

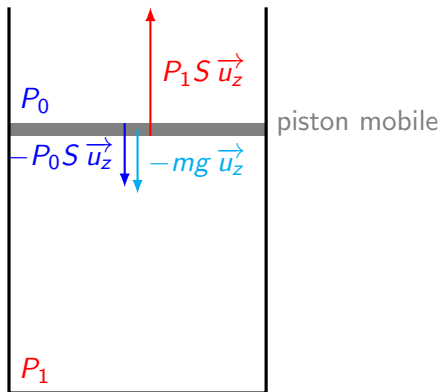
TD TH1 - Description d'un système à l'équilibre

© Jean Lallemand

Lycée des Eucalyptus, Nice

20 mars 2026

1.1



Force exercée par le gaz à l'intérieur de récipient sur le piston :

$$\vec{F}_1 = P_1 S \vec{u}_z$$

Force exercée par le gaz à l'intérieur de récipient sur le piston :

$$\vec{F}_1 = P_1 S \vec{u}_z$$

Force exercée par le gaz à l'extérieur de récipient sur le piston :

$$\vec{F}_2 = -P_0 S \vec{u}_z$$

Force exercée par le gaz à l'intérieur de récipient sur le piston :

$$\vec{F}_1 = P_1 S \vec{u}_z$$

Force exercée par le gaz à l'extérieur de récipient sur le piston :

$$\vec{F}_2 = -P_0 S \vec{u}_z$$

Poids du piston : $\vec{P} = -mg \vec{u}_z$

La PFD appliqué au piston à l'équilibre donne :

Force exercée par le gaz à l'intérieur de récipient sur le piston :

$$\vec{F}_1 = P_1 S \vec{u}_z$$

Force exercée par le gaz à l'extérieur de récipient sur le piston :

$$\vec{F}_2 = -P_0 S \vec{u}_z$$

Poids du piston : $\vec{P} = -mg \vec{u}_z$

La PFD appliqué au piston à l'équilibre donne :

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 - mg \vec{u}_z = \vec{0}$$

Force exercée par le gaz à l'intérieur de récipient sur le piston :

$$\vec{F}_1 = P_1 S \vec{u}_z$$

Force exercée par le gaz à l'extérieur de récipient sur le piston :

$$\vec{F}_2 = -P_0 S \vec{u}_z$$

Poids du piston : $\vec{P} = -mg \vec{u}_z$

La PFD appliqué au piston à l'équilibre donne :

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 - mg \vec{u}_z = \vec{0}$$

En projection sur l'axe (Oz) , on obtient :

Force exercée par le gaz à l'intérieur de récipient sur le piston :

$$\vec{F}_1 = P_1 S \vec{u}_z$$

Force exercée par le gaz à l'extérieur de récipient sur le piston :

$$\vec{F}_2 = -P_0 S \vec{u}_z$$

Poids du piston : $\vec{P} = -mg \vec{u}_z$

La PFD appliqué au piston à l'équilibre donne :

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 - mg \vec{u}_z = \vec{0}$$

En projection sur l'axe (Oz), on obtient :

$$P_1 S - P_0 S - mg = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{P_1 = P_0 + \frac{mg}{S}}$$

1.2 Pour un piston de masse nulle, on obtient :

1.2 Pour un piston de masse nulle, on obtient :

$$P_1 = P_0$$

1.3 En appliquant le même raisonnement que précédemment au système { piston + masse m' }, en notant P_2 la nouvelle valeur de la pression dans le récipient à l'équilibre, on obtient :

1.3 En appliquant le même raisonnement que précédemment au système { piston + masse m' }, en notant P_2 la nouvelle valeur de la pression dans le récipient à l'équilibre, on obtient :

$$P_2 = P_0 + \frac{(m + m')g}{S}$$

1.4 On cherche la valeur de m permettant d'avoir $P_1 = 2P_0$ dans l'enceinte :

1.4 On cherche la valeur de m permettant d'avoir $P_1 = 2P_0$ dans l'enceinte :

$$P_1 = 2P_0 = P_0 + \frac{mg}{S} \Rightarrow \boxed{m = \frac{P_0 S}{g} = \frac{P_0 \pi D^2}{4g}}$$

Application numérique :

1.4 On cherche la valeur de m permettant d'avoir $P_1 = 2P_0$ dans l'enceinte :

$$P_1 = 2P_0 = P_0 + \frac{mg}{S} \Rightarrow \boxed{m = \frac{P_0 S}{g} = \frac{P_0 \pi D^2}{4g}}$$

Application numérique :

$$m = \frac{10^5 \cdot \pi \cdot 0,2^2}{4 \cdot 9,8} = 320 \text{ kg}$$

2.1 En hiver, par une température extérieure de $T_1 = -10^\circ\text{C}$, un automobiliste règle la pression (relative) de ses pneus à $p_1 = 2 \text{ atm}$, pression préconisée par le constructeur. La pression atmosphérique est notée $P_0 = 1 \text{ atm} = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa} \approx 1 \text{ bar}$ et la température en été $T_2 = 30^\circ\text{C}$.

2.1 En hiver, par une température extérieure de $T_1 = -10^\circ\text{C}$, un automobiliste règle la pression (relative) de ses pneus à $p_1 = 2 \text{ atm}$, pression préconisée par le constructeur. La pression atmosphérique est notée $P_0 = 1 \text{ atm} = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa} \approx 1 \text{ bar}$ et la température en été $T_2 = 30^\circ\text{C}$. On note les pressions absolues avec un P majuscule et V le volume d'un pneu, système fermé de n moles d'air :

2.1 En hiver, par une température extérieure de $T_1 = -10^\circ\text{C}$, un automobiliste règle la pression (relative) de ses pneus à $p_1 = 2 \text{ atm}$, pression préconisée par le constructeur. La pression atmosphérique est notée $P_0 = 1 \text{ atm} = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa} \approx 1 \text{ bar}$ et la température en été $T_2 = 30^\circ\text{C}$. On note les pressions absolues avec un P majuscule et V le volume d'un pneu, système fermé de n moles d'air :

$$\text{En hiver : } P_1 V = nRT_1 \quad (1)$$

$$\text{En été : } P_2 V = nRT_2 \quad (2)$$

2.1 En hiver, par une température extérieure de $T_1 = -10^\circ\text{C}$, un automobiliste règle la pression (relative) de ses pneus à $p_1 = 2 \text{ atm}$, pression préconisée par le constructeur. La pression atmosphérique est notée $P_0 = 1 \text{ atm} = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa} \approx 1 \text{ bar}$ et la température en été $T_2 = 30^\circ\text{C}$. On note les pressions absolues avec un P majuscule et V le volume d'un pneu, système fermé de n moles d'air :

$$\text{En hiver : } P_1 V = nRT_1 \quad (1)$$

$$\text{En été : } P_2 V = nRT_2 \quad (2)$$

Puis (2)/(1) donne :

2.1 En hiver, par une température extérieure de $T_1 = -10^\circ\text{C}$, un automobiliste règle la pression (relative) de ses pneus à $p_1 = 2 \text{ atm}$, pression préconisée par le constructeur. La pression atmosphérique est notée $P_0 = 1 \text{ atm} = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa} \approx 1 \text{ bar}$ et la température en été $T_2 = 30^\circ\text{C}$. On note les pressions absolues avec un P majuscule et V le volume d'un pneu, système fermé de n moles d'air :

$$\text{En hiver : } P_1 V = nRT_1 \quad (1)$$

$$\text{En été : } P_2 V = nRT_2 \quad (2)$$

Puis (2)/(1) donne :

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow P_2 = P_1 \frac{T_2}{T_1} \quad \text{avec } P_2 = p_2 + P_0 \text{ et } P_1 = p_1 + P_0$$

2.1 En hiver, par une température extérieure de $T_1 = -10^\circ\text{C}$, un automobiliste règle la pression (relative) de ses pneus à $p_1 = 2 \text{ atm}$, pression préconisée par le constructeur. La pression atmosphérique est notée $P_0 = 1 \text{ atm} = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa} \approx 1 \text{ bar}$ et la température en été $T_2 = 30^\circ\text{C}$. On note les pressions absolues avec un P majuscule et V le volume d'un pneu, système fermé de n moles d'air :

$$\text{En hiver : } P_1 V = nRT_1 \quad (1)$$

$$\text{En été : } P_2 V = nRT_2 \quad (2)$$

Puis (2)/(1) donne :

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow P_2 = P_1 \frac{T_2}{T_1} \quad \text{avec } P_2 = p_2 + P_0 \text{ et } P_1 = p_1 + P_0$$

$$\Rightarrow p_2 = (p_1 + P_0) \frac{T_2}{T_1} - P_0 = 3 \cdot \frac{273 + 30}{273 - 10} - 1 = 2,5 \text{ bar}$$

2.2 La variation de pression relative Δp est :

2.2 La variation de pression relative Δp est :

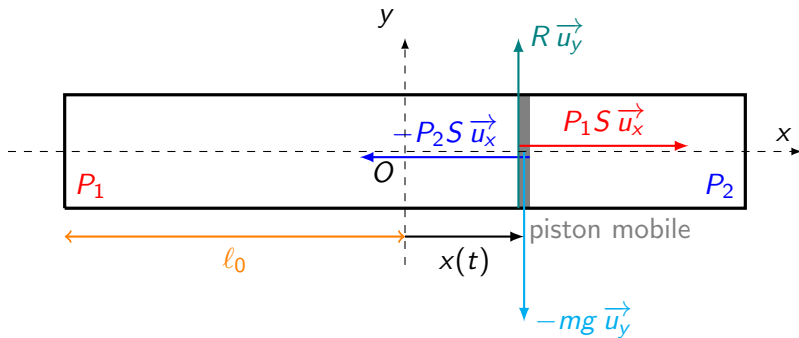
$$\Delta p = p_2 - p_1 = 2,5 - 2 = 0,5 \text{ bar}$$

2.2 La variation de pression relative Δp est :

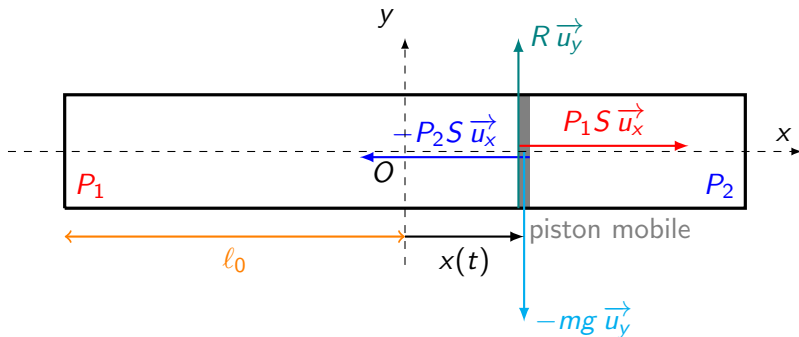
$$\Delta p = p_2 - p_1 = 2,5 - 2 = 0,5 \text{ bar}$$

Il conviendrait de réduire la pression des pneus...

3.1

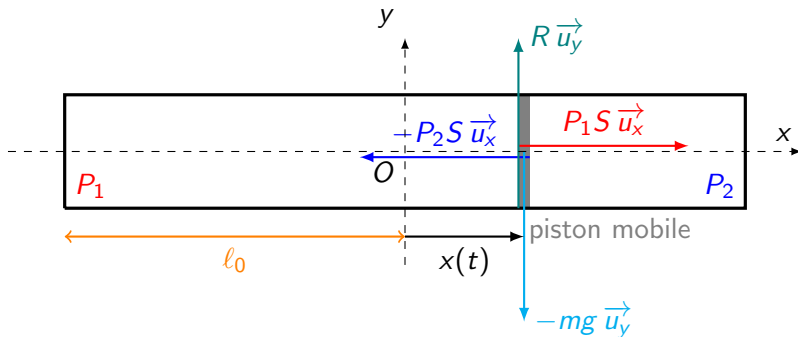


3.1



Force exercée par le gaz du compartiment 1 (de gauche) sur le piston : $\vec{F}_1 = P_1 S \vec{u}_x$

3.1



Force exercée par le gaz du compartiment 1 (de gauche) sur le piston : $\vec{F}_1 = P_1 S \vec{u}_x$

Force exercée par le gaz du compartiment 2 (de droite) sur le piston : $\vec{F}_2 = -P_2 S \vec{u}_x$

3.2 Le PFD en projection sur l'axe (Ox) nous donne :

3.2 Le PFD en projection sur l'axe (Ox) nous donne :

$$m\ddot{x}(t) = P_1S - P_2S$$

3.2 Le PFD en projection sur l'axe (Ox) nous donne :

$$m\ddot{x}(t) = P_1 S - P_2 S$$

$$\text{avec } P_1 = \frac{nRT_0}{V_1} = \frac{nRT_0}{S(\ell_0 + x(t))} \text{ et } P_2 = \frac{nRT_0}{V_2} = \frac{nRT_0}{S(\ell_0 - x(t))}$$

3.2 Le PFD en projection sur l'axe (Ox) nous donne :

$$m\ddot{x}(t) = P_1 S - P_2 S$$

$$\text{avec } P_1 = \frac{nRT_0}{V_1} = \frac{nRT_0}{S(\ell_0 + x(t))} \text{ et } P_2 = \frac{nRT_0}{V_2} = \frac{nRT_0}{S(\ell_0 - x(t))}$$

$$\Rightarrow m\ddot{x}(t) = nRT_0 \left(\frac{1}{\ell_0 + x(t)} - \frac{1}{\ell_0 - x(t)} \right)$$

3.2 Le PFD en projection sur l'axe (Ox) nous donne :

$$m\ddot{x}(t) = P_1 S - P_2 S$$

$$\text{avec } P_1 = \frac{nRT_0}{V_1} = \frac{nRT_0}{S(\ell_0 + x(t))} \text{ et } P_2 = \frac{nRT_0}{V_2} = \frac{nRT_0}{S(\ell_0 - x(t))}$$

$$\Rightarrow m\ddot{x}(t) = nRT_0 \left(\frac{1}{\ell_0 + x(t)} - \frac{1}{\ell_0 - x(t)} \right)$$

$$\Rightarrow m\ddot{x}(t) = nRT_0 \left(\frac{\ell_0 - x(t)}{(\ell_0 + x(t))(\ell_0 - x(t))} - \frac{\ell_0 + x(t)}{(\ell_0 + x(t))(\ell_0 - x(t))} \right)$$

3.2 Le PFD en projection sur l'axe (Ox) nous donne :

$$m\ddot{x}(t) = P_1 S - P_2 S$$

$$\text{avec } P_1 = \frac{nRT_0}{V_1} = \frac{nRT_0}{S(\ell_0 + x(t))} \text{ et } P_2 = \frac{nRT_0}{V_2} = \frac{nRT_0}{S(\ell_0 - x(t))}$$

$$\Rightarrow m\ddot{x}(t) = nRT_0 \left(\frac{1}{\ell_0 + x(t)} - \frac{1}{\ell_0 - x(t)} \right)$$

$$\Rightarrow m\ddot{x}(t) = nRT_0 \left(\frac{\ell_0 - x(t)}{(\ell_0 + x(t))(\ell_0 - x(t))} - \frac{\ell_0 + x(t)}{(\ell_0 + x(t))(\ell_0 - x(t))} \right)$$

$$\Rightarrow m\ddot{x}(t) = nRT_0 \left(\frac{-2x(t)}{\ell_0^2 - x^2(t)} \right) \text{ avec } nRT_0 = P_0 V_0 = P_0 S \ell_0$$

3.3 Si $x(t) \ll \ell_0$ alors $\ell_0^2 - x^2(t) \approx \ell_0^2$ et l'équation du mouvement devient :

3.3 Si $x(t) \ll \ell_0$ alors $\ell_0^2 - x^2(t) \approx \ell_0^2$ et l'équation du mouvement devient :

$$m\ddot{x}(t) = P_0 S \ell_0 \left(\frac{-2x(t)}{\ell_0^2} \right) \Leftrightarrow \ddot{x}(t) + \underbrace{\frac{2P_0 S}{m\ell_0}}_{\omega_0^2} x(t) = 0$$

3.3 Si $x(t) \ll \ell_0$ alors $\ell_0^2 - x^2(t) \approx \ell_0^2$ et l'équation du mouvement devient :

$$m\ddot{x}(t) = P_0 S \ell_0 \left(\frac{-2x(t)}{\ell_0^2} \right) \Leftrightarrow \ddot{x}(t) + \underbrace{\frac{2P_0 S}{m\ell_0}}_{\omega_0^2} x(t) = 0$$

Le piston a un mouvement sinusoïdal de pulsation $\omega_0 = \sqrt{\frac{2P_0 S}{m\ell_0}}$.

4.1 La vitesse quadratique moyenne s'exprime en fonction de la température :

4.1 La vitesse quadratique moyenne s'exprime en fonction de la température :

$$u = \sqrt{\frac{3k_B T}{m}} \text{ avec } m = \frac{M}{\mathcal{N}_A} \text{ et } k_B \mathcal{N}_A = R$$

On en déduit :

4.1 La vitesse quadratique moyenne s'exprime en fonction de la température :

$$u = \sqrt{\frac{3k_B T}{m}} \text{ avec } m = \frac{M}{N_A} \text{ et } k_B N_A = R$$

On en déduit :

$$u = \sqrt{\frac{3k_B N_A T}{M}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

4.1 La vitesse quadratique moyenne s'exprime en fonction de la température :

$$u = \sqrt{\frac{3k_B T}{m}} \text{ avec } m = \frac{M}{N_A} \text{ et } k_B N_A = R$$

On en déduit :

$$u = \sqrt{\frac{3k_B N_A T}{M}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

On calcule à $T = 298 \text{ K}$:

4.1 La vitesse quadratique moyenne s'exprime en fonction de la température :

$$u = \sqrt{\frac{3k_B T}{m}} \text{ avec } m = \frac{M}{N_A} \text{ et } k_B N_A = R$$

On en déduit :

$$u = \sqrt{\frac{3k_B N_A T}{M}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

On calcule à $T = 298 \text{ K}$:

$$u_{H_2} = 1,9 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1} \text{ et } u_{O_2} = 0,48 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$$

4.2 On calcule la vitesse de libération sur Terre :

4.2 On calcule la vitesse de libération sur Terre :

$$v_{lib} = 11 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$$

4.3 On constate que $u_{H_2} < v_{lib}$ alors que $u_{O_2} \ll v_{lib}$, les molécules de H_2 auront une probabilité très faible de se libérer de l'attraction terrestre, ainsi dans le temps sa concentration dans l'atmosphère diminuera et il en est d'ailleurs quasiment absent de nos jours, alors que O_2 n'a aucune chance de pouvoir se libérer de l'attraction terrestre (ouf!).

4.4 On calcule la vitesse de libération sur la Lune :

4.4 On calcule la vitesse de libération sur la Lune :

$$v'_{lib} = 2,4 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$$

4.4 On calcule la vitesse de libération sur la Lune :

$$v'_{lib} = 2,4 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$$

Cette vitesse de libération est trop faible, ce qui explique que la Lune n'a pas d'atmosphère.