Exercice 1 – Jeu d'évasion (11 points)

Partie 1 – Cible à atteindre

Q1- Exprimer les coordonnées du vecteur accélération du centre de masse M du projectile en appliquant la deuxième loi de Newton.

Système {projectile} de masse *m* et de centre de masse M.
Référentiel terrestre supposé galiléen.
Repère d'étude (Oxz).
Dans le cas d'une chute libre, le projectile n'est soumis qu'à son poids $\vec{P} = m \cdot \vec{g}$.
Deuxième loi de Newton : $\sum \overrightarrow{F_{ext}} = \vec{P} = m \cdot \vec{a}$ soit $m \cdot \vec{g} = m \cdot \vec{a}$ donc $\vec{a} = \vec{g}$.

En projection selon les axes Ox et Oz du repère choisi et compte tenu du sens du vecteur $\vec{g}$ indiqué sur le schéma il vient :

$$\vec{a}(t)\begin{cases} a_x(t) = g_x = 0 \\ a_z(t) = g_z = -g \end{cases}$$

Q2- Montrer que les équations horaires de son mouvement sont :

$$\overrightarrow{OM}(t)\begin{pmatrix} x(t) = v_0 \cdot cos(\alpha) \cdot t \\ z(t) = -\dfrac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 + v_0 \cdot sin(\alpha) \cdot t + H \end{pmatrix}$$

$\vec{a} = \dfrac{d\vec{v}}{dt}$ donc $a_x(t) = \dfrac{dv_x(t)}{dt}$ et $a_z(t) = \dfrac{dv_z(t)}{dt}$

Ainsi en primitivant on obtient $\vec{v}\begin{cases} v_x(t) = Cte_1 \\ v_z(t) = -g.t + Cte_2 \end{cases}$

On détermine les constantes avec les conditions initiales.

Coordonnées du vecteur vitesse initiale $\vec{v}_0$: $\vec{v}_0\begin{cases} v_{0x} = v_0.cos(\alpha) \\ v_{0z} = v_0.sin(\alpha) \end{cases}$

Compte tenu du vecteur vitesse initiale $\vec{v}_0 = \vec{v}(t=0)$ on a :

$v_0.cos(\alpha) = Cte_1$
$v_0.sin(\alpha) = 0 + Cte_2$

Finalement : $\vec{v}\begin{cases} v_x(t) = v_0.cos(\alpha) \\ v_z(t) = -g.t + v_0.sin(\alpha) \end{cases}$

À chaque instant $\vec{v} = \dfrac{d\overrightarrow{OM}}{dt}$ donc $v_x(t) = \dfrac{dx(t)}{dt}$ et $v_z(t) = \dfrac{dz(t)}{dt}$

En primitivant on obtient $\overrightarrow{OM}(t)\begin{cases} x(t) = v_0.cos(\alpha).t + Cte_3 \\ z(t) = -\dfrac{1}{2}g.t^2 + v_0.sin(\alpha).t + Cte_4 \end{cases}$

Conditions initiales, à $t = 0$ s, le projectile est au point M_0 de coordonnées ($x(0) = 0$; $z(0) = H$) donc :

$0 + Cte_3 = 0$
$0 + 0 + Cte_4 = H$

Finalement, on obtient les équations horaires $\overrightarrow{OM}\begin{cases} x(t) = v_0.cos(\alpha).t \\ z(t) = -\dfrac{1}{2}g.t^2 + v_0.sin(\alpha).t + H \end{cases}$

Q3. En déduire que l'équation de la trajectoire du centre de masse M peut s'écrire :

$$z(x) = -\frac{g}{2.v_0^2.cos^2(\alpha)}.x^2 + x.tan(\alpha) + H$$

$$t = \frac{x(t)}{v_0.cos(\alpha)}$$

$$z(x) = -\frac{1}{2}.g.\left(\frac{x}{v_0.cos(\alpha)}\right)^2 + v_0.sin(\alpha).\frac{x}{v_0.cos(\alpha)} + H$$

$$z(x) = -\frac{g}{2.v_0^2.cos^2(\alpha)}.x^2 + x.tan(\alpha) + H$$

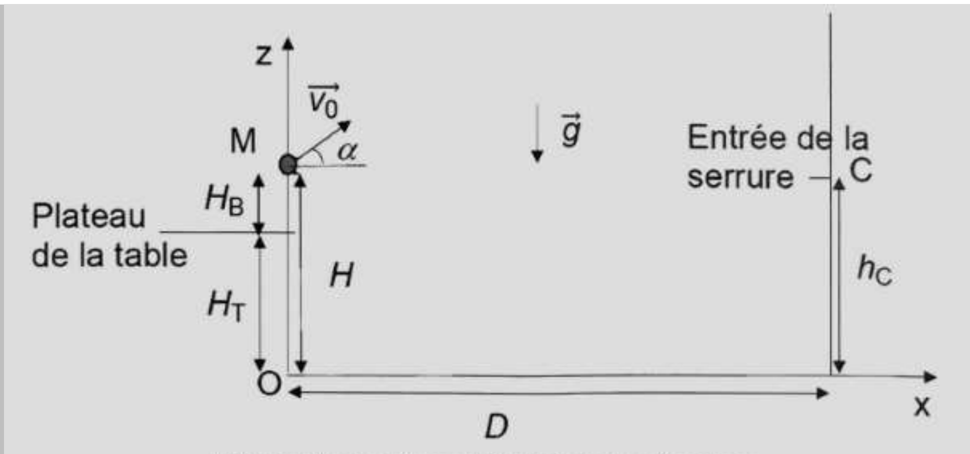


Figure 2 : Schéma détaillé de la situation

La serrure se débloque si le centre de masse M du projectile passe par le centre C de l'entrée de la serrure.

Q4- Déterminer et calculer la valeur de la hauteur H_T de la table à régler pour débloquer la serrure.

Pour répondre à cette question, le candidat est invité à prendre des initiatives et à présenter la démarche suivie, même si elle n'a pas abouti. La démarche est évaluée et nécessite d'être correctement présentée.

Données :

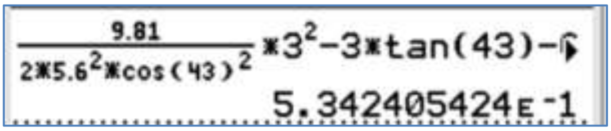
- Intensité de la pesanteur : $g = 9{,}81\ m \cdot s^{-2}$
- Masse du projectile : $m = 100$ g
- Angle d'inclinaison fixe du canon par rapport à l'horizontale : $\alpha = 43{,}0°$
- Valeur de la vitesse initiale du projectile : $v_0 = 5{,}60\ m \cdot s^{-1}$
- Distance entre la table et la serrure : $D = 3{,}00$ m
- Hauteur entre la sortie du canon et le dessus de la table : $H_B = 30{,}0$ cm
- Hauteur entre le sol et l'entrée de la serrure : $h_C = 1{,}00$ m
- Hauteur de la table : H_T
- Hauteur entre la sortie du canon et le sol : $H = H_T + H_B$

Pour $x = D$, il faut que $z = h_C$ et on a $H = H_B + H_T$

$$z(D) = -\frac{g}{2.v_0^2.cos^2(\alpha)}.D^2 + D.tan(\alpha) + H_B + H_T = h_C$$

On isole H_T.

$$H_T = \frac{g}{2.v_0^2.cos^2(\alpha)}.D^2 - D.tan(\alpha) - H_B + h_C$$



$$H_T = \frac{9{,}81}{2 \times 5{,}60^2 \times cos^2(43)} \times 3{,}00^2 - 3{,}00 \times tan(43) - 0{,}300 + 1{,}00$$ = 0,53 m = 53 cm

Attention calculatrice en degrés.

Partie 2- Résistance à régler

Pour obtenir un indice nécessaire à la poursuite du jeu, les joueurs doivent ouvrir un coffre- fort. Ce dernier ne s'ouvre que si l'aiguille d'une horloge initialement mise à 0 s'arrête sur la graduation 14 s du cadran.

La durée de rotation de l'aiguille est commandée par un circuit électrique dont le schéma est donné sur la figure 3 ci-après. L'objectif pour les participants est de déterminer la valeur *R* du conducteur ohmique pour que l'aiguille se déplace pendant exactement 14 s. Ils choisissent *R* grâce à une résistance variable. Tout échec réinitialise l'horloge à la position 0.

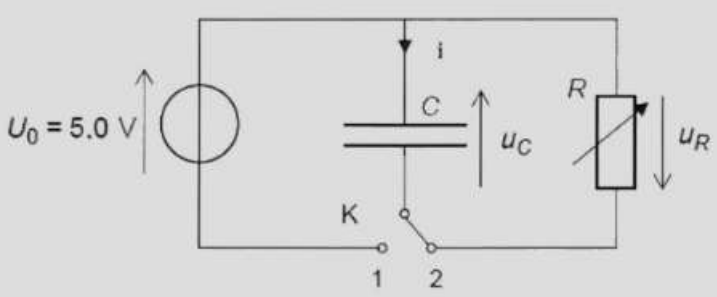


Figure 3 : Schéma du circuit électrique

Le condensateur est initialement chargé : sa tension vaut U_0 = 5,0 V. À *t* = 0 s, on bascule l'interrupteur K de la position 1 à la position 2 : le condensateur de capacité *C* = 47 µF se décharge au travers d'un conducteur ohmique de résistance R de valeur ajustable.

La rotation de l'aiguille débute lorsque u_c = 4,0 V et s'arrête lorsque u_c = 1,0 V.

Q5- Montrer que l'équation différentielle modélisant l'évolution de la tension u_c aux bornes du condensateur lors de sa décharge s'écrit :

$$\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{\tau} \cdot u_C = 0$$

où τ est une constante de temps dont on donnera l'expression en fonction de *R* et de *C*.

D'après la loi des mailles : 0 = $u_R + u_C$ *Citer les lois utilisées.*

D'après la loi d'Ohm $u_R = R.i$.

0 = $R.i + u_C$

Par définition $i = \frac{dq}{dt}$, or $q = C.u_C$ avec *C* constante ainsi $i = C.\frac{du_C}{dt}$.

$0 = R.C.\frac{du_C}{dt} + u_C$

On divise par *R.C*.

$$0 = \frac{du_C}{dt} + \frac{1}{R.C}.u_C$$

Par analogie avec $\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{\tau} \cdot u_C = 0$, on obtient $R.C = \tau$.

Q6- Vérifier que cette équation différentielle admet une solution de la forme : $u_C(t) = A \cdot exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$ où *A* est une constante dont on donnera l'expression en fonction des paramètres du circuit électrique.

Méthode 1 : Si $u_C(t) = A.e^{-\frac{t}{\tau}}$ est solution de l'équation différentielle alors on doit vérifier l'égalité $0 = \frac{du_C}{dt} + \frac{1}{\tau}.u_C$.

Exprimons $\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{\tau}.u_C = -\frac{A}{\tau}.e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{1}{\tau}.A.e^{-\frac{t}{\tau}}$

On constate qu'effectivement $\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{\tau}.u_C$ = 0, la solution proposée convient.

La solution proposée donne à la date t = 0, $u_C(t=0) = A.e^{-\frac{0}{\tau}} = A$.
Or à la date t = 0 s, le condensateur est chargé et $u_C(0) = U_0$.
Donc $A = U_0$.

La solution est $u_C(t) = U_0.e^{-\frac{t}{\tau}}$.

Méthode 2 : $0 = \frac{du_C(t)}{dt} + \frac{1}{\tau}.u_C(t)$ s'écrit $\frac{du_C(t)}{dt} = -\frac{1}{\tau}.u_C(t)$ soit de la forme $y' = a.y$ qui admet pour solution $y = A.e^{ax}$, soit $u_C(t) = A.e^{-\frac{1}{\tau}.t}$.

On détermine A avec les conditions initiales, à t = 0 s le condensateur est chargé alors $u_C(t) = U_0$.

$u_C(0) = A.e^{-\frac{1}{\tau}\times 0} = U_0$ donc $A = U_0$. La solution est bien $u_C(t) = U_0.e^{-\frac{t}{\tau}}$.

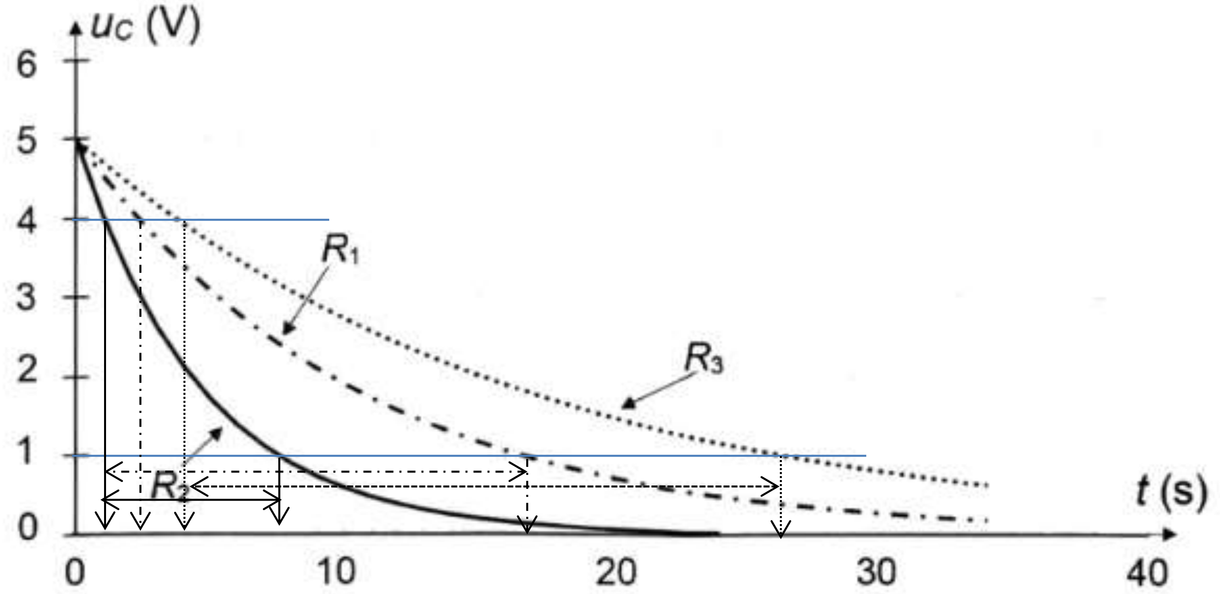


Figure 4 : Courbes de décharge du condensateur de capacité C = 47 µF

Q7- Déterminer laquelle des trois courbes de décharge (annotées R_1, R_2, R_3) correspond à la durée correcte de commande de rotation de l'aiguille pour ouvrir le coffre.
La démarche sera présentée sur la figure de l'ANNEXE À RENDRE AVEC LA COPIE.

La rotation de l'aiguille débute lorsque u_c = 4,0 V et s'arrête lorsque u_c = 1,0 V, et il doit s'écouler 14 s entre ces deux valeurs de u_C.
On élimine R_2 qui donne une durée trop courte et R_3 qui donne une durée trop longue.
On retient donc la courbe de R_1.

Q8- Déduire de la courbe choisie la valeur correspondante de la constante de temps de décharge τ.
La démarche sera présentée sur la figure de l'ANNEXE À RENDRE AVEC LA COPIE.

Pour $t = \tau$, $u_C(\tau) = 0{,}37 \cdot U_0$

$u_C(\tau) = 0{,}37 \times 5{,}0 = 1{,}85$ V.

Sur la courbe de R_1, on lit l'abscisse du point d'ordonnée $u_C = 1{,}85$ V.

On trouve $\tau = 10$ s.

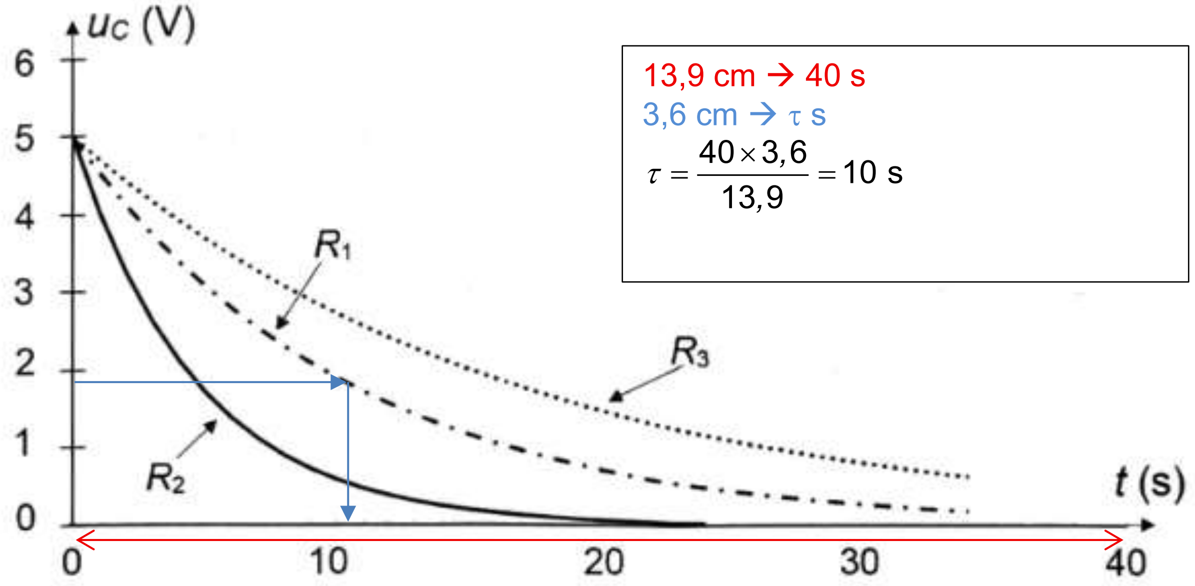


Figure 4 : Courbes de décharge du condensateur de capacité C = 47 µF

Q9- Calculer la valeur de la résistance R du conducteur ohmique que les joueurs doivent choisir pour ouvrir le coffre.

$\tau = R \cdot C$

Donc $R = \dfrac{\tau}{C}$

$$R = \frac{10}{47 \times 10^{-6}} = 2{,}1 \times 10^{5}\,\Omega$$

Partie 3 - Cellules à éclairer

Cinq cellules photosensibles se trouvent dans le fond d'une boîte noire dans laquelle un laser rouge se propage. Le rayon lumineux y pénètre en traversant deux petites fentes d'écartement *b* réglable une fois que l'obturateur coulissant est retiré (figure 5). Une alternance de zones sombres et lumineuses apparaît sur le fond de la boîte (figure 6). Une clé sera délivrée lorsque le centre de chaque cellule photosensible recevra la lumière du laser.

Q10- Nommer le phénomène physique responsable de l'existence de l'alternance des zones sombres et lumineuses sur le fond de la boîte.

Il s'agit du phénomène d'interférences.

Q11- Définir une interfrange *i*.

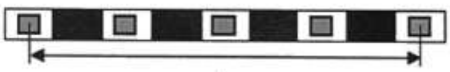
L'interfrange est la plus petite distance entre deux franges sombres ou entre deux franges lumineuses.

Q12- Déterminer la valeur de l'écartement *b* des fentes à régler pour délivrer la clé.

Pour répondre à cette question, le candidat est invité à prendre des initiatives et à présenter la démarche suivie, même si elle n'a pas abouti. La démarche est évaluée et nécessite d'être correctement présentée.

__Données__ :

- Valeur de la longueur d'onde du laser : λ = 650 nm
- Distance entre les fentes et les cellules photosensibles : D = 30 cm
- Distance entre le centre de la première cellule et celui de la cinquième : ℓ = 2,0 cm
- Expression de l'interfrange $i = \frac{\lambda \cdot D}{b}$



ℓ

ℓ = 4 i donc il faut que $i = \frac{\ell}{4}$ or $i = \frac{\lambda \cdot D}{b}$ donc $\frac{\ell}{4} = \frac{\lambda \cdot D}{b}$ soit $b = \frac{4\lambda \cdot D}{\ell}$

$$b = \frac{4 \times 650 \times 10^{-9} \times 0{,}30}{2{,}0 \times 10^{-2}} = 3{,}9 \times 10^{-5}\text{m} = 39\ \mu\text{m}$$

Cette valeur semble assez faible et donc difficile à régler. La clé sera bien méritée.

Merci de nous signaler la présence d'éventuelles erreurs à labolycee@labolycee.org.

Exercice 2 – Datation (4 points)

Données :

- Écriture conventionnelle de noyaux atomiques :

Noyau	Rubidium 86	Rubidium 87	Strontium 86	Strontium 87
Écriture conventionnelle	$^{86}_{37}Rb$	$^{87}_{37}Rb$	$^{86}_{38}Sr$	$^{87}_{38}Sr$

- Demi-vie du rubidium 87 : $t_{1/2} = 4{,}88 \times 10^{10}$ ans

Une analyse des minéraux présents dans l'échantillon de roche lunaire a décelé la présence de noyaux de rubidium 87, de strontium 86 et de strontium 87.

Q1. Choisir, en justifiant, la paire de noyaux atomiques isotopes parmi celles données ci-après : ($^{86}_{37}Rb$; $^{86}_{38}Sr$) ou ($^{86}_{38}Sr$; $^{87}_{38}Sr$).

Des noyaux isotopes possèdent le **même nombre de protons *Z*** mais un nombre de neutrons différent donc un **nombre de masse *A* différent**.

Paire ($^{86}_{37}Rb$; $^{86}_{38}Sr$) : les nombres Z sont différents $37 \neq 38$.

Paire ($^{86}_{38}Sr$; $^{87}_{38}Sr$) : les nombres Z sont identiques (38). Ce sont donc des **noyaux isotopes**.

Le rubidium 87 se désintègre spontanément en strontium 87 qui est un noyau stable.

Q2. Écrire l'équation de la réaction de désintégration du rubidium 87 en strontium 87.

$^{87}_{37}Rb \rightarrow ^{87}_{38}Sr + ^{A}_{Z}X$.

En appliquant les lois de conservation de Soddy :

Conservation du nombre de charge : 37 = 38 + Z donc **Z = –1**.

Conservation du nombre de masse : 87 = 87 + A donc **A = 0**.

Ainsi : $\boxed{^{87}_{37}Rb \rightarrow ^{87}_{38}Sr + ^{0}_{-1}e}$.

Q3. En déduire le nom de la particule émise et le type de radioactivité mis en jeu.

La particule émise est un électron ($^{0}_{-1}e$). Il s'agit d'une radioactivité β^-.

Le nombre N($^{87}_{37}Rb$) 87 de noyaux de rubidium 87 contenu dans un minéral de roche suit la loi de décroissance radioactive :

$$N\left(^{87}_{37}Rb\right) = N_0\left(^{87}_{37}Rb\right) \times \exp(-\lambda t) \quad \text{(relation 1)}$$

où λ est la constante radioactive du rubidium 87 et $N_0\left(^{87}_{37}Rb\right)$ est le nombre de noyaux de rubidium 87 initialement présent dans le minéral.

Q4. Donner une définition du temps de demi-vie $t_{1/2}$ d'un isotope radioactif.

Le temps de demi-vie $t_{1/2}$ est la durée pour laquelle la moitié des noyaux radioactifs initialement présents dans un échantillon se sont désintégrés.

Ainsi $N(t_{1/2}) = \dfrac{N_0}{2}$.

Q5. Montrer, à partir de la relation 1, que le temps de demi-vie $t_{1/2}$ et la constante radioactive λ sont liés par la relation : $\lambda = \frac{\ln(2)}{t_{1/2}}$.

On a : $N(t_{1/2}) = \frac{N_0}{2}$

$\Leftrightarrow N_0 \cdot \exp(-\lambda t_{1/2}) = \frac{N_0}{2}$

$\Leftrightarrow \exp(-\lambda t_{1/2}) = \frac{1}{2}$

En prenant le logarithme népérien des deux côtés de l'égalité :

$\Leftrightarrow \ln(\exp(-\lambda t_{1/2})) = \ln\left(\frac{1}{2}\right)$

$\Leftrightarrow -\lambda t_{1/2} = \ln\left(\frac{1}{2}\right)$

$\Leftrightarrow -\lambda t_{1/2} = -\ln(2)$ car $\ln\left(\frac{1}{2}\right) = \ln(1) - \ln(2) = -\ln(2)$

Finalement : $\boxed{\lambda = \frac{\ln(2)}{t_{1/2}}}$.

Dans le minéral isolé étudié, la teneur en rubidium 87 diminue au cours du temps et celle en strontium 87 augmente. Le strontium 86, qui n'est pas radioactif, reste stable et est utilisé comme isotope de référence. L'analyse de huit échantillons de la roche lunaire rapportée de la mission Apollo 17 a permis d'obtenir huit valeurs de rapports isotopiques. La figure 1 ci-après représente l'évolution du rapport **y** = $\frac{N\left({}^{87}_{38}\mathrm{Sr}\right)}{N\left({}^{86}_{38}\mathrm{Sr}\right)}$ en fonction du rapport **x** = $\frac{N\left({}^{87}_{37}\mathrm{Rb}\right)}{N\left({}^{86}_{38}\mathrm{Sr}\right)}$ pour ces huit échantillons.

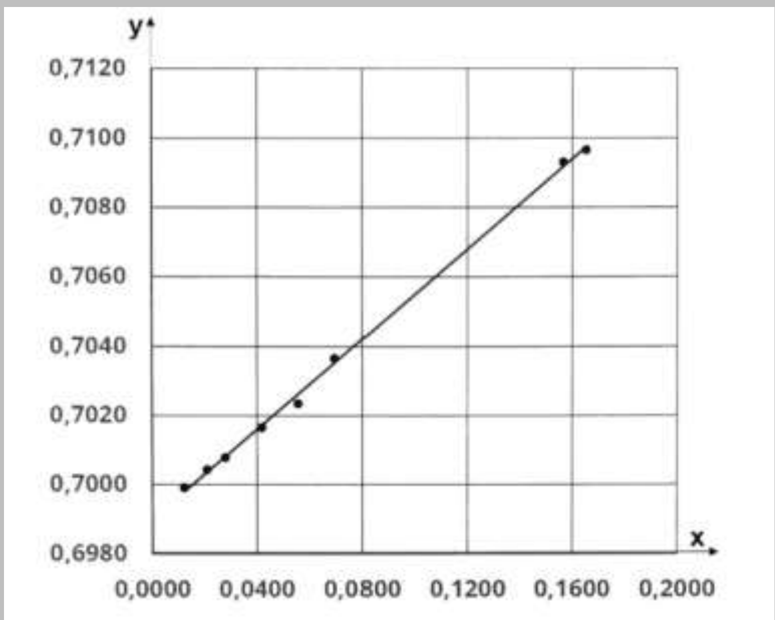


Figure 1 : Évolution du rapport y = $\frac{N\left({}^{87}_{38}\mathrm{Sr}\right)}{N\left({}^{86}_{38}\mathrm{Sr}\right)}$ **en fonction du rapport x =** $\frac{N\left({}^{87}_{37}\mathrm{Rb}\right)}{N\left({}^{86}_{38}\mathrm{Sr}\right)}$

D'après https%ntrs.nasa.gov/api/citations/19940019585/downloads/19940019585.pdf

La datation par la méthode rubidium – strontium repose sur l'exploitation de deux relations :

- l'équation de modélisation de l'évolution présentée sur la figure 1 :

y = 0,0650 × **x** + 0,6990

- la relation théorique entre les rapports isotopiques :

$$\frac{N\left({}^{87}_{38}\text{Sr}\right)}{N\left({}^{86}_{38}\text{Sr}\right)} = \left(\exp\left(\lambda \cdot t_R\right) - 1\right) \times \frac{N\left({}^{87}_{37}\text{Rb}\right)}{N\left({}^{86}_{38}\text{Sr}\right)} + \frac{N_0\left({}^{87}_{38}\text{Sr}\right)}{N_0\left({}^{86}_{38}\text{Sr}\right)}$$

où tR est l'âge de la roche contenant les minéraux étudiés et est la constante radioactive du rubidium 87.

Q6. Déterminer l'âge t_R de la roche prélevée sur la Lune en exploitant l'ensemble des données ci-dessus. Commenter.

Pour répondre à cette question, le candidat est invité à prendre des initiatives et à présenter la démarche suivie, même si elle n'a pas abouti. La démarche est évaluée et nécessite d'être correctement présentée.

On a :

y = 0,0650 × **x** + 0,6990

$$\mathbf{y} = \left(\exp\left(\lambda \cdot t_R\right) - 1\right) \times \mathbf{x} + \frac{N_0\left({}^{87}_{38}\text{Sr}\right)}{N_0\left({}^{86}_{38}\text{Sr}\right)}$$

Par identification des termes devant « **x** » : 0,0650 = $\exp\left(\lambda \cdot t_R\right) - 1$

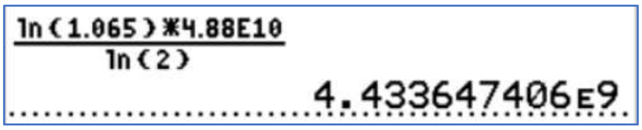
$\Leftrightarrow \exp\left(\lambda \cdot t_R\right) = 1{,}0650$

En prenant le logarithme népérien des deux côtés de l'égalité :

$\Leftrightarrow \ln\left(\exp(\lambda \cdot t_R)\right) = \ln\left(1{,}0650\right)$

$\Leftrightarrow \lambda \cdot t_R = \ln\left(1{,}0650\right)$

$\Leftrightarrow t_R = \dfrac{\ln\left(1{,}0650\right)}{\lambda}$



En utilisant la relation $\lambda = \dfrac{\ln(2)}{t_{1/2}}$ il vient : $\boxed{t_R = \dfrac{\ln\left(1{,}0650\right) \cdot t_{1/2}}{\ln\left(2\right)}}$.

$t_R = \dfrac{\ln\left(1{,}0650\right) \times 4{,}88 \times 10^{10}\,ans}{\ln\left(2\right)}$ = **4,43×10⁹ ans = 4,43 milliards d'années**.

La roche lunaire est vieille de plus de 4 milliards d'années soit un peu moins que l'âge de formation de la Terre estimé à 4,5 milliards d'années.

Merci de nous signaler d'éventuelles erreurs : labolycee@labolycee.org

Exercice 3 – Phytoremédiation (5 points)

Document — Protocole d'analyse

Un échantillon de 1 kg de terre contenant le cuivre est immergé dans 1 L d'eau. Après filtration, on obtient 1 L d'une solution notée S_0.
On prélève un volume V_1 = 50,0 mL de la solution S_0 que l'on place dans un erlenmeyer.
On y ajoute une solution d'iodure de potassium (K^+(aq), I^-(aq)) en excès. Il se forme un précipité d'iodure de cuivre CuI (s) selon l'équation de réaction :

$$2\ Cu^{2+}(aq) + 4\ I^-(aq) \rightarrow 2\ CuI(s) + I_2(aq)$$

Le diiode I_2(aq) formé par la réaction précédente est titré par une solution de thiosulfate de sodium (2 Na^+(aq), $S_2O_3^{2-}$(aq)) de concentration en quantité de matière $c_2 = 2{,}0 \times 10^{-2}$ mol·L^{-1}. L'équation de la réaction support du titrage s'écrit :

$$I_2(aq) + 2\ S_2O_3^{2-}(aq) \rightarrow 2\ I^-(aq) + S_4O_6^{2-}(aq)$$

Le volume de solution titrante versé pour atteindre l'équivalence est V_E = 15,0 mL.

Q1. Définir l'équivalence d'un titrage.

À l'équivalence, on a réalisé un mélange stœchiométrique des réactifs titrant et titré.

Q2. Déterminer, en justifiant, l'oxydant et le réducteur intervenant lors du titrage du diiode I_2 par les ions thiosulfate $S_2O_3^{2-}$.

L'équation support du titrage $I_2(aq) + 2\ S_2O_3^{2-}(aq) \rightarrow 2\ I^-(aq) + S_4O_6^{2-}(aq)$ permet d'écrire les deux demi-équations électroniques suivantes :
$I_2(aq) + 2\ e^- = 2\ I^-(aq)$ associé au couple $I_2(aq)$ / $I^-(aq)$ donc **I_2(aq) est l'oxydant**.
$2\ S_2O_3^{2-}(aq) = S_4O_6^{2-}(aq) + 2\ e^-$ associé au couple $S_4O_6^{2-}$ (aq) / $S_2O_3^{2-}$(aq) donc **$S_2O_3^{2-}$ (aq) est le réducteur**.
Revoir comment écrire une demi-équation d'oxydo-réduction avec https://edurl.fr/oxred

Q3. Donner, à l'équivalence, la relation entre la quantité de matière de diiode $n_1(I_2)$ et la quantité de matière des ions thiosulfate $n_E(S_2O_3^{2-})$.

À l'équivalence : $\boxed{\dfrac{n_1(I_2)}{1} = \dfrac{n_E(S_2O_3^{2-})}{2}}$.

Q4. Écrire la relation entre la quantité de matière de diiode formée $n_1(I_2)$ et celle des ions cuivre $n_0(Cu^{2+})$ présents dans le volume V_1. On pourra utiliser un tableau d'avancement.

L'équation : $2\ Cu^{2+}(aq) + 4\ I^-(aq) \rightarrow 2\ CuI(s) + I_2(aq)$ montre que 2 moles de Cu^{2+} forment 1 mole de I^-. On peut donc écrire la relation de stœchiométrie :

$$\frac{n_0(Cu^{2+})}{2} = \frac{n_1(I_2)}{1} \quad \Leftrightarrow \quad \boxed{n_1(I_2) = \frac{n_0(Cu^{2+})}{2}}$$

Remarque : en utilisant un tableau d'avancement

	$2\ Cu^{2+}(aq) + 4\ I^-(aq) \rightarrow 2\ CuI(s) +$	$I_2(aq)$
EI	n_0	0
EF	$n_0 - 2x_{max}$	$x_{max} = n_1$

Dans l'état final : $n_0 - 2x_{max} = 0$ soit $n_0 = 2x_{max}$ d'où $n_0 = 2n_1$

Q5. En déduire que la valeur de la quantité de matière d'ions cuivre contenue dans le volume V_1 est $n_0(Cu^{2+})$ = 3,0 × 10^{-4} mol.

On a : $n_0(Cu^{2+}) = 2n_1(I_2) = 2 \times \dfrac{n_E\left(S_2O_3^{2-}\right)}{2} = n_E\left(S_2O_3^{2-}\right)$.

D'où : $\boldsymbol{n_0(Cu^{2+}) = c_2 \cdot V_E}$

$\boldsymbol{n_0(Cu^{2+})}$ = 2,0 × 10^{-2} mol·L^{-1} × 15,0 ×10^{-3} L = **3,0 × 10^{-4} mol.**

Q6. Calculer la valeur de la masse $m(Cu^{2+})$ de cuivre présent dans 1 kg de terre viticole analysée.

V_1 = 50,0 mL de solution S_0 contient une masse de cuivre : $m_{50mL}(Cu^{2+}) = n_0(Cu^{2+}) \cdot M(Cu)$

Pour V_0 = 1,00 L de solution S_0 soit $V_0 = 20 \times V_1$ la masse de cuivre est :

$\boldsymbol{m(Cu^{2+})} = 20 \times m_{50mL}(Cu^{2+}) = \boldsymbol{20 n_0(Cu^{2+}) \cdot M(Cu)}$.

$\boldsymbol{m(Cu^{2+})}$ = 20 × 3,0 × 10^{-4} mol × 63,5 g·mol^{-1} = **0,38 g**.

```
20×3×10^-4×63.5
                         0.381
```

Q7. Déterminer la valeur du nombre minimum N_{min} de cycles de culture à réaliser pour atteindre la teneur limite en cuivre pour l'agriculture biologique.

Pour répondre à cette question, le candidat est invité à prendre des initiatives et à présenter la démarche suivie, même si elle n'a pas abouti. La démarche est évaluée et nécessite d'être correctement présentée.

La teneur limite maximale en cuivre dans un sol pour l'agriculture biologique est m_t = 150 mg par kg de terre.

La masse de cuivre extraite par les plantes par cycle de culture est : m_e = 90 mg par kg de terre.

La masse de cuivre dans 1 kg de terre testé est 381 mg. Il faut extraire 381 – 150 mg par kg.

Le nombre N de cycles de culture à réaliser pour atteindre la teneur limite en cuivre pour l'agriculture biologique est tel que :

1 cycle ⇔ 90 mg

N cycles ⇔ (381 – 150) mg

Soit : (381 – 150) mg = N × 90 mg

$N = \dfrac{(381-150)mg}{90mg}$ = **2,6.**

Le nombre de cycles doit être un entier. Ainsi, le nombre minimal de cycles de culture à réaliser pour atteindre la teneur limite en cuivre pour l'agriculture biologique est $\boldsymbol{N_{min} = 3}$.

Merci de nous signaler d'éventuelles erreurs : labolycee@labolycee.org