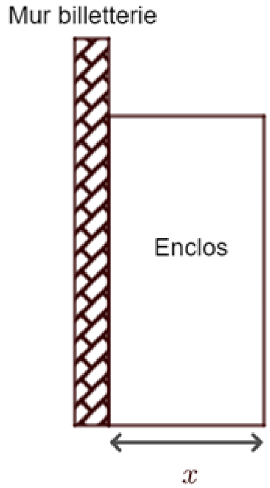
2- Exprimer, pour tout entier naturel n, u_n en fonction de n. Expliquer la démarche.

3- Selon ce modèle, estimer le nombre de sangliers le 1er janvier 2035.

Partie B

Pour aider à réguler la population de sangliers, il est décidé de créer un enclos rectangulaire pour les marcassins (les jeunes sangliers) contre le mur de la billetterie. Pour cet enclos, on dispose d'un grillage de 50 mètres de long et on veut que la largeur ne dépasse pas 15 mètres.

La situation est représentée sur le schéma ci-contre où x désigne la largeur de l'enclos.



4- Justifier que l'aire de cet enclos est égale à $50x - 2x^2$.

5- On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0\,;15]$ par

$$f(x) = 50x - 2x^2$$

On admet que f est dérivable sur l'intervalle $[0\,;15]$.
On note f' la dérivée de la fonction f. Déterminer $f'(x)$ en fonction de x, réel de l'intervalle $[0\,;15]$.

6- Étudier le signe de $f'(x)$ en fonction de x, réel de l'intervalle $[0\,;15]$, et en déduire le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;15]$.

7- En déduire l'aire maximale que peut avoir l'enclos. Expliquer la démarche.

Partie C

Un certain jour, 350 visiteurs ont visité le parc et un sondage a été effectué à leur sortie selon leur provenance (Ville ou Campagne), et selon leur sentiment après la visite (Ravi ou Déçu). Certaines données sont rassemblées dans le tableau d'effectifs ci-dessous.

	Ville	**Campagne**	**Total**
Ravi		130	
Déçu	55		
Total		200	350

8- Recopier et compléter le tableau d'effectifs.

On choisit au hasard la fiche réponse au sondage d'un visiteur (on suppose que toutes les fiches réponses au sondage ont la même probabilité d'être choisies).

Les résultats des probabilités seront arrondis, si nécessaire, à 10^{-2}.

9- Calculer la probabilité que le visiteur choisi vienne de la campagne.

10- Calculer la probabilité que le visiteur choisi vienne de la campagne et soit ravi de sa visite.

11- On choisit un visiteur qui vient de la campagne. Calculer la probabilité qu'il soit ravi de sa visite.