

Interférences lumineuses

Le phénomène d'interférences existe lorsque deux ou plusieurs ondes se superposent dans un volume de l'espace (sous conditions). Ce phénomène est transversal à la physique : on le retrouve en acoustique, en mécanique, en électromagnétisme et logiquement en optique.

L'objectif de ce chapitre est de déterminer les conditions nécessaires pour voir apparaître des interférences, de définir ce que sont les interférences et de mettre en place le vocabulaire spécifique.

A. Superposition de deux ondes lumineuses

- On s'intéresse à deux sources monochromatiques d'ondes lumineuses S_1 et S_2 , qui oscillent à des pulsations a priori différentes ω_1 et ω_2 . Ces deux sources ne sont pas en phase, mais déphasées initialement de ϕ_{21} . Les vibrations lumineuses sont donc :

$$s_1(S_1, t) = A_1 \cos(\omega_1 t) \quad \text{et} \quad s_2(S_2, t) = A_2 \cos(\omega_2 t - \phi_{21})$$

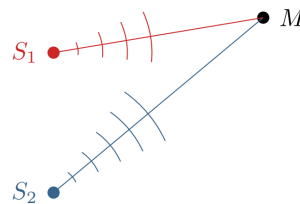


FIGURE 1 – Superposition deux vibrations lumineuses en M

- Au point M, les vibrations en provenance des deux sources sont :

$$s_1(M, t) = A_1 \cos(\omega_1 t - \varphi_1) \quad \text{et} \quad s_2(M, t) = A_2 \cos(\omega_2 t - \varphi_2 - \phi_{21})$$

où φ_i est le retard de phase dû à la propagation de l'onde lumineuse entre la source S_i et le point M.

Le principe de superposition assure que la vibration perçue en M est :

$$s(M, t) = s_1(M, t) + s_2(M, t)$$

- L'intensité lumineuse reçue en M est donnée par :

$$\begin{aligned}
 I(M) &= K \langle s^2(M, t) \rangle = K \langle (s_1(M, t) + s_2(M, t))^2 \rangle \\
 &= K \langle s_1^2 + s_2^2 + 2s_1 s_2 \rangle \\
 &= K \langle s_1^2 \rangle + K \langle s_2^2 \rangle + 2K \langle s_1 s_2 \rangle \\
 &= K \frac{A_1^2}{2} + K \frac{A_2^2}{2} + 2K \langle s_1 s_2 \rangle \\
 I(M) &= \underbrace{I_1(M)}_{\text{Intensité lumineuse provenant de } S_1} + \underbrace{I_2(M)}_{\text{Intensité lumineuse provenant de } S_2} + \underbrace{2K \langle s_1 s_2 \rangle}_{\text{Terme d'interférences}}
 \end{aligned}$$

Résultat O2.1 - Terme d'interférence

La superposition de deux ondes lumineuses produisant en M les intensités $I_1(M)$ et $I_2(M)$ n'est pas la simple addition des ces deux intensités :

$$I(M) \neq I_1(M) + I_2(M)$$

En effet, un terme de couplage, appelé **terme d'interférence**, vient s'ajouter à cette somme :

$$I(M) = I_1(M) + I_2(M) + 2K\langle s_1 s_2 \rangle$$

B. Formule de FRESNEL et critères de cohérence

B.1 Étude du terme d'interférences et notion de cohérence

Deux ondes lumineuses permettent l'existence d'interférences lumineuses si le terme d'interférence est non-nul : on dit alors que les ondes sont **cohérentes**.

Définition O2.1 - Cohérence

- S'il existe un point M où le terme d'interférence est différent de 0, alors les sources (et les ondes émises) sont dites **cohérentes**.
- En revanche, si le terme d'interférence est nul quelque soit le point M, alors les sources sont **incohérentes** et l'intensité lumineuse est la simple somme $I_1(M) + I_2(M)$.

Détaillons un peu le terme d'interférences.

$$\begin{aligned} 2K\langle s_1 s_2 \rangle &= 2KA_1 A_2 \langle \cos(\omega_1 t - \varphi_1) \cos(\omega_2 t - \varphi_2 - \phi_{21}) \rangle \\ &= 2KA_1 A_2 \frac{1}{2} \left(\langle \cos((\omega_1 + \omega_2)t - \varphi_1 - \varphi_2 - \phi_{21}) \rangle + \langle \cos((\omega_2 - \omega_1)t + \varphi_2 - \varphi_1 + \phi_{21}) \rangle \right) \\ &= KA_1 A_2 \left(\underbrace{\langle \cos((\omega_1 + \omega_2)t - \varphi_1 - \varphi_2 - \phi_{21}) \rangle}_{\text{toujours nul}} + \underbrace{\langle \cos((\omega_2 - \omega_1)t + \varphi_2 - \varphi_1 + \phi_{21}) \rangle}_{\text{nul SAUF si } \omega_1 = \omega_2} \right) \end{aligned}$$

Résultat O2.2 - Condition de cohérence n°1

Pour que le terme d'interférence soit non-nul (et donc que les deux ondes soient cohérentes), il est nécessaire qu'elles aient la même pulsation. Les ondes doivent être synchrones : $\omega_1 = \omega_2 = \omega_0$.

Par conséquent, deux sources cohérentes sont nécessairement de même longueur d'onde λ_0 .

Si la condition de synchronisme est réalisée, le terme d'interférence peut alors s'écrire :

$$2K\langle s_1 s_2 \rangle = KA_1 A_2 \langle \cos \Delta\varphi(M) \rangle \quad \text{avec} \quad \Delta\varphi(M) = \varphi_2 - \varphi_1 + \phi_{21}$$

Pour que le terme d'interférence soit non-nul, il faut que $\Delta\varphi(M)$ soit stationnaire (constant dans le temps) : $\varphi_2 - \varphi_1$ ne dépend que de la position du point M, donc pas du temps. Il est donc nécessaire que ϕ_{21} soit stationnaire.

Résultat O2.3 - Condition de cohérence n°2

Deux sources synchrones sont cohérentes si le déphasage initial ϕ_{21} entre les deux sources S_1 et S_2 est stationnaire.

Dans ces conditions, le terme d'interférence vaut

$$2K\langle s_1 s_2 \rangle = KA_1 A_2 \cos \Delta\varphi(M)$$

B.2 Formule de FRESNEL

Dans l'expression du terme d'interférence, on voit apparaître KA_1A_2 . Or $I_1 = K\frac{A_1^2}{2}$ et $I_2 = K\frac{A_2^2}{2}$, donc

$$KA_1A_2 = 2\sqrt{I_1I_2}$$

Loi O2.1 - Formule de FRESNEL

Si les deux sources monochromatiques S_1 et S_2 sont cohérentes, alors l'intensité lumineuse en M se met sous la forme

$$I(M) = I_1(M) + I_2(M) + 2\sqrt{I_1(M)I_2(M)} \cos \Delta\varphi(M)$$

Pour plus de lisibilité, on peut écrire :

$$I(M) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1I_2} \cos \Delta\varphi$$

Dans le cas (fréquent dans les applications) où les deux sources émettent la même intensité ($I_1 = I_2 = I_0$), alors

$$I(M) = 2I_0 (1 + \cos \Delta\varphi)$$

B.3 Incohérence de deux sources

Si deux sources S_1 et S_2 sont deux lasers de même pulsation ω (donc de même longueur d'onde λ_0), les différents trains d'onde émis seront déphasés de manière aléatoire comme le montre la figure 2. Les deux sources sont incohérentes ; il n'y a pas d'interférences.

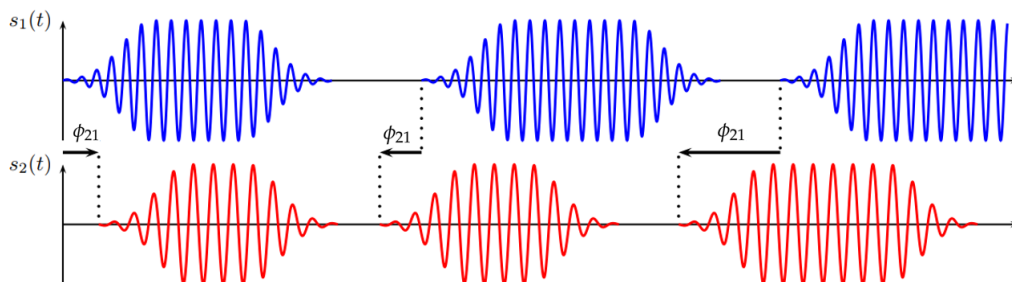


FIGURE 2 – Déphasage aléatoire ϕ_{21} de deux sources incohérentes

Ainsi, pour observer des interférences, il faut créer deux sources secondaires S_1 et S_2 à partir d'une source primaire S : c'est le rôle d'un système interférentiel, traité dans les chapitres O3 (interféromètres à division du front d'onde : fentes d'YOUNG, miroirs de FRESNEL, biprisme de FRESNEL, miroir de LLOYD...) et O4 (interféromètres à division d'amplitude : MICHELSON, FABRY-PÉROT,...).

C. Interférences constructives et destructives

C.1 Champ d'interférences

Définition O2.2 - Champ d'interférences

La zone de l'espace où les faisceaux lumineux issus des sources S_1 et S_2 se superposent est appelé **champ d'interférence**. C'est dans ce domaine que les interférences sont visibles.

La formule de FRESNEL indique que, dans le champ d'interférence, l'intensité lumineuse n'est pas uniforme ; en effet, il ne faut pas perdre de vue que $\Delta\varphi$ est plus précisément $\Delta\varphi(M)$ et donc dépend de la position du point M.

C.2 En terme de phase $\Delta\varphi(M)$

$$I(M) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \Delta\varphi$$

Dans le champ d'interférences, l'intensité est bornée par des valeurs $I_{\max}$ et $I_{\min}$, selon que le cos vaut +1 ou -1.

Quand l'intensité est maximale, on parle **d'interférences constructives**. Elles se produisent quand :

$$\cos \Delta\varphi = +1$$

$$\text{soit quand } \Delta\varphi = 2m\pi \text{ avec } m \in \mathbb{Z}$$

Les ondes sont en phase et alors, l'intensité vaut

$$I_{\max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}$$

Quand l'intensité est minimale, on parle **d'interférences destructives**. Elles se produisent quand :

$$\cos \Delta\varphi = -1$$

$$\text{soit quand } \Delta\varphi = (2m+1)\pi \text{ avec } m \in \mathbb{Z}$$

Les ondes sont en opposition de phase et alors, l'intensité vaut

$$I_{\min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2}$$

Remarques

- On observe que l'intensité des interférences constructives est supérieure à l'intensité moyenne $I_{\max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} > I_1 + I_2$ et que l'intensité des interférences destructives est inférieure à l'intensité moyenne $I_{\min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2} < I_1 + I_2$.
- Le phénomène d'interférences consiste en une répartition inhomogène de l'énergie. En revanche, globalement, l'énergie présente est bien celle attendue en vertu de la conservation de l'énergie.
- Si les intensités I_1 et I_2 sont égales à I_0 alors $I_{\max} = 4I_0$ et $I_{\min} = 0$

C.3 En terme de différence de marche $\delta(M)$

Intéressons-nous au terme de phase $\Delta\varphi(M)$, dont on rappelle qu'il vaut $\Delta\varphi(M) = \varphi_2 - \varphi_1 + \varphi_{21} \cdot \varphi_{21}$ doit être stationnaire et on le choisit nul.

$$\Delta\varphi(M) = \frac{2\pi}{\lambda_0} \left((S_2M) - (S_1M) \right)$$

Définition O2.3 - Différence de marche $\delta(M)$

On note δ la différence de chemin optique entre les deux rayons arrivant au point M depuis chacune des sources :

$$\delta(M) = (S_2M) - (S_1M)$$

On appelle cette différence de chemin optique **différence de marche**.

Propriété O2.1 - Relation $\delta(M)$ - $\Delta\varphi(M)$

La différence de marche δ et la différence de phase $\Delta\varphi$ sont reliées par la relation :

$$\Delta\varphi(M) = \frac{2\pi}{\lambda_0} \delta(M)$$

On en déduit donc une nouvelle expression de la formule de FRESNEL :

$$I(M) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda_0} \delta \right)$$

Il y a des interférences constructives quand :

$$\Delta\varphi = 2m\pi \Leftrightarrow \frac{2\pi}{\lambda_0}\delta = 2m\pi \quad \text{avec } m \in \mathbb{Z}$$

$$\Leftrightarrow \delta = m\lambda_0$$

L'intensité est maximale quand la différence de marche δ est un multiple de la longueur d'onde λ_0 .

Il y a des interférences destructives quand :

$$\Delta\varphi = (2m+1)\pi \Leftrightarrow \frac{2\pi}{\lambda_0}\delta = (2m+1)\pi \quad \text{avec } m \in \mathbb{Z}$$

$$\Leftrightarrow \delta = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda_0$$

L'intensité est minimale quand la différence de marche δ est un "demi-entier" de la longueur d'onde λ_0 .

C.4 En terme d'ordre d'interférence $p(M)$

Définition O2.4 - Ordre d'interférence $p(M)$

Au point M, on définit un nombre sans dimension, appelé **ordre d'interférence** et noté $p(M)$ tel que :

$$p(M) = \frac{\delta(M)}{\lambda_0} = \frac{\Delta\varphi(M)}{2\pi}$$

On en déduit donc une nouvelle expression de la formule de FRESNEL :

$$I(M) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(2\pi p)$$

Il y a des interférences constructives quand :

$$\Delta\varphi = 2m\pi \Leftrightarrow 2\pi p = 2m\pi \quad \text{avec } m \in \mathbb{Z}$$

$$\Leftrightarrow p = m$$

L'intensité est maximale quand l'ordre d'interférences p est entier.

Il y a des interférences destructives quand :

$$\Delta\varphi = (2m+1)\pi \Leftrightarrow 2\pi p = (2m+1)\pi \quad \text{avec } m \in \mathbb{Z}$$

$$\Leftrightarrow p = m + \frac{1}{2}$$

L'intensité est minimale quand l'ordre d'interférences p est "demi-entier".

C.5 Bilan

Résultat O2.4 - Interférences constructives et destructives

Formule de FRESNEL

$$I(M) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \Delta\varphi$$

$$= I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda_0} \delta \right)$$

$$= I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(2\pi p)$$

$I = I_{\max} \Rightarrow$ interférences constructives
Les ondes sont en phase

$$I_{\max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}$$

$$\cos \Delta\varphi = +1$$

$$\Delta\varphi = 2m\pi$$

$$\delta = m\lambda_0$$

$$p = m$$

$I = I_{\min} \Rightarrow$ interférences destructives
Les ondes sont en opposition de phase

$$I_{\min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2}$$

$$\cos \Delta\varphi = -1$$

$$\Delta\varphi = (2m+1)\pi$$

$$\delta = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda_0$$

$$p = \left(m + \frac{1}{2}\right)$$

D. Allure de la figure d'interférence

D.1 Franges d'interférences

Définition O2.5 - Franges et figure d'interférences

L'état d'interférences varie en fonction du point M placé dans le champ d'interférences si bien qu'on observe une succession de zones brillantes (lieux d'interférences constructives) et sombres (lieux d'interférences destructives) appelées **franges d'interférences** : on parle de franges brillantes et de franges sombres.

L'ensemble des franges d'interférences observées sur un écran constitue la **figure d'interférences**.

Sur la figure 3a ci-dessous, on représente les zones pour lesquelles le déphasage $\Delta\varphi$ est un multiple de 2π . Les lieux iso-déphasés sont des hyperboloïdes ayant l'axe (S_1S_2) comme axe de révolution.

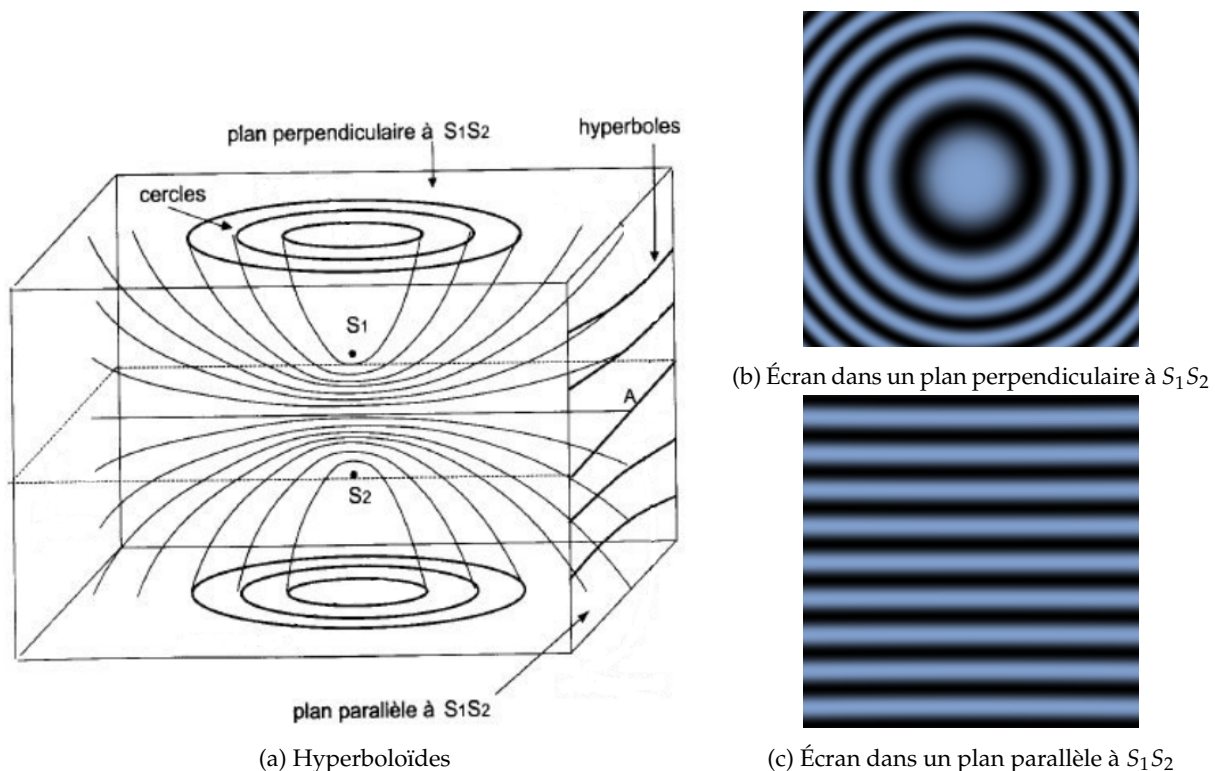


FIGURE 3 – Figures d'interférences

Selon le lieu où on place l'écran, on observe des figures d'interférences différentes :

- si on place un écran perpendiculairement à l'axe (S_1S_2) comme sur la figure 3b, on observe des franges circulaires d'interférences (anneaux)
- si on place un écran parallèlement à l'axe (S_1S_2) , on observe des franges d'interférences ayant la forme de branches d'hyperboles. Si l'écran est placé suffisamment loin, les franges sont rectilignes, comme sur la figure 3c.

Définition O2.6 - Frange centrale

La frange centrale est la frange pour laquelle la différence de chemin optique est nulle. Logiquement, l'ordre d'interférence y est aussi nul.

$$\Delta\varphi = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \delta = 0 \quad \Leftrightarrow \quad p = 0$$

D.2 Contraste d'une figure d'interférence

Définition O2.7 - Contraste C

Le contraste C d'une image est défini comme le rapport ci-dessous :

$$C = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$$

Ce nombre compris entre 0 et 1 quantifie la différence d'intensité lumineuse entre les lieux de plus grand et de plus faibles éclaircissement.

Dans le cas d'une figure d'interférences,

$$\left. \begin{aligned} I_{\max} &= I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \\ I_{\min} &= I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2} \end{aligned} \right\} \rightarrow C = \frac{4\sqrt{I_1 I_2}}{2(I_1 + I_2)}$$

$$\text{Soit } C = \frac{2\sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2}$$

Cette expression du contraste permet de réécrire la formule de FRESNEL sous la forme :

$$I(M) = (I_1 + I_2)(1 + C \cos \Delta\varphi)$$

L'impact du contraste sur la figure d'interférence est le suivant : C vient moduler l'amplitude du terme en cos, qui ne varie plus entre -1 et +1, mais entre $-C$ et $+C$. Ainsi, plus le contraste est élevé, plus l'éclaircissement varie entre franges sombres et brillantes : c'est ce qu'illustre la figure 4.

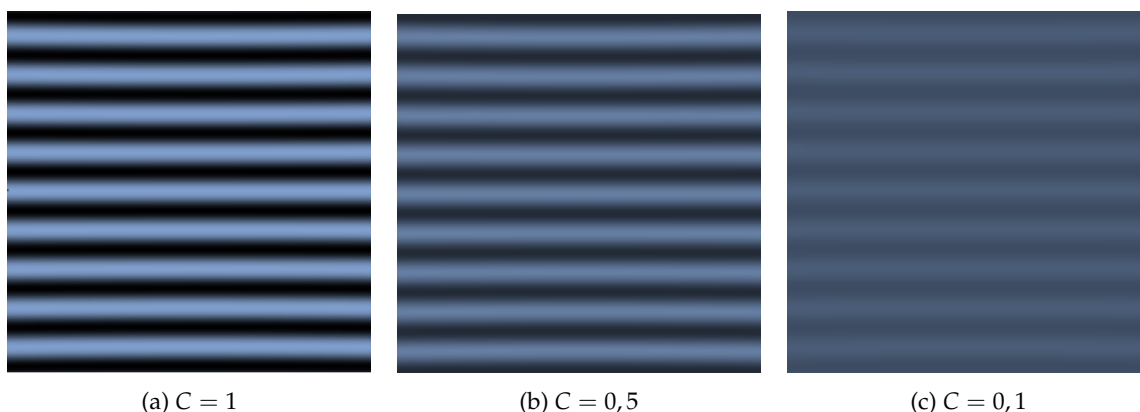


FIGURE 4 – Impact du contraste C sur la figure d'interférence

Le contraste peut s'écrire

$$C = \frac{2\sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2} = \frac{2\sqrt{I_2/I_1}}{1 + I_2/I_1} = \frac{2\sqrt{u}}{1 + u}$$

en posant $u = \frac{I_2}{I_1}$.

On peut montrer que la fonction $u \mapsto \frac{2\sqrt{u}}{1+u}$ est nulle en $u = 0$ et en $u \rightarrow \infty$ (ce qui signifie que si l'un des deux éclaircissements s'annule, il n'y a plus d'interférences) et elle est maximale en $u = 1$, comme le montre la figure 5. En effet, $C = 1$ quand $u = 1$, soit $I_1 = I_2$.

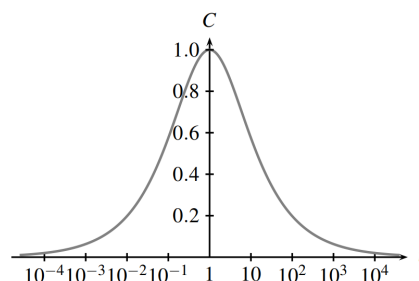


FIGURE 5 – Évolution du contraste

Propriété O2.2 - Figure contrastée

Pour qu'une figure d'interférences soit bien contrastée, il est nécessaire que les deux sources produisent des intensités lumineuses voisines : $I_1 \approx I_2$

D.3 Perte de contraste

On vient de voir qu'une première raison de perte de contraste est que les intensités en provenance des deux sources ont des valeurs éloignées. Ce n'est pas le seul paramètre qui peut diminuer le contraste d'une figure d'interférence.

D.3.1 Cohérence temporelle

Pour pouvoir interférer, les deux trains d'onde doivent provenir du même train d'onde initial. S'ils proviennent de deux trains d'onde initiaux différents, il n'y a pas d'interférence car les trains d'onde initiaux sont déphasés aléatoirement (incohérence).

Aussi, il est primordial que la différence de marche entre deux rayons issus du même rayon initial soit inférieure à la longueur de cohérence temporelle L_c . Dès que la différence de marche devient supérieure ou de l'ordre de la longueur L_c d'un train d'onde (longueur de cohérence de la source), le contraste chute et les interférences ne sont plus observables (figure 6).

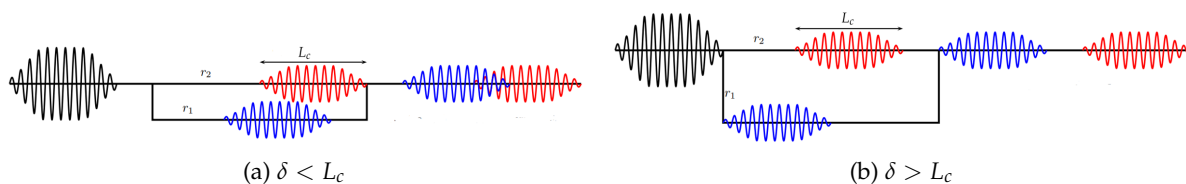


FIGURE 6 – Trains d'onde, longueur de cohérence L_c et différence de marche δ

D.3.2 Cohérence spatiale

Jusqu'à présent, nous n'avons considéré que le cas de sources ponctuelles, ce qui est loin de décrire une source réelle, qui mesure au minimum quelques millimètres.

Une source étendue se modélise comme une juxtaposition de sources ponctuelles incohérentes. Les ondes issues de deux points voisins ne peuvent interférer : l'éclairement total est simplement la somme des éclairements issus de chaque point de la source.

Ce modèle peut se comprendre qualitativement : les photons émis par deux points voisins de la source n'ont pas été émis par les mêmes atomes et les phases des trains d'onde produits par des atomes voisins de la source ne peuvent pas être corrélées.

Comme les points sources sont légèrement décalés les uns par rapport aux autres sur la source étendue, alors les franges brillantes et sombres produites par chaque point source sont légèrement décalées les unes par rapport aux autres, ce qui peut finalement conduire à un brouillage bien que la figure d'interférence (cf chapitre O3). On parle ici de **cohérence spatiale**.

Résultat O2.5 - Conditions de cohérence n°3 et n°4

On peut donc retenir deux conditions de cohérence supplémentaires :

- pour que la cohérence temporelle ne pose pas de problème, il est nécessaire que la différence de marche δ entre les rayons interférant en M soit inférieure à la longueur de cohérence temporelle L_c : $\delta < L_c$
- pour que la cohérence spatiale ne pose pas de problème, il est nécessaire que la largeur de la fente source ne soit pas trop importante.