

Objectifs du chapitre

- Résoudre graphiquement une équation de la forme $f(x) = g(x)$
- Résoudre graphiquement une inéquation de la forme $f(x) \geq g(x)$
- Résoudre graphiquement $f(x) = k$ (cas particulier)
- Comprendre l'algorithme de balayage pour approcher une solution
- Lire et interpréter des courbes représentatives de fonctions

1. Introduction — Résoudre avec un graphique**Situation professionnelle — Installateur thermique**

Contexte : Un technicien chauffagiste compare deux systèmes de chauffage pour un logement. Le **système A** (pompe à chaleur) a un coût annuel modélisé par la fonction f et le **système B** (chaudière gaz) par la fonction g , en fonction du nombre d'années d'utilisation x .

Il veut savoir : *à partir de quand le système A devient-il plus économique que le système B ?*

Mathématiquement, il cherche quand $f(x) = g(x)$ (les coûts sont égaux) et quand $f(x) \leq g(x)$ (le système A est moins cher). C'est exactement ce que nous allons apprendre à résoudre **graphiquement**.

2. Rappels de seconde — Lecture graphique

Définition — Courbe représentative d'une fonction :

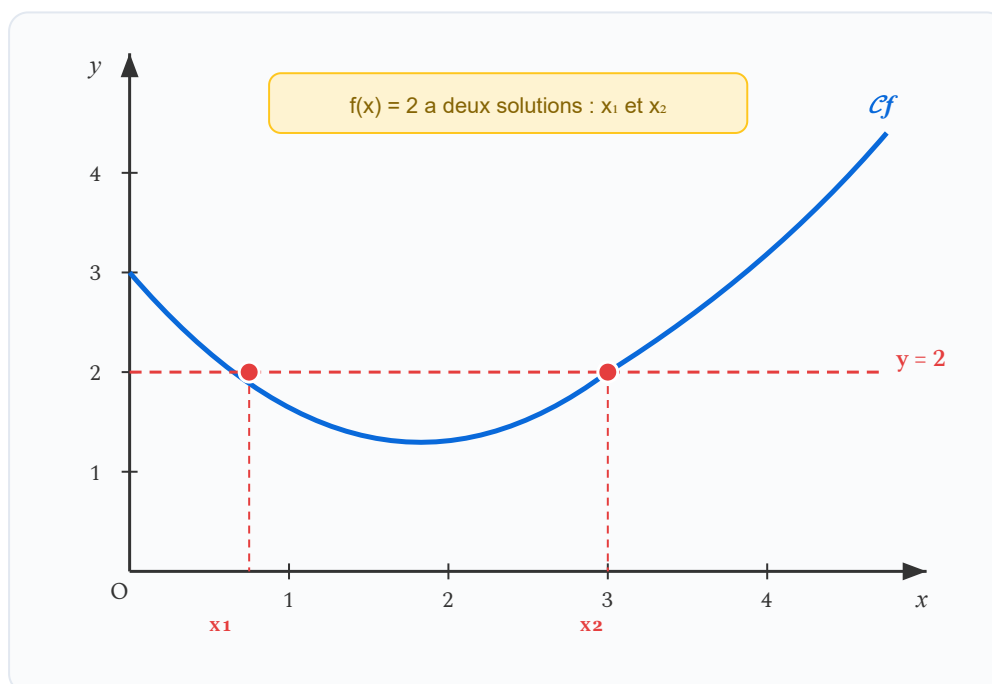
La **courbe représentative** \mathcal{C}_f d'une fonction f est l'ensemble des points de coordonnées $(x; f(x))$ dans un repère du plan.

Dire que le point $A(a; b)$ appartient à \mathcal{C}_f signifie que $f(a) = b$.

Propriété — Lectures graphiques fondamentales :

À partir de la courbe \mathcal{C}_f :

- **Image** : pour trouver $f(a)$, on part de $x = a$ sur l'axe des abscisses, on monte (ou descend) jusqu'à la courbe, puis on lit l'ordonnée.
- **Antécédent** : pour résoudre $f(x) = b$, on part de $y = b$ sur l'axe des ordonnées, on trace une horizontale : les abscisses des points d'intersection sont les solutions.



Résolution graphique de $f(x) = 2$: on lit les abscisses des points d'intersection

3. Résolution graphique d'une équation $f(x) = g(x)$

Définition — Équation $f(x) = g(x)$:

Soient f et g deux fonctions définies sur un même intervalle I .

Résoudre l'équation $f(x) = g(x)$ sur I , c'est trouver toutes les valeurs de x dans I telles que $f(x)$ et $g(x)$ prennent la même valeur.

Méthode — Résoudre graphiquement $f(x) = g(x)$:

- 1 Tracer (ou identifier) les courbes \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g dans un même repère.
- 2 Repérer les **points d'intersection** des deux courbes.
- 3 Lire les **abscisses** de ces points d'intersection : ce sont les solutions.

Propriété :

Les solutions de l'équation $f(x) = g(x)$ sont les **abscisses des points d'intersection** des courbes \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g .

APPLICATION

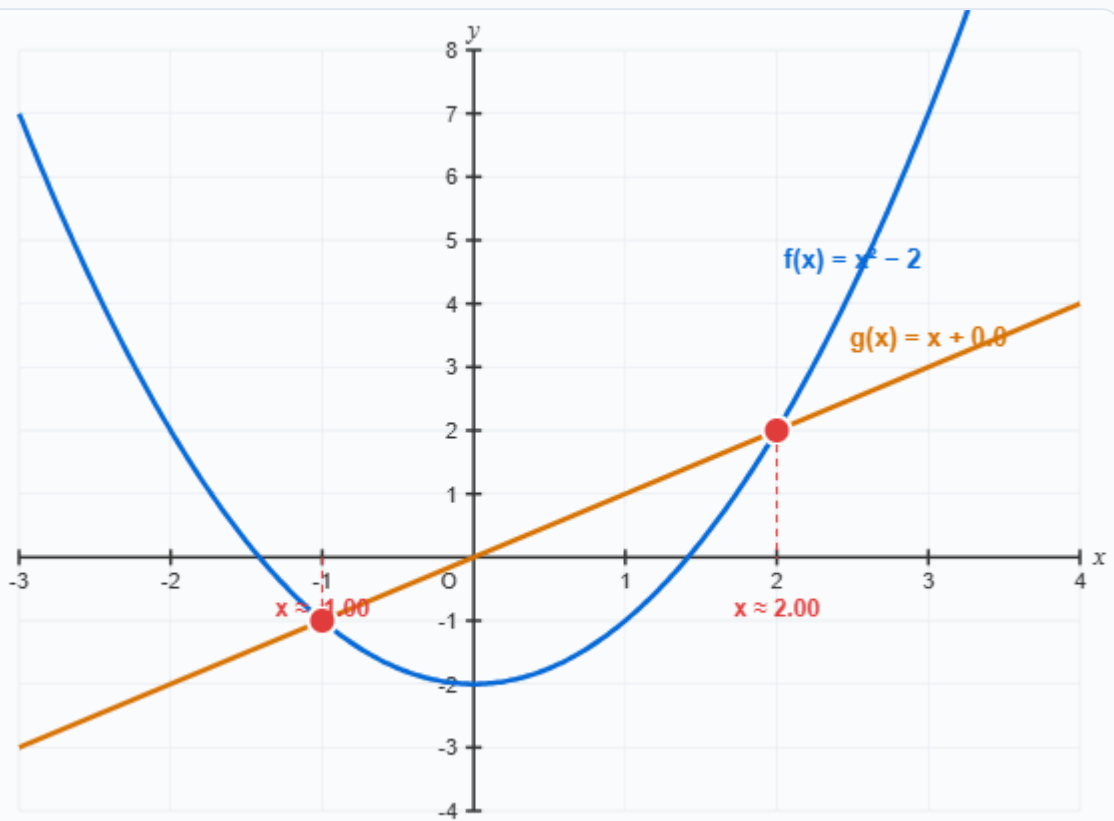
Un menuisier compare le coût de revient de deux types de panneaux. La courbe \mathcal{C}_f représente le coût du panneau A et \mathcal{C}_g celui du panneau B (en fonction de la surface x en m^2). D'après le graphique, les deux courbes se croisent en $x = 3$ et $x = 7$.

Quelles sont les solutions de l'équation $f(x) = g(x)$? Interpréter dans le contexte.

Visualisation interactive — Résolution de $f(x) = g(x)$

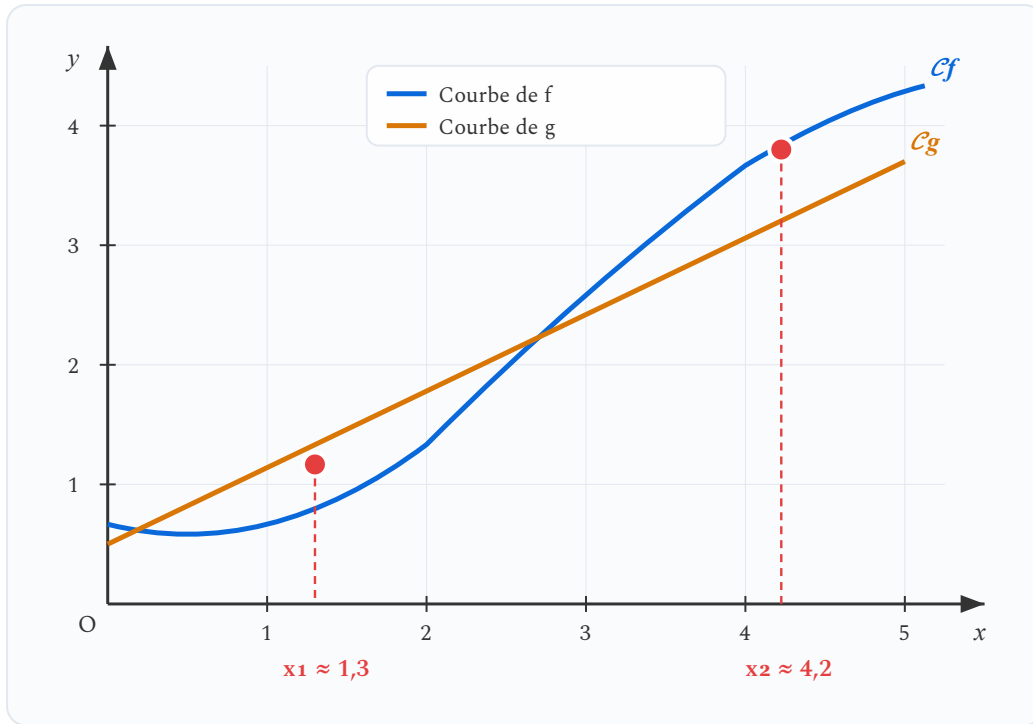
Le graphique ci-dessous montre deux courbes : $f(x) = x^2 - 2$ (parabole bleue) et $g(x) = x + k$ (droite orange). Déplacez le curseur pour modifier la valeur de k et observer comment les points d'intersection (solutions de $f(x) = g(x)$) changent.

Décalage vertical de $g(x)$: $k = 0.0$



2 solutions : $x_1 \approx -1.00$ et $x_2 \approx 2.00$

Déplacez le curseur pour voir comment le nombre de solutions varie : 0, 1 ou 2 points d'intersection.



L'équation $f(x) = g(x)$ admet deux solutions : $x_1 \approx 1,3$ et $x_2 \approx 4,2$

Attention — Précision de la lecture graphique :

- Les solutions lues graphiquement sont des **valeurs approchées**. Leur précision dépend de l'échelle du graphique.
- Ne pas oublier de préciser « environ » ou « \approx » quand on donne une solution graphique.
- Vérifier que les points d'intersection sont bien **dans le domaine de définition** commun des deux fonctions.

4. Cas particulier : $f(x) = k$ (constante)

Propriété :

Résoudre $f(x) = k$ (où k est un nombre réel constant) revient à chercher les abscisses des points d'intersection de la courbe C_f avec la **droite horizontale** d'équation $y = k$.

Exemple — Résolution de $f(x) = 2$

On considère la fonction f dont la courbe est donnée à la section 2. On cherche les solutions de $f(x) = 2$.

Méthode : on trace la droite $y = 2$ et on lit les abscisses des intersections.

D'après le graphique de la section 2, la droite $y = 2$ coupe la courbe en deux points.

Conclusion : l'équation $f(x) = 2$ admet deux solutions : $x_1 \approx 0,75$ et $x_2 \approx 3$.

À retenir — Nombre de solutions

L'équation $f(x) = k$ peut avoir :

- **Aucune solution** : la droite $y = k$ ne coupe pas la courbe
- **Une solution** : la droite est tangente à la courbe (ou la coupe en un seul point)
- **Plusieurs solutions** : la droite coupe la courbe en plusieurs points

APPLICATION

La courbe d'une fonction f coupe la droite $y = 5$ en deux points d'abscisses $x = 1$ et $x = 4$. La courbe coupe la droite $y = 8$ en un seul point d'abscisse $x = 2,5$. Quel est le nombre de solutions de chacune des équations suivantes ?

1. $f(x) = 5$
2. $f(x) = 8$
3. $f(x) = 10$ (la droite $y = 10$ ne coupe pas la courbe)

5. Résolution graphique d'inéquations

Définition — Inéquation $f(x) \geq g(x)$:

Soient f et g deux fonctions définies sur un même intervalle I .

Résoudre l'inéquation $f(x) \geq g(x)$ sur I , c'est trouver toutes les valeurs de x dans I pour lesquelles la valeur de $f(x)$ est **supérieure ou égale** à celle de $g(x)$.

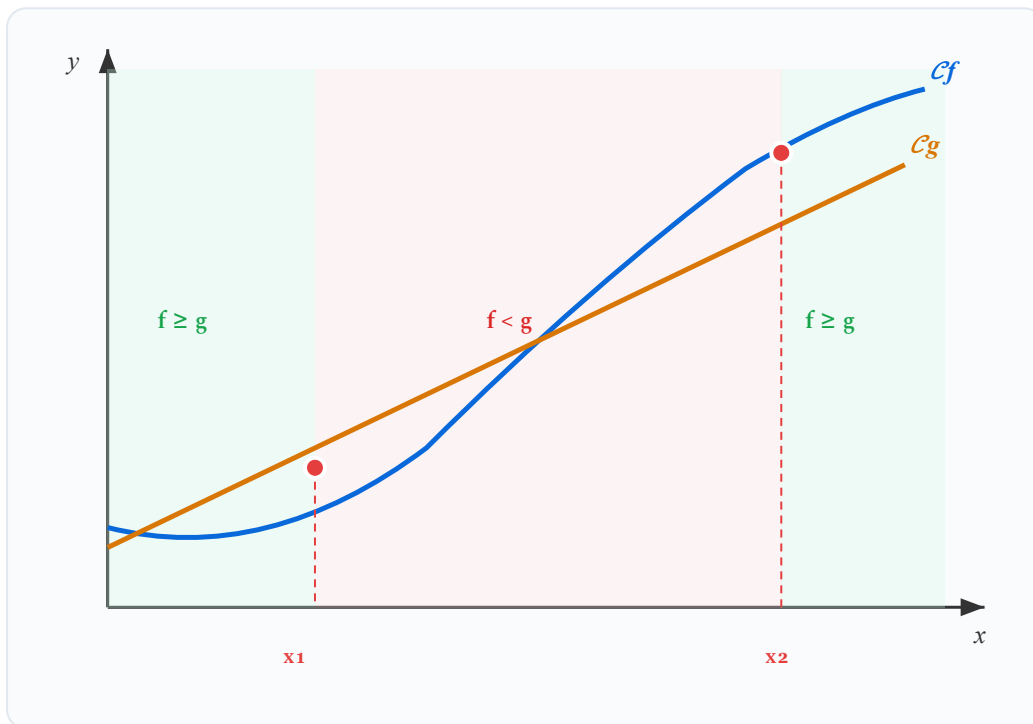
Méthode — Résoudre graphiquement $f(x) \geq g(x)$:

- 1 Tracer (ou identifier) les courbes C_f et C_g dans un même repère.
- 2 Repérer les zones où la courbe C_f est **au-dessus** de C_g .
- 3 Lire les **intervalles de valeurs de x** correspondant à ces zones. Les bornes sont les abscisses des points d'intersection.

Propriété :

$f(x) \geq g(x)$ lorsque la courbe C_f est **au-dessus** (ou confondue avec) la courbe C_g .

$f(x) \leq g(x)$ lorsque la courbe C_f est **en-dessous** (ou confondue avec) la courbe C_g .



$f(x) \geq g(x)$ sur les zones vertes : $x \leq x_1$ ou $x \geq x_2$

Exemple — Situation du chauffagiste

Reprenons la situation d'introduction. Le coût du système A est $f(x)$ et celui du système B est $g(x)$.

D'après le graphique précédent :

- $f(x) = g(x)$ pour $x_1 \approx 1,3$ et $x_2 \approx 4,2$ (les coûts sont égaux après environ 1,3 et 4,2 ans)
- $f(x) \leq g(x)$ pour $x_1 \leq x \leq x_2$, soit entre 1,3 et 4,2 ans (le système A est moins cher)

Conclusion : Le système A (pompe à chaleur) est plus économique entre la 2^{ème} et la 4^{ème} année d'utilisation environ.

6. Cas particulier : $f(x) \geq k$

Propriété :

Résoudre $f(x) \geq k$ revient à chercher les valeurs de x pour lesquelles la courbe \mathcal{C}_f est **au-dessus** de la droite $y = k$.

Exemple — Quand la température dépasse un seuil

Un installateur thermique mesure la température $T(t)$ dans un local au cours de la journée (en heures). Il veut savoir pendant combien de temps $T(t) \geq 20^\circ\text{C}$ (température de confort).

Graphiquement : on trace la droite $y = 20$ et on lit l'intervalle de temps où la courbe est au-dessus.

Si la courbe coupe la droite $y = 20$ en $t_1 = 8$ h et $t_2 = 18$ h, alors :

$T(t) \geq 20$ pour $t \in [8; 18]$, soit **10 heures** de confort thermique.

Attention — Inéquations strictes et larges :

- $f(x) \geq g(x)$: la courbe de f est **au-dessus ou confondue** (les bornes sont incluses → crochets fermés [])
- $f(x) > g(x)$: la courbe de f est **strictement au-dessus** (les bornes sont exclues → crochets ouverts] ())

APPLICATION

Un métreur compare les coûts $f(x)$ (pose A) et $g(x)$ (pose B) de deux prestations en fonction de la surface x en m^2 . D'après le graphique, \mathcal{C}_f est au-dessus de \mathcal{C}_g sur $[0 ; 5]$, les deux courbes se croisent en $x = 5$, puis \mathcal{C}_f est en dessous sur $[5 ; 12]$.

Pour quelles valeurs de x la prestation A est-elle moins chère que la prestation B ?

7. Tableau récapitulatif des positions relatives

Position de \mathcal{C}_f par rapport à \mathcal{C}_g	Traduction algébrique
\mathcal{C}_f est au-dessus de \mathcal{C}_g	$f(x) \geq g(x)$
\mathcal{C}_f est en-dessous de \mathcal{C}_g	$f(x) \leq g(x)$
\mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g se coupent	$f(x) = g(x)$

8. Algorithme de balayage

Définition — Algorithme de balayage :

L'**algorithme de balayage** (ou algorithme par scanning) est une méthode qui consiste à tester des valeurs successives de x pour trouver une approximation d'une solution de $f(x) = g(x)$.

On « balaye » l'intervalle par pas réguliers, et on repère le changement de signe de $f(x) - g(x)$.

Méthode — Balayage pas à pas :

- 1 Choisir un intervalle $[a ; b]$ et un pas p .
- 2 Calculer $h(x) = f(x) - g(x)$ pour $x = a, a + p, a + 2p, \dots$
- 3 Quand $h(x)$ change de signe entre deux valeurs consécutives x_k et x_{k+1} , la solution est entre x_k et x_{k+1} .
- 4 Pour plus de précision, recommencer avec un pas plus petit dans l'intervalle trouvé.

Exemple — Balayage sur $f(x) = x^2$ et $g(x) = 3x - 1$

On cherche une solution de $x^2 = 3x - 1$, soit $h(x) = x^2 - 3x + 1 = 0$.

Balayage sur $[0 ; 1]$ avec un pas de 0,1 :

x	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
$h(x)$	1	0,71	0,44	0,19	-0,04	-0,25	-0,44

$h(x)$ change de signe entre $x = 0,3$ ($h > 0$) et $x = 0,4$ ($h < 0$).

Donc une solution se trouve dans $[0,3 ; 0,4]$, soit $x \approx 0,35$ à 0,05 près.

On peut affiner en recommençant avec un pas de 0,01 entre 0,3 et 0,4.

Propriété — Théorème des valeurs intermédiaires (admis) :

Si une fonction h est continue sur $[a ; b]$ et si $h(a)$ et $h(b)$ sont de **signes contraires**, alors il existe au moins un réel $c \in]a ; b[$ tel que $h(c) = 0$.

C'est ce résultat qui justifie l'algorithme de balayage.

9. Exemples résolus complets

Exemple 1 — Résolution graphique complète

On considère les fonctions f et g définies sur $[-2; 5]$ par $f(x) = -x^2 + 4x$ et $g(x) = x + 1$.

Voici les valeurs dans un tableau :

x	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$f(x)$	-12	-5	0	3	4	3	0	-5
$g(x)$	-1	0	1	2	3	4	5	6

a) Résoudre $f(x) = g(x)$:

On cherche les abscisses où $f(x) = g(x)$, c'est-à-dire $-x^2 + 4x = x + 1$.

D'après le tableau, $f(0) < g(0)$ et $f(1) > g(1)$: il y a une solution entre 0 et 1. De même, $f(2) > g(2)$ et $f(3) < g(3)$: il y a une solution entre 2 et 3.

Sur le graphique, on lit $x \approx 0,4$ et $x \approx 2,6$.

b) Résoudre $f(x) \geq g(x)$:

On cherche quand la courbe de f est au-dessus de celle de g .

D'après le tableau : pour $x = 1$ et $x = 2$, $f(x) \geq g(x)$. Plus précisément : $x \in [0,4; 2,6]$ environ.

Exemple 2 — Contexte professionnel

Un menuisier agenceur fabrique des étagères sur-mesure. Le coût de production de x étagères est modélisé par $C(x) = 0,5x^2 + 10$ (en euros). Le revenu de la vente est $R(x) = 8x$ (en euros).

a) Quand le menuisier est-il à l'équilibre ? (Quand $C(x) = R(x)$)

Graphiquement, les courbes se coupent pour $x \approx 1,4$ et $x \approx 14,6$.

Comme x est un nombre entier d'étagères : l'équilibre est atteint à partir de 2 étagères.

b) Quand fait-il des bénéfices ? (Quand $R(x) > C(x)$)

C'est quand la droite de revenu est au-dessus de la courbe de coût, soit pour $x \in]1,4 ; 14,6[$.

Conclusion : Le menuisier fait des bénéfices en fabriquant entre 2 et 14 étagères.

10. Synthèse

À retenir

Équation

$$f(x) = g(x)$$

→ abscisses des points
d'intersection

Inéquation

$$f(x) \geq g(x)$$

→ zone où \mathcal{C}_f est au-
dessus de \mathcal{C}_g

Cas particulier

$$f(x) = k$$

→ intersection avec la
droite $y = k$

Balayage

Changement de signe

→ une solution entre
deux valeurs testées

11. Erreurs fréquentes

✘ Lire l'ordonnée au lieu de l'abscisse

Pour résoudre $f(x) = k$, on lit les *abscisses* des points d'intersection avec la droite $y = k$, pas les ordonnées.

Conseil : partir de la droite horizontale, aller jusqu'à la courbe, puis descendre sur l'axe des x .

✘ Confondre « au-dessus » et « en dessous »

$f(x) \geq g(x)$ signifie que \mathcal{C}_f est *au-dessus* de \mathcal{C}_g , pas en dessous.

Conseil : relire l'inéquation en plaçant mentalement les courbes : « f supérieur à g » = f plus haut que g .

✘ Oublier d'inclure ou d'exclure les bornes

Pour $f(x) \geq g(x)$ (inégalité large), les bornes sont incluses : crochets fermés. Pour

$f(x) > g(x)$ (inégalité stricte), les bornes sont exclues : crochets ouverts.

Conseil : regarder si le signe est \geq ou $>$ pour décider du type de crochet.

✘ Arrêter le balayage trop tôt

Lors d'un balayage, s'arrêter dès qu'on trouve un changement de signe, sans préciser l'encadrement obtenu, ne suffit pas.

Conseil : donner l'encadrement complet de la solution : « la solution est comprise entre a et b avec un pas de ... ».

Simulation interactive

[Résolution graphique d'équations](#)

Socle

Standard

Approfondissement

Tout voir

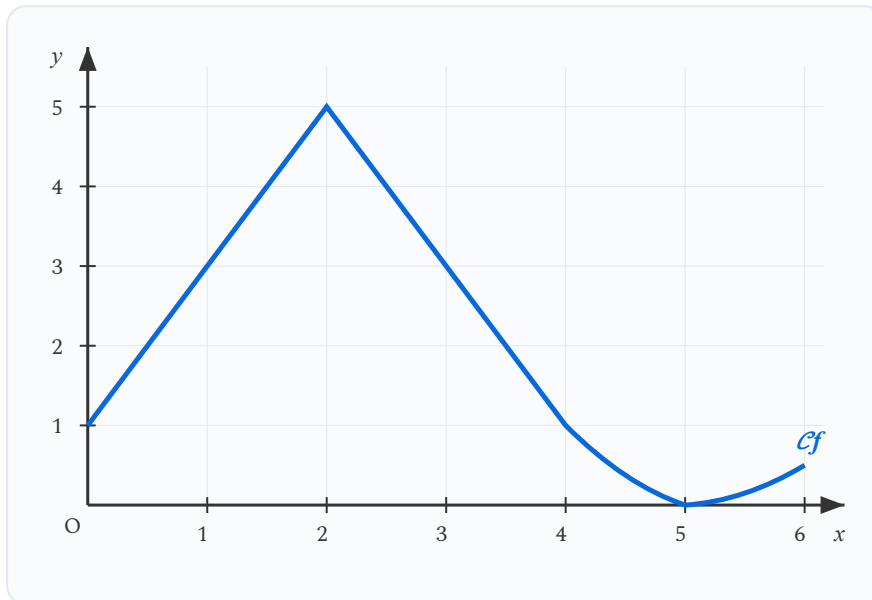
 Objectifs du chapitre[cliquer pour développer](#)**Rappels essentiels**

- **Équation** $f(x) = g(x)$: les solutions sont les abscisses des points d'intersection des courbes \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g .
- **Inéquation** $f(x) \geq g(x)$: les solutions correspondent aux valeurs de x pour lesquelles \mathcal{C}_f est au-dessus de \mathcal{C}_g .
- **Cas particulier** $f(x) = k$: on trace la droite horizontale $y = k$ et on lit les abscisses des intersections.
- **Algorithme de balayage** : on calcule $h(x) = f(x) - g(x)$ pour des valeurs successives de x et on repère le changement de signe.

EXERCICE 1 Lecture graphique — Images et antécédents

SOCLE

On considère la fonction f dont la courbe est donnée ci-dessous.

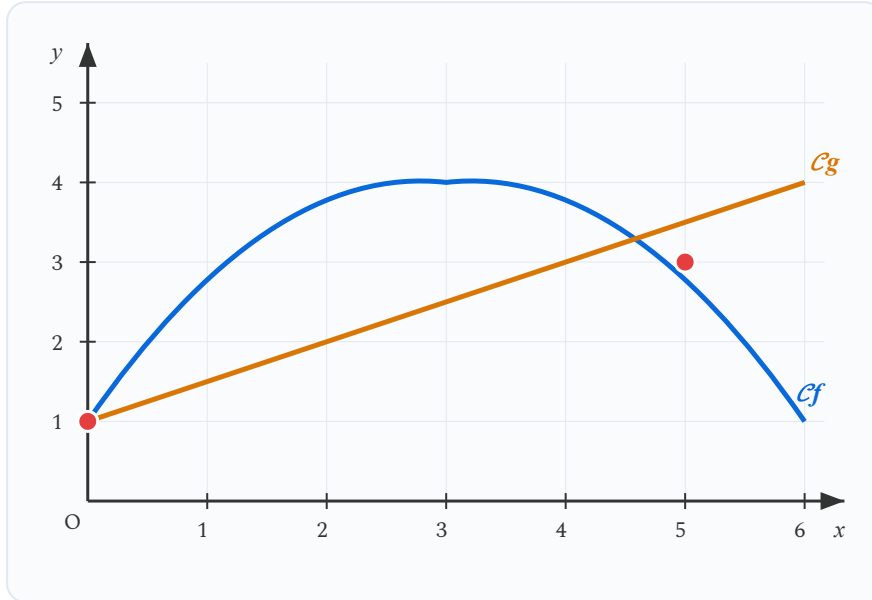


1. Lire graphiquement $f(0)$, $f(2)$ et $f(5)$.
2. Résoudre graphiquement $f(x) = 3$.
3. Résoudre graphiquement $f(x) = 0$.
4. Pour quelles valeurs de x a-t-on $f(x) \geq 3$?

Mes calculs :

EXERCICE 2 Résolution graphique de $f(x) = g(x)$ **SOCLE**

On considère les fonctions f et g définies sur $[0 ; 6]$. Voici leurs représentations graphiques.



1. Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = g(x)$.
2. Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \geq g(x)$.
3. Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) < g(x)$.

Mes calculs :

EXERCICE 3 Tableau de valeurs et balayage simple

SOCLE

On considère les fonctions $f(x) = x^2$ et $g(x) = 2x + 3$ sur l'intervalle $[0 ; 5]$.

1. Compléter le tableau de valeurs suivant :

x	0	1	2	3	4	5
$f(x) = x^2$						
$g(x) = 2x + 3$						

2. D'après le tableau, entre quelles valeurs entières se trouvent les solutions de $f(x) = g(x)$?

3. Utiliser l'algorithme de balayage avec un pas de 0,1 pour approcher la solution dans l'intervalle $[2 ; 4]$.

Mes calculs :

EXERCICE 4 Comparaison de tarifs — Installateur thermique

SOCLE

Un installateur thermique compare deux types de chaudières pour un client. Le coût annuel total (achat + entretien cumulé) de chaque système est modélisé par :

- Chaudière gaz : $f(x) = 200x + 2\,500$ (en euros), où x est le nombre d'années.
- Pompe à chaleur : $g(x) = 80x + 5\,000$ (en euros).

Aide :

- Pour compléter le tableau, remplacez x par chaque valeur dans les formules. Par exemple : $f(0) = 200 \times 0 + 2\,500 = \dots$
- Pour résoudre $f(x) = g(x)$, écrivez l'égalité $200x + 2\,500 = 80x + 5\,000$, puis isolez x étape par étape.
- Pour l'inéquation, comparez les valeurs du tableau : quand $g(x)$ est-il plus petit que $f(x)$?

1. Compléter le tableau de valeurs pour x allant de 0 à 25 (par pas de 5).

x	0	5	10	15	20	25
$f(x)$	2 500					
$g(x)$	5 000					

2. Résoudre par le calcul l'équation $f(x) = g(x)$. Interpréter le résultat.

Indication : on obtient $200x + 2\,500 = 80x + 5\,000$. Regroupez les termes en x d'un côté.

3. Résoudre l'inéquation $g(x) \leq f(x)$. Interpréter pour le client.

Indication : dans le tableau, repérez à partir de quelle année $g(x)$ devient inférieur à $f(x)$.

Mes calculs :

EXERCICE 5 Seuil de rentabilité — Atelier de menuiserie

SOCLE

Un menuisier agenceur fabrique des étagères sur-mesure. Le coût de production de x étagères est modélisé par $C(x) = 0,5x^2 + 20$ (en euros) et la recette est $R(x) = 12x$ (en euros), pour $x \in [0 ; 25]$.

Aide :

- Pour $C(2)$: calculez $0,5 \times 2^2 + 20 = 0,5 \times 4 + 20 = \dots$
- **Bénéfice** = quand la recette dépasse le coût, c'est-à-dire $R(x) > C(x)$.
Comparez ligne par ligne dans le tableau.
- Le **seuil de rentabilité** est la valeur de x pour laquelle $R(x) = C(x)$.

1. Compléter le tableau de valeurs :

x	0	2	4	6	8	10	14	20
$C(x)$	20							
$R(x)$	0							

2. Entre quelles valeurs de x l'artisan fait-il un bénéfice, c'est-à-dire $R(x) > C(x)$?

Indication : dans le tableau, repérez les colonnes où $R(x)$ est plus grand que $C(x)$.

3. Utiliser le balayage (pas de 1) pour encadrer précisément les deux seuils de rentabilité.

Indication : calculez $h(x) = R(x) - C(x)$ pour $x = 1, 2, 3, \dots$ et repérez quand $h(x)$ change de signe.

4. Vérifier en résolvant $0,5x^2 + 20 = 12x$.

Indication : ramenez tout du même côté pour obtenir $0,5x^2 - 12x + 20 = 0$, puis multipliez par 2.

Mes calculs :

EXERCICE 6 Algorithme de balayage SOCLE

On cherche une solution de l'équation $x^2 = 5x - 3$ dans l'intervalle $[0 ; 5]$.

Aide — Méthode du balayage :

- On pose $h(x) = x^2 - 5x + 3$ (tout du même côté). Si $h(x) = 0$, alors x est solution.
- Calculez $h(0) = 0^2 - 5 \times 0 + 3 = 3$. Faites pareil pour $h(1)$, $h(2)$, etc.
- Quand $h(x)$ passe du positif au négatif (ou inversement), il y a une solution entre les deux valeurs.

1. Poser $h(x) = x^2 - 5x + 3$. Calculer $h(0)$, $h(1)$, $h(2)$, $h(3)$, $h(4)$, $h(5)$.

Indication : $h(0) = 3$ (c'est fait !). Calculez $h(1) = 1 - 5 + 3 = \dots$

2. Repérer les intervalles où h change de signe. Combien de solutions l'équation admet-elle dans $[0 ; 5]$?

Indication : cherchez où h passe de + à - ou de - à +.

3. Affiner le balayage dans l'intervalle $[0 ; 1]$ avec un pas de 0,1 pour approcher la première solution à 0,1 près.

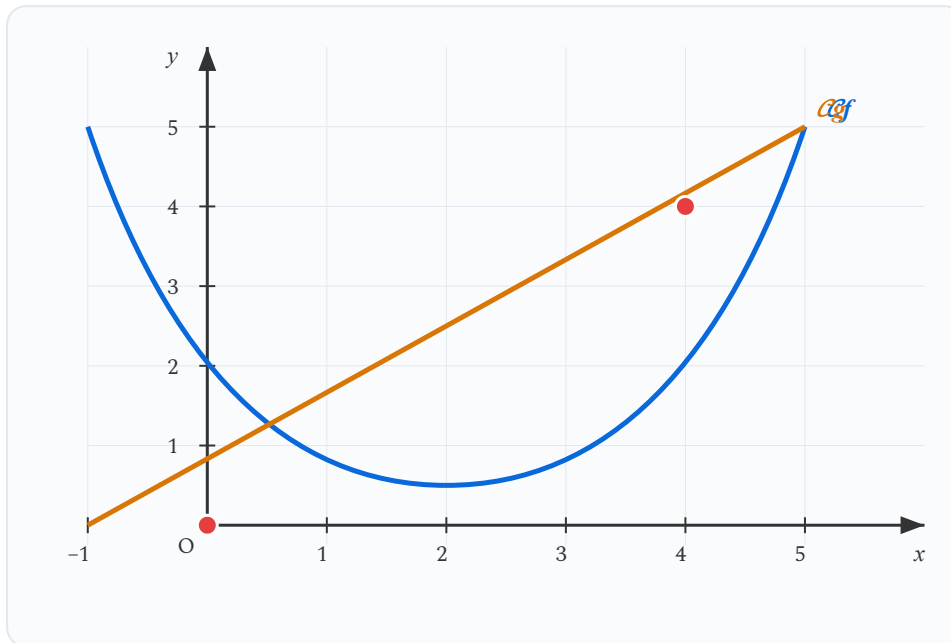
Indication : calculez $h(0,1)$, $h(0,2)$, ... jusqu'à trouver un changement de signe.

Mes calculs :

Exercices d'application

EXERCICE 7 Résolution graphique de $f(x) = g(x)$ STANDARD

On considère les fonctions f et g définies sur $[-2 ; 6]$ dont les courbes représentatives sont tracées ci-dessous.



La courbe bleue représente f et la droite orange représente g .

1. Lire graphiquement les coordonnées des points d'intersection des deux courbes.
2. En déduire les solutions de l'équation $f(x) = g(x)$.
3. Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \geq g(x)$. Donner l'ensemble des solutions sous forme d'intervalle.

Mes calculs :

EXERCICE 8 Inéquation graphique et intervalle de solutions

STANDARD

On considère les fonctions f et g définies sur $[0 ; 8]$ par $f(x) = -0,5x^2 + 4x$ et $g(x) = x + 2$.

Voici le tableau de valeurs :

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$f(x)$	0	3,5	6	7,5	8	7,5	6	3,5	0
$g(x)$	2	3	4	5	6	7	8	9	10

1. D'après le tableau, pour quelles valeurs de x a-t-on $f(x) = g(x)$ (approximativement) ?
2. Pour quelles valeurs de x a-t-on $f(x) \geq g(x)$? Donner l'intervalle de solutions.
3. Vérifier par le calcul en résolvant $f(x) = g(x)$.

Mes calculs :

EXERCICE 9 Comparaison de devis — Technicien chauffagiste

STANDARD

Un technicien de maintenance énergétique compare deux contrats d'entretien pour une copropriété :

- **Contrat A** : forfait annuel de 1 200 € + 45 € par intervention. Coût total pour x interventions : $A(x) = 45x + 1\,200$.
- **Contrat B** : pas de forfait, mais 120 € par intervention + un coût de gestion de $2x^2$ €. Coût total : $B(x) = 2x^2 + 120x$.

1. Compléter le tableau de valeurs :

x	0	2	4	6	8	10	12	15
$A(x)$								
$B(x)$								

2. D'après le tableau, à partir de combien d'interventions le contrat A devient-il plus avantageux ?
3. Résoudre par le calcul l'équation $A(x) = B(x)$ pour trouver le seuil exact.
4. Conseiller la copropriété si elle prévoit en moyenne 8 interventions par an.

Mes calculs :

Exercices d'approfondissement

EXERCICE 10 Problème complet — Coût de chauffage

APPROFONDISSEMENT

Un technicien chauffagiste modélise le coût mensuel de deux systèmes de chauffage en fonction de la température extérieure t (en $^{\circ}\text{C}$) :

- Chaudière gaz : $f(t) = -3t + 120$ (en euros)
- Pompe à chaleur : $g(t) = 0,2t^2 - 8t + 110$ (en euros)

Les fonctions sont définies pour $t \in [-5 ; 25]$.

1. Compléter le tableau de valeurs :

t	-5	0	5	10	15	20	25
$f(t)$							
$g(t)$							

2. Pour quelle(s) température(s) les deux systèmes coûtent-ils le même prix ?
3. Pour quelles températures la pompe à chaleur est-elle moins coûteuse que la chaudière gaz ?
4. Vérifier par le calcul en résolvant $f(t) = g(t)$.

Mes calculs :

EXERCICE 11 Balayage et précision**APPROFONDISSEMENT**

On considère l'équation $x^3 = 10$ sur l'intervalle $[1 ; 3]$.

1. Justifier qu'il existe une solution dans $[1 ; 3]$ (calculer les valeurs aux bornes).
2. Par un premier balayage (pas de 1), localiser la solution entre deux entiers consécutifs.
3. Affiner avec un pas de 0,1 pour encadrer la solution entre deux décimaux consécutifs.
4. Affiner encore avec un pas de 0,01 pour donner une approximation à 0,01 près.

Mes calculs :

EXERCICE 12 Situation professionnelle — Optimisation d'un devis

APPROFONDISSEMENT

Un artisan menuisier propose deux formules de tarification pour la pose de parquet :

- **Formule A (forfait)** : 500 € de déplacement + 15 € par m^2 .
- **Formule B (progressive)** : 200 € de déplacement + $0,1 \times (\text{surface})^2 + 8$ € par m^2 .

Soit x la surface en m^2 . On a $A(x) = 15x + 500$ et $B(x) = 0,1x^2 + 8x + 200$.

1. Calculer $A(20)$, $A(50)$, $B(20)$ et $B(50)$.
2. Résoudre $A(x) = B(x)$. Interpréter le résultat pour le client.
3. Quelle formule est la plus avantageuse pour une surface de 40 m^2 ? Et pour 80 m^2 ?
4. Pour quelles surfaces la formule B est-elle moins chère que la formule A ?

Mes calculs :

Socle

Standard

Approfondissement

Tout voir

 Objectifs du chapitre[cliquer pour développer](#) Durée : 1 heure  Calculatrice : autorisée  Barème : 20 points Documents : non autorisés

APP - S'Approprier

ANA - Analyser

REA - Réaliser

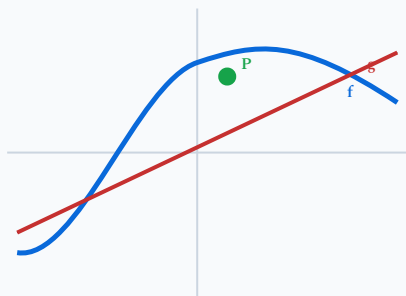
VAL - Valider

COM - Communiquer

SOCLE

Exercice 1 – Lecture graphique guidée

10 points

Intersection : $f(x) = g(x)$

On donne la courbe d'une fonction f définie sur $[-2 ; 6]$. La courbe passe par les points $(-2 ; 1)$, $(0 ; 3)$, $(2 ; 5)$, $(4 ; 3)$, $(6 ; -1)$.

Étape 1 : **APP** Lire sur le graphique : $f(0) = \dots$ et $f(4) = \dots$ (2 pts)

Aide : on part de $x = 0$ sur l'axe horizontal, on monte jusqu'à la courbe et on lit la valeur sur l'axe vertical.

Étape 2 : **REA** Résoudre graphiquement $f(x) = 3$. (2 pts)

Aide : on trace la droite horizontale $y = 3$. Les abscisses des points d'intersection avec la courbe sont les solutions.

Étape 3 : **REA** Résoudre graphiquement $f(x) = 0$. (2 pts)

Aide : on cherche où la courbe coupe l'axe des abscisses ($y = 0$).

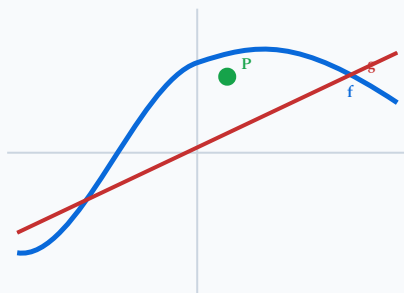
Étape 4 : **ANA** Pour quelles valeurs de x a-t-on $f(x) \geq 3$? (2 pts)

Aide : on cherche les zones où la courbe est **au-dessus** de la droite $y = 3$.

Étape 5 : **COM** Compléter : « La fonction f est positive sur l'intervalle [...] ». (2 pts)

Exercice 2 – Comparaison de deux tarifs

10 points



$$\text{Intersection : } f(x) = g(x)$$

Un menuisier agenceur compare deux fournisseurs de panneaux. Le coût total (en €) pour x panneaux est :

- Fournisseur A : $f(x) = 5x + 50$ (droite)
- Fournisseur B : $g(x) = 0,2x^2 + 20$ (parabole)

Étape 1 : **REA** Compléter le tableau. (3 pts)

x	0	5	10	15	20	25	30
$f(x)$	50						
$g(x)$	20						

Étape 2 : **REA** Tracer les deux courbes dans un même repère. (2 pts)

Étape 3 : **ANA** Lire graphiquement pour quelle(s) valeur(s) de x les deux fournisseurs proposent le même prix. (2 pts)

Étape 4 : **ANA** Pour quelles quantités le fournisseur A est-il moins cher ? (2 pts)

*Aide : on cherche les zones où la droite f est **en dessous** de la parabole g .*

Étape 5 : **COM** Quel fournisseur conseiller pour une commande de 20 panneaux ? Justifier. (1 pt)

Exercice 1 – Lecture graphique

8 points

On donne ci-dessous les représentations graphiques de deux fonctions f et g définies sur l'intervalle $[-3 ; 7]$.

Graphique fourni sur le sujet :

La courbe \mathcal{C}_f est une parabole passant par $(-1 ; 0)$, $(1 ; 4)$, $(3 ; 0)$ avec un sommet en $(1 ; 4)$.

La droite \mathcal{C}_g passe par $(-3 ; -2)$ et $(7 ; 3)$.

1. **APP** Lire graphiquement $f(0)$, $f(1)$, $g(1)$ et $g(5)$. (2 pts)

2. **REA** Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 0$. (1 pt)

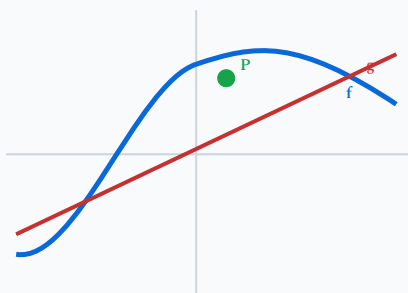
3. **ANA** Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = g(x)$. Donner les solutions avec la précision permise par le graphique. (2 pts)

4. **ANA** Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \geq g(x)$. Donner l'ensemble des solutions sous forme d'intervalle(s). (2 pts)

5. **COM** Déterminer graphiquement le signe de $f(x)$ sur $[-3 ; 7]$ et présenter les résultats dans un tableau de signes. (1 pt)

Exercice 2 – Seuil de rentabilité d'un atelier

12 points



Intersection : $f(x) = g(x)$

Un atelier de menuiserie fabrique des tables basses en bois. On modélise :

- le **coût total** de fabrication de x tables par la fonction C définie par $C(x) = x^2 + 20$ (en dizaines d'euros),
- la **recette** par la fonction R définie par $R(x) = 12x$ (en dizaines d'euros).

Les fonctions sont définies pour $x \in [0 ; 15]$.

1. **REA** Compléter le tableau de valeurs suivant. (2 pts)

x	0	2	4	6	8	10	12	15
$C(x)$								
$R(x)$								

2. **REA** Tracer les courbes représentatives de C et R dans un repère adapté. (2 pts)

Repère à tracer sur la copie :

Axe horizontal : nombre de tables x (de 0 à 15)

Axe vertical : montant en dizaines d'euros (de 0 à 250)

3. **APP** Lire graphiquement les coordonnées des points d'intersection des deux courbes. (2 pts)

4. **ANA** En déduire graphiquement pour quelles valeurs de x l'atelier réalise un bénéfice, c'est-à-dire $R(x) > C(x)$. (2 pts)

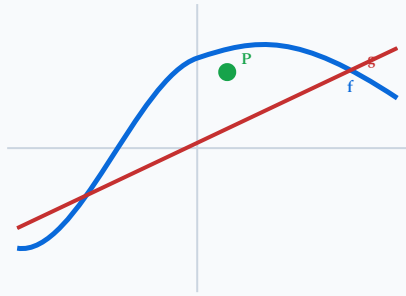
5. **VAL** Vérifier par le calcul que les solutions de $C(x) = R(x)$ sont bien $x = 2$ et $x = 10$. (2 pts)

6. **COM** Rédiger une phrase expliquant ce que représente le seuil de rentabilité pour l'atelier et indiquer le nombre de tables à produire pour être rentable. (2 pts)

APPROFONDISSEMENT

Exercice 1 – Optimisation graphique d'un chauffage

8 points



Intersection : $f(x) = g(x)$

Un installateur thermique modélise la température T (en °C) d'un local en fonction du temps t (en heures) après mise en route du chauffage :

$$T(t) = -0,5t^2 + 6t + 12 \quad \text{pour } t \in [0 ; 14]$$

Le seuil de confort est fixé à 20 °C.

1. **REA** Calculer $T(0)$, $T(2)$, $T(6)$, $T(10)$ et $T(14)$. (2 pts)

2. **REA** Tracer la courbe et la droite $T = 20$. (2 pts)

3. **ANA** Résoudre graphiquement $T(t) = 20$ et $T(t) \geq 20$. Interpréter. (2 pts)

4. **VAL** Déterminer graphiquement la température maximale et l'heure à laquelle elle est atteinte. Vérifier par le calcul (sommet de la parabole). (2 pts)

Exercice 2 – Étude de rentabilité avec paramètre

12 points

Un ébéniste fabrique des coffrets en bois. Le coût de production de x coffrets est $C(x) = 0,5x^2 + 10x + 80$ (en €). Le prix de vente unitaire est p euros, soit une recette

$$R(x) = px.$$

1. **REA** Pour $p = 25$, résoudre $C(x) = R(x)$ par le calcul. (3 pts)

2. **ANA** Déterminer l'intervalle de production rentable (où $R(x) > C(x)$) pour $p = 25$. (2 pts)

3. **ANA** Pour quel prix de vente minimal p existe-t-il au moins une valeur de x telle que $R(x) = C(x)$? (3 pts)

Indication : résoudre $0,5x^2 + (10 - p)x + 80 = 0$ et étudier le discriminant.

4. **VAL** Pour $p = 30$, calculer le bénéfice maximal $B(x) = R(x) - C(x)$ et le nombre de coffrets correspondant. (2 pts)

5. **COM** Rédiger un conseil argumenté pour l'ébéniste sur le prix de vente à fixer. (2 pts)
