

Devoir surveillé de chimie n°3

Samedi 15 Novembre 2025

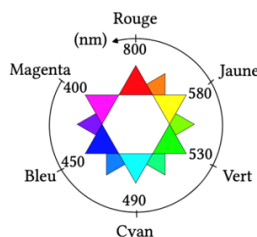
Durée : 1h30

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée pour cette épreuve

Problème 1 : dosage de l'acide salicylique dans les feuilles de blé

Données pour l'ensemble du problème 1

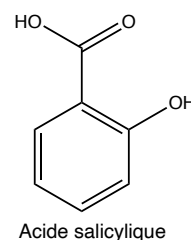
Cercle chromatique :



Constante thermodynamique à 298 K :

Constante de solubilité de $\text{Fe}(\text{OH})_3$ $K_s(\text{Fe}(\text{OH})_3) = 6,8 \times 10^{-38}$
Produit ionique de l'eau $K_e = 1,0 \times 10^{-14}$

L'une des maladies les plus dévastatrices des plants de blé est la rouille des feuilles. Cette maladie se développe après une infection de *Puccinia tritici* f. sp. *tritici*. Une propriété remarquable des plants de blé est qu'après une première infection, un mécanisme de défense est enclenché pour les rendre résistants à de futures infections. Cette propriété est connue sous le nom de *résistance systémique acquise*.



L'équipe de chercheurs autour de El-Alwany¹ et A.Banni s'est intéressé à cette propriété. Elle a cherché à déterminer si l'acide salicylique (ci-contre) produit par les plants de blé, lors d'une infection, est impliqué dans la résistance systémique acquise.

Pour mener cette étude, une quantification de l'acide salicylique présent dans les plants de blé est nécessaire. Un dosage suivi par spectrophotométrie du complexe formé par la réaction entre l'acide salicylique et les ions Fe^{3+} est envisagé.

Étude du cation fer (III) Fe^{3+}

L'élément fer se trouve à la quatrième période et la huitième colonne du tableau périodique.

1. En déduire la configuration électronique de valence à l'état fondamental d'un atome de fer.

Pour réaliser le dosage suivi par spectrophotométrie de l'acide salicylique, il est indispensable d'éviter la formation d'hydroxyde de fer, $\text{Fe}(\text{OH})_3(\text{s})$. La concentration en quantité de matière C_{Fe} en ions Fe^{3+} de la solution est égale à $0,10 \text{ mol L}^{-1}$.

2. Écrire l'équation de la réaction de précipitation de l'hydroxyde de fer, $\text{Fe}(\text{OH})_3(\text{s})$.
3. En détaillant la méthode et les hypothèses associées, établir l'expression de la valeur du pH de début de précipitation de $\text{Fe}(\text{OH})_3(\text{s})$ dans la solution étudiée. Calculer la valeur numérique associée. En déduire le domaine de pH dans lequel il faut se placer pour réaliser le dosage.

¹ Spectrophotometric Quantification of Endogenous Salicylic Acid in Priming Wheat Tissue with Puccinia Tritici F. Sp. Tritici, El-Alwany & Banni. Alq J Med App Sci. 2022 ;5(1):119-125

Équation de la réaction modélisant la formation du complexe

L'acide salicylique est un diacide qui est noté AH_2 pour cette étude. Lorsqu'une solution acidifiée d'ions Fe^{3+} est mélangée à une solution aqueuse d'acide salicylique, il se forme un complexe de formule $[\text{Fe}(\text{AH})]^{2+} (\text{aq})$. Pour cette étude, cette transformation sera supposée unique et quantitative.

4. Écrire l'équation de formation de l'ion complexe $[\text{Fe}(\text{AH})]^{2+}$ à partir d'acide salicylique AH_2 et d'ions Fe^{3+} .

Préparation au dosage de l'acide salicylique AH_2 en solution aqueuse

Afin de réaliser le dosage par étalonnage, une première étude des propriétés spectroscopiques du complexe est mise en œuvre à l'aide du protocole suivant.

- Une solution S est préparée en ajoutant 2,0 mL d'une solution de couleur jaune d'ions Fe^{3+} de concentration en quantité de matière égale à $0,10 \text{ mol L}^{-1}$ à 10 mL d'une solution d'acide salicylique de concentration en quantité de matière égale à $1,0 \times 10^{-3} \text{ mol L}^{-1}$.
- Une solution de référence R est préparée en mélangeant 2,0 mL de la solution d'ions Fe^{3+} à 10,0 mL d'eau. La solution R est de couleur jaune.

Avant d'enregistrer le spectre d'absorption de la solution S, un blanc est réalisé en utilisant la solution de référence R.

5. Calculer les quantités de matière introduites des ions Fe^{3+} et de l'acide salicylique. Expliquer en quoi la mesure de la concentration en quantité de matière du complexe permet le dosage de l'acide salicylique en solution.
6. En détaillant le raisonnement, expliquer la nécessité de réaliser un blanc. Justifier le choix de la solution R pour cette opération et non l'eau distillée.

Afin de réaliser un dosage par étalonnage, il convient de travailler au maximum d'absorption soit $\lambda_{\text{travail}} = 535 \text{ nm}$.

7. Indiquer la couleur d'une solution aqueuse contenant le complexe étudié. Justifier.
8. Expliquer le choix de se placer au maximum d'absorption pour réaliser le dosage par étalonnage.

Étude du rôle de l'acide salicylique AH_2 dans la résistance systémique acquise des plants de blé

Afin de déterminer si l'acide salicylique AH_2 est responsable d'une résistance systémique acquise des plants de blé, l'équipe de El-Alwany et Banni a cherché à étudier le comportement vis-à-vis d'une infection pour des plants de blé ayant déjà été infectés et des plants de blé sains.

L'existence d'une première infection des plants peut être simulée par un apport extérieur d'acide salicylique AH_2 par pulvérisation des feuilles. Dans le cas d'une pulvérisation, l'assimilation de l'acide salicylique par les feuilles des plants est considérée comme rapide.

Le protocole expérimental de cette étude est décrit ci-après.

Plants traités par l'acide salicylique (Plants AS)	Plants témoins (Plants T)
1. Préparation : Dans un bloc de culture, une solution d'acide salicylique ($1,00 \text{ mmol} \cdot \text{L}^{-1}$) est pulvérisée sur les plants AS.	1. Préparation : Dans un bloc de culture, de l'eau distillée est pulvérisée sur les plants T témoins.
2. Inoculation par pulvérisation : Les feuilles des plants AS sont inoculées par pulvérisation de <i>Puccinia triticina f. sp.</i>	2. Inoculation par pulvérisation : Les feuilles des plants T témoins sont inoculées par pulvérisation de <i>Puccinia triticina f. sp.</i>
3. Attente de N jours d'incubation.	
4. Extraction de l'acide salicylique dans les feuilles après N jours d'incubation : Tous les plants sont lavés par de l'eau distillée, puis séchés et broyés dans l'éthanol pour extraire l'acide salicylique. Après élimination de l'éthanol, le résidu est dissous dans un volume V d'eau identique pour chaque échantillon.	

La grandeur incidence, notée I , est une grandeur sans dimension permettant d'évaluer le développement de la maladie, rouille des feuilles de plants de blé. Plus l'incidence est élevée, plus la maladie est développée. Pour chacun des plants AS et T, l'incidence a été mesurée en fonction du nombre de jours d'incubation. Trois délais d'incubation ont été réalisés pour chaque type de plants. Les résultats sont présentés dans la table 1.

		Nombre N de jours d'incubation après inoculation de <i>Puccinia triticina f.sp.</i>		
		10 jours	20 jours	30 jours
Plants AS	I	4,44	13,33	13,33
Plants T	I	8,88	24,44	36,66

Table 1 – Incidence des plants AS et T en fonction du nombre N de jours d'incubation

9. À partir des résultats de la table 1, montrer que les plants AS traités par l'acide salicylique ont développé une résistance à la maladie.

En voulant déterminer le rôle de l'acide salicylique dans cette résistance, l'équipe de El-Alwany et A.Banni a cherché à quantifier l'acide salicylique présent dans les plants de blé des différents échantillons.

Un excès d'ions Fe^{3+} est introduit dans chacune des solutions préparées. L'absorbance A , à la longueur d'onde λ_{travail} , de chaque échantillon est mesurée. Pour exploiter les mesures d'absorbance A , une courbe d'étalonnage (figure 1, page suivante) a été réalisée pour six solutions de concentrations différentes en acide salicylique avec pour chacune un excès d'ions Fe^{3+} .

La table 2 présente les résultats des mesures en fonction des délais d'incubation. Pour les plants AS, les mesures d'absorbance effectuées sont indiquées. Pour les plants T, la table 2 (page suivante) présente directement les concentrations en masse en acide salicylique pour chacun des échantillons.

10. Pour les plants AS, déterminer la concentration en masse en acide salicylique AH_2 correspondant aux absorbances mesurées et présentées dans la table 2.
11. Montrer qu'une première infection par la maladie permet à la plante de produire plus d'acide salicylique pour se protéger.

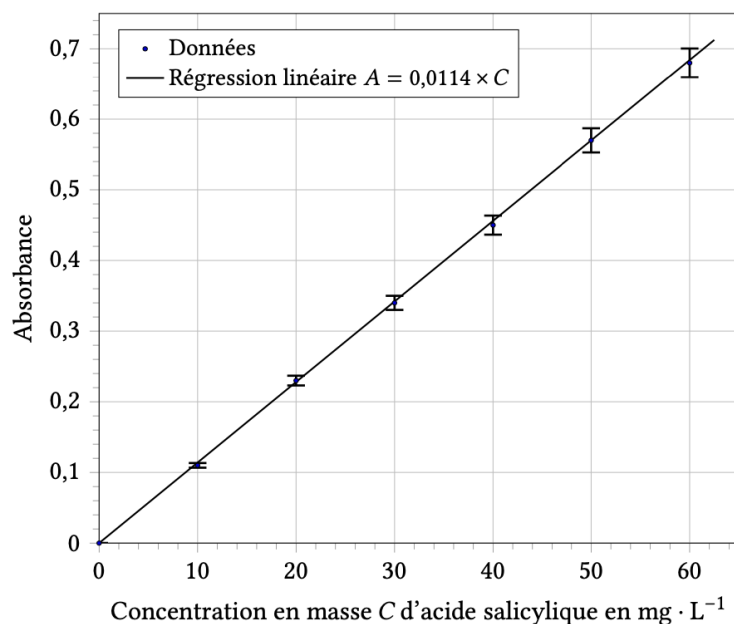


Figure 1 – Courbe d'étalonnage du complexe $[\text{Fe}(\text{AH})]^{2+}$

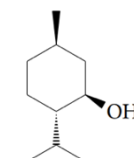
		Nombre N de jours d'incubation après inoculation de <i>Puccinia triticina f.sp.</i>		
		10 jours	20 jours	30 jours
Plants AS	Absorbance	0,255	0,318	0,336
Plants T	$[\text{AH}_2]$ (mg · L ⁻¹)	10,8	11,3	12,8

Table 2 – Incidence des plants AS et T en fonction du nombre N de jours d'incubation

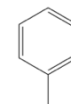
Problème 2 : utilisation du menthol en chimie organique

Les menthes appartiennent au genre *Mentha* de la famille des Lamiacées. On en connaît environ vingt espèces. Ces différentes espèces sont toutes très odoriférantes en raison de l'huile essentielle qu'elles contiennent, riche en (-)-menthol (40 %) dont la formule topologique est donnée ci-contre.

Le (-)-menthol confère sa sensation de fraîcheur à la menthe et présente également de nombreuses propriétés intéressantes faisant de la menthe une des plantes médicinales les plus célèbres et utilisées depuis l'Antiquité : propriétés antiseptiques, désinfectantes, anesthésiques, antipruritiques, etc. Le (-)-menthol, noté par la suite **M**, est également utilisé en synthèse organique comme auxiliaire de chiralité. On se propose dans cette partie d'étudier la synthèse du composé (R)-2-hydroxy-4-phénylbutyrate d'éthyle **F**, un intermédiaire d'intérêt pour la synthèse d'inhibiteurs de l'enzyme de conversion, une famille de médicaments utilisés, entre autres, dans le traitement de l'hypertension artérielle. La synthèse du composé **F** est présentée ci-après, dans le **document 1**.

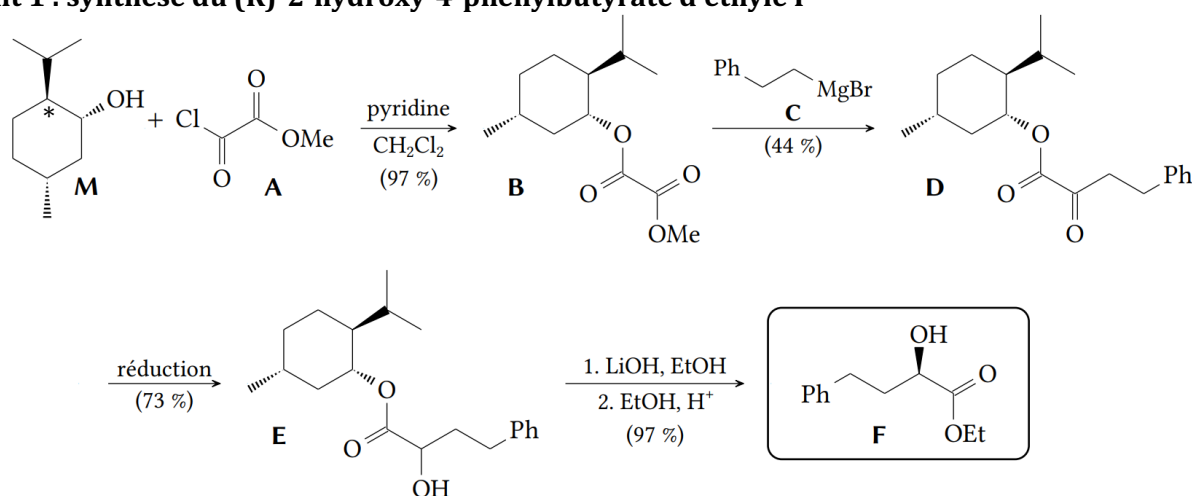


(-)-menthol



phényl (Ph)

Document 1 : synthèse du (R)-2-hydroxy-4-phénylbutyrate d'éthyle **F**

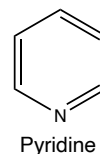


Étude stéréochimique du (-)-Menthol

- Donner le descripteur stéréochimique de l'atome de carbone stéréogène du (-)-menthol marqué par un astérisque. Justifier.
- Déterminer le nombre total de stéréoisomères du (-)-menthol
- Représenter le (-)-menthol en perspective chaise dans sa conformation la plus stable.

Synthèse du (R)-2-hydroxy-4-phénylbutyrate d'éthyle

Dans une première étape, le menthol **M** traité par le chloroglyoxylate de méthyle **A** en présence de pyridine dans le dichlorométhane conduit au diester **B**. On précise que la pyridine est une base faible (de $pK_a = 5,3$) dont la structure est donnée ci-contre.



Pyridine

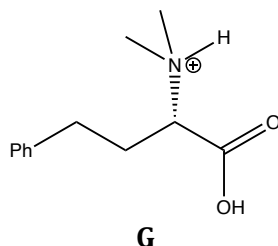
- Écrire le mécanisme de la transformation $\mathbf{M} + \mathbf{A} \rightarrow \mathbf{B}$.

Le diester **B** réagit alors avec un seul équivalent de l'organomagnésien **C** pour conduire à l'α-cétoester **D**.

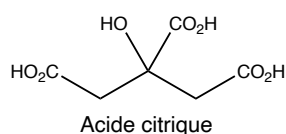
- Écrire l'équation de réaction associée à la préparation de l'organomagnésien **C**. Proposer un solvant pour réaliser la préparation de l'organomagnésien **C**; justifier ce choix.
- Justifier l'intérêt de travailler en milieu anhydre lors de la préparation de **C** et indiquer comment l'obtenir au laboratoire.
- Proposer un réactif permettant de transformer **D** en **E**.

Enfin l'hydroxyester **E** est mis à réagir en présence d'hydroxyde de lithium (Li^+ , HO^-) dans l'éthanol puis traité dans l'éthanol en présence de traces d'acide fort pour conduire au (R)-2-hydroxy-4-phénylbutyrate d'éthyle.

8. Donner la structure du produit intermédiaire **E'** obtenu après traitement de **E** par l'hydroxyde de lithium. Nommer cette transformation chimique.
9. Écrire le mécanisme modélisant la transformation de l'intermédiaire **E'** en composé **F**.
10. Proposer une voie de synthèse en plusieurs étapes permettant de préparer l'acide aminé **G** à partir de **F**. Aucun mécanisme n'est demandé. Il est seulement requis de présenter les réactifs utilisés et la structure des composés intermédiaires obtenus.



Problème 3 : élimination de calculs rénaux



La lime appelée communément « citron vert » est le fruit de *Citrus aurantiifolia* ou limettier et appartient à la famille des agrumes. La forte acidité du jus de la lime (le pH de la lime est compris entre 2,1 et 2,4), est liée essentiellement à la présence d'acide citrique noté plus simple H_3Cit .

L'acide citrique et ses sels, les citrates, ont de nombreuses applications dans des domaines variés. Outre leur utilisation dans l'industrie agroalimentaire en tant qu'exhausteur de goût, régulateur d'acidité ou encore agent levurant, ils jouent également un rôle important sur la biodisponibilité des ions calcium Ca^{2+} avec lesquels les ions citrate Cit^{3-} forment des complexes très stables. Les citrates sont donc utilisés en médecine, entre autres, comme agent anticoagulant ou encore pour la prévention de calculs biliaires. L'oxalate de calcium $Ca(C_2O_4)$ est un solide très peu soluble dans l'eau qui peut se former dans l'urine et produire des cristaux appelés calculs rénaux (on parle de lithiase urinaire).

Lorsque les cristaux atteignent une taille suffisamment importante (de l'ordre de quelques millimètres), ils entraînent l'obstruction d'un uretère et la distension des cavités rénales par l'urine ce qui peut provoquer de violentes douleurs. Un traitement médical des calculs rénaux consiste alors à administrer du citrate Cit^{3-} sous la forme de son sel de sodium totalement soluble (Na_3Cit). L'ion citrate Cit^{3-} forme avec l'ion calcium un complexe soluble de formule $[Ca(Cit)]^-(aq)$.

Enfin, le sang et l'urine sont assimilés à des solutions tampons de $pH = 7,4$.

On se place à la limite de disparition de l'oxalate de calcium.

Déterminer la concentration en citrate de sodium qu'il faut introduire dans l'urine à $37^\circ C$ pour obtenir une concentration en ions oxalate égale à $1,0 \times 10^{-3} \text{ mol L}^{-1}$

Calculer la concentration en ions Ca^{2+} libres à l'équilibre.

Détailler les différentes étapes du raisonnement. Toute initiative cohérente sera valorisée.

Données à $37^\circ C$

$Ca(C_2O_4)(s)$	Produit de solubilité	$K_s = 2,0 \times 10^{-9}$
$[Ca(Cit)]^-(aq)$	Constante de formation	$\beta = 5,0 \times 10^4$

Couple	H_3Cit/H_2Cit^-	$H_2Cit^-/HCit^{2-}$	$HCit^{2-}/Cit^{3-}$	$H_2C_2O_4/HC_2O_4^-$	$HC_2O_4^-/C_2O_4^{2-}$
pK_a	3,1	4,7	6,4	1,3	4,3

DS 3 : Physique

Samedi 15 novembre 2025 – Calculatrices autorisées – Durée : 1h30

Problème 1 : Densimétrie du moût

Indispensable au maître de chai, le densimètre est un appareil de mesure destiné à mesurer la masse volumique du moût tout au long de sa fermentation. Alors que les sucres se transforment en alcool, la masse volumique du moût diminue. Suivre cette évolution quotidiennement permet au vinificateur de contrôler le processus de fermentation, d'intervenir en cas de besoin et de décider du moment optimal pour procéder au décuvage.

Le densimètre électronique est un appareil moderne, fiable et rapide. Le principe de la mesure consiste à faire vibrer un tube en U (appelé diapason) contenant le liquide dont on cherche la densité. La fréquence propre de vibration varie en fonction de la masse de liquide qu'il contient, donc de la masse volumique de ce liquide.

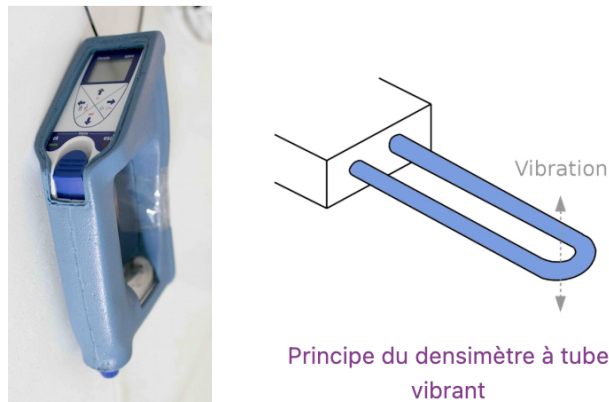


Figure 1 – Photo d'un densimètre vibrant et principe

Pour modéliser le mouvement de vibration du diapason, on considère le système masse-ressort schématisé ci-dessous. Une enceinte creuse de masse m_e est liée à un ressort de raideur k et de longueur à vide ℓ_0 . Cette enceinte contient un volume V du fluide (air, eau, moût, vin...) dont on cherche à mesurer la masse volumique ρ . Elle est supposée glisser sur une surface horizontale et évolue dans un champ de pesanteur g . Le dispositif est de plus soumis à des forces de frottement de résultante $\vec{f} = -\alpha \vec{v}$.

Le système, constitué de l'enceinte et du fluide qu'elle contient, est assimilé à un point matériel M de masse m . L'étude mécanique du problème est réalisée dans le référentiel terrestre supposé galiléen auquel on associe un repère cartésien plan (Oxz) avec O l'extrémité fixe du ressort.

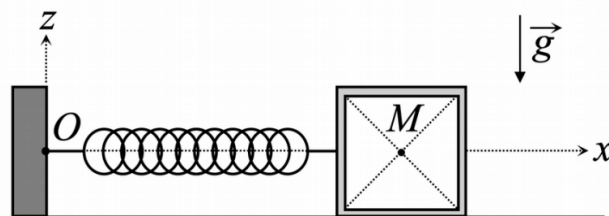


Figure 2 – Schéma du système utilisé pour modéliser le densimètre

1. Exprimer la masse m du système en fonction de m_e , ρ et V .
2. Appliquer le principe fondamental de la dynamique au mouvement du point M pour établir l'équation différentielle vérifiée par l'abscisse x repérant la position de M .
3. En déduire l'équation différentielle vérifiée par $X(t) = x(t) - \ell_0$.

4. Écrire l'équation différentielle obtenue sous la forme canonique de l'oscillateur harmonique, en faisant apparaître la pulsation propre ω_0 ainsi que le facteur de qualité Q .
5. Montrer alors que la masse volumique du fluide contenu dans l'enceinte peut se mettre sous la forme : $\rho = A \times T_0^2 - B$, où T_0 est la période propre d'oscillation du système, A et B des constantes, indépendantes du fluide présent dans l'enceinte, qu'on exprimera en fonction de m_e , V et k .
6. Préciser les unités de A et B .

Dans le capteur à vibration équipant les densimètres électroniques, le diapason est mis en vibration par une excitation électromagnétique sinusoïdale de pulsation ω . Pour en rendre compte, on considère maintenant que le point M est soumis à une force supplémentaire :

$\vec{F}_{ex} = F_{ex} \cos(\omega t) \vec{u}_x$, avec F_{ex} une constante homogène à une force. On étudie alors les oscillations forcées de l'oscillateur harmonique.

7. Établir la nouvelle équation différentielle vérifiée par $X(t)$.
8. À cette équation, nous chercherons une solution de la forme $X(t) = X_m \cdot \cos(\omega t + \varphi)$. Nommer la grandeur X_m puis établir son expression sous la forme :

$$X_m = \frac{C}{\sqrt{(1 - x^2)^2 + \left(\frac{x}{Q}\right)^2}} \text{ avec } x = \frac{\omega}{\omega_0}$$

Exprimer C en fonction de F_{ex} , m et ω_0 .

9. Montrer que, si $Q > \frac{1}{\sqrt{2}}$, X_m passe par un maximum pour une pulsation ω_r qu'on exprimera. Indiquer comment s'appelle ce phénomène.
10. Discuter du comportement du système quand il est excité à une pulsation proche de sa pulsation propre.

Avant d'utiliser le densimètre électronique, il est nécessaire de procéder à son étalonnage, ce qui revient à déterminer précisément les valeurs des constantes A et B (voir question 4). Pour cela, on utilise deux fluides de référence dont on connaît avec précision les masses volumiques à une température donnée. On obtient, à 20 °C, les résultats regroupés dans le tableau ci-dessous.

Fluide	Eau pure	Air sec
Masse volumique	$\rho_1 = 984,7 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$	$\rho_2 = 1,204 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$
Période propre	$T_1 = 972,0 \text{ } \mu\text{s}$	$T_2 = 707,8 \text{ } \mu\text{s}$

Table 1 – Données obtenues lors de l'étalonnage du densimètre électronique

11. Exprimer les constantes A et B à partir des grandeurs ρ_1 , ρ_2 , T_1 et T_2 .
12. Montrer, par le calcul, que $A = 2,216 \cdot 10^9 \text{ USI}$ et $B = 1109 \text{ USI}$.

Maintenant que le densimètre électronique est étalonné, on peut l'utiliser pour mesurer la densité du moût après fermentation. Cette mesure permet, à l'aide de la table fournie dans les données d'évaluer le titre alcoométrique volumique du futur vin. On a reproduit, sur la figure ci-dessous, la réponse fréquentielle du diapason à l'excitation imposée par le densimètre, c'est-à-dire la courbe représentant l'amplitude des oscillations forcées en fonction de la fréquence d'excitation.

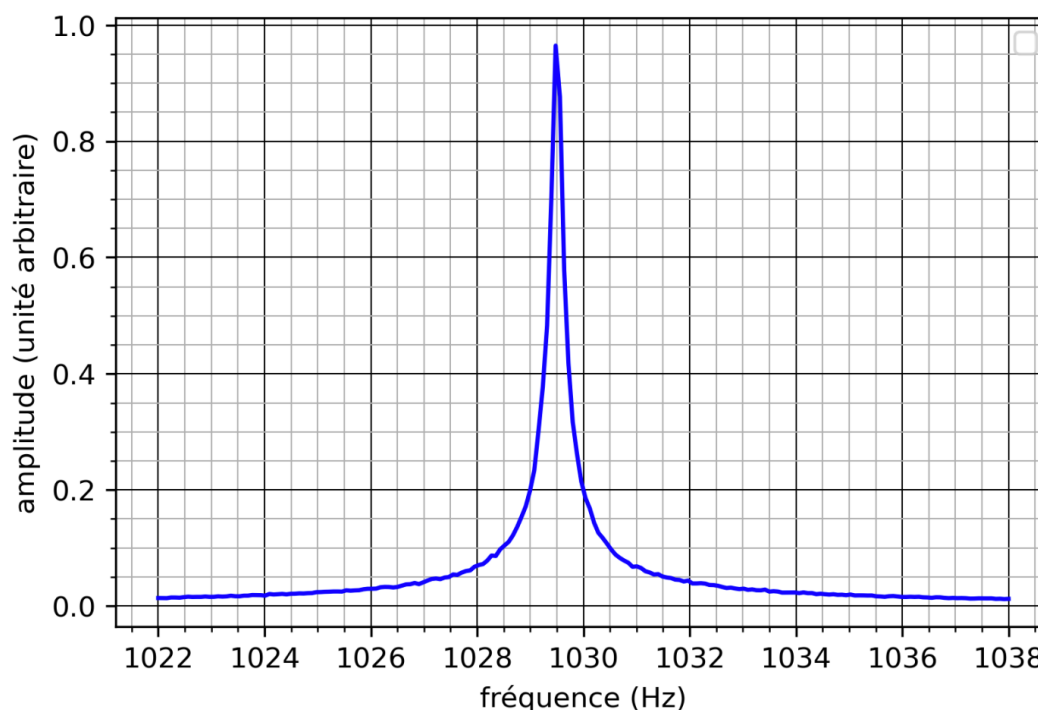


Figure 3 – Amplitude des oscillations du densimètre en fonction de la fréquence (zoom sur la zone 1022 – 1038 Hz)

13. Évaluer la masse volumique du vin.

Le titre alcoométrique volumique (TAV), aussi appelé degré alcoolique, est la proportion volumique d'éthanol dans une boisson alcoolisée. C'est le rapport, exprimé en %vol, du volume d'éthanol contenu dans le mélange au volume total du mélange, à la température de 20 °C.

14. A l'aide de la table ci-dessous, évaluer le titre alcoométrique volumique du vin.

TAV (%vol)	ρ (kg·m ⁻³)	TAV (%vol)	ρ (kg·m ⁻³)	TAV (%vol)	ρ (kg·m ⁻³)
0	998,2	5,0	991,1	10,0	984,7
0,5	997,4	5,5	990,4	10,5	984,1
1,0	996,7	6,0	989,7	11,0	983,5
1,5	996,0	6,5	989,1	11,5	982,9
2,0	995,2	7,0	988,4	12,0	982,3
2,5	994,5	7,5	987,8	12,5	981,8
3,0	993,8	8,0	987,2	13,0	981,2
3,5	993,1	8,5	986,5	13,5	980,6
4,0	992,4	9,0	985,9	14,0	980,1
4,5	991,7	9,5	985,3	14,5	979,5

Table 2 – Table de correspondance d'alcoométrie volumique

Problème 2 : l'autocuiseur



Figure 4 – Un autocuiseur

L'autocuiseur, couramment appelé "cocotte-minute®", a été inventé en 1679 par le français Denis Papin. Il s'agit d'un dispositif de cuisson des aliments sous une pression supérieure à la pression atmosphérique. L'augmentation de pression s'accompagne d'une augmentation de la température maximale atteinte, ce qui accélère la cuisson des aliments. Une soupape permet de limiter la pression intérieure en évacuant la vapeur d'eau formée et assure une cuisson à température constante.

L'autocuiseur contient toujours un peu d'eau en plus des aliments à cuire. La cuisson se déroule alors en trois étapes :

- un régime transitoire de montée en pression (et en température) du contenu de l'autocuiseur
- un régime de cuisson durant lequel la pression et la température de la vapeur d'eau restent constantes (la vapeur qui s'échappe par la soupape est compensée par la vaporisation de l'eau contenue dans l'autocuiseur)
- une décompression, souvent rapide, pour arrêter la cuisson.

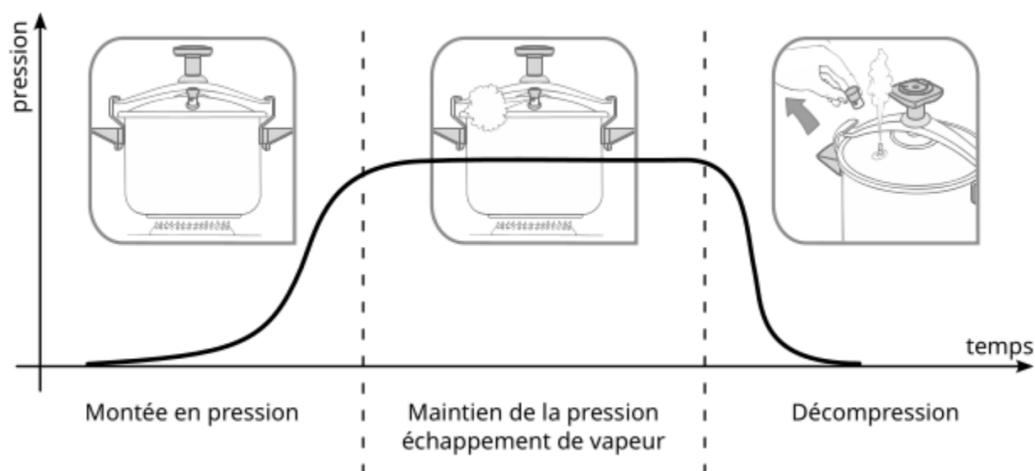


Figure 5 – Étapes de cuisson dans un autocuiseur

Ce problème concerne l'étude de la première étape de cuisson

On verse un volume $V_e = 1,00 \text{ L}$ d'eau dans l'autocuiseur que l'on ferme et que l'on place sur une plaque chauffante délivrant la puissance thermique $P_{th} = 1,50 \text{ kW}$. Des capteurs placés dans l'autocuiseur permettent d'enregistrer la température de l'eau, la température de la phase vapeur ainsi que la pression de la phase vapeur au cours du temps (figure 6). On note :

- m_e la masse de l'eau,
- $c_e = 4,18 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$ la capacité thermique massique de l'eau,
- $C_a = 1,23 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1}$ la capacité thermique de l'autocuiseur.

L'eau et l'autocuiseur sont constamment à la même température et on note T_i leur température initiale.

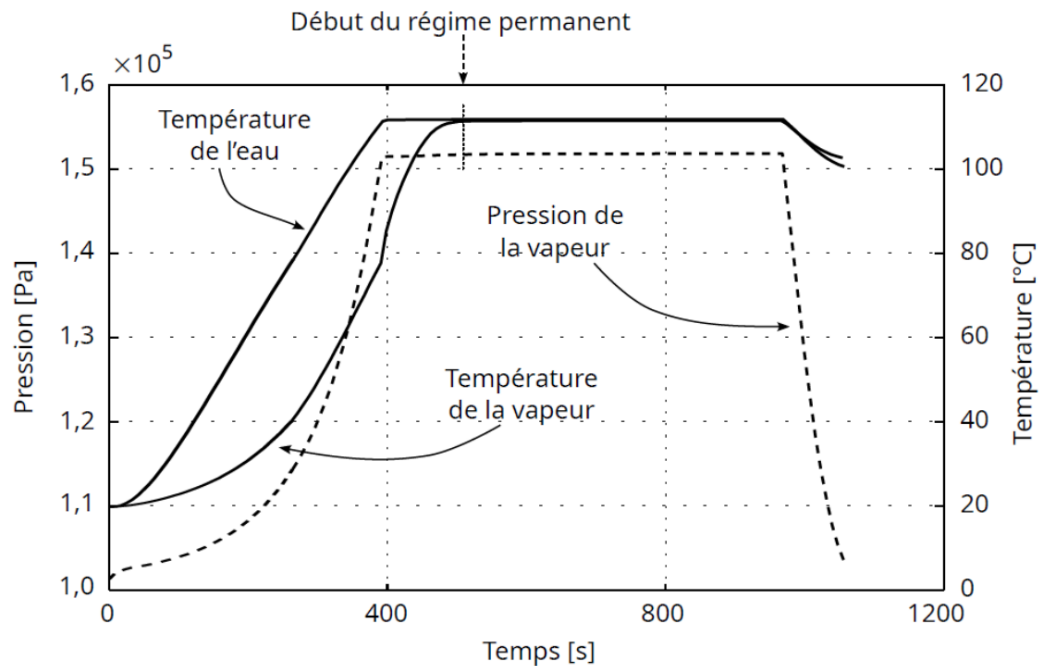


Figure 6 - mesure de la pression et de la température dans l'autocuiseur

1 - Premier modèle

Dans un premier temps, on suppose que toute la puissance thermique P_{th} est transférée à l'autocuiseur et à l'eau.

1. Relever sur la figure 6 la température initiale T_i .
2. On note Δt la durée au bout de laquelle l'eau et l'autocuiseur atteignent la température $T_f = 100^\circ\text{C}$. À l'aide du premier principe de la thermodynamique appliqué au système {eau + autocuiseur}, établir l'expression littérale de la durée Δt en fonction de m_e , c_e , C_a , T_f , T_i et de P_{th} .
3. Déterminer la valeur numérique de Δt . Indiquer si cette durée est compatible avec les données de la figure 6. Si non, proposer deux arguments permettant de justifier cet écart.

2 - Second modèle

Dans un second temps, on tient compte des pertes thermiques de l'autocuiseur vers son environnement au cours du temps sous la forme d'une puissance thermique de fuite :

$$P_f(t) = K(T_{ex} - T(t)) \text{ où } K \text{ et } T_{ex} \text{ sont des constantes.}$$

4. En effectuant un bilan thermique sur le système {eau + autocuiseur} pendant l'intervalle de temps dt , montrer que la température du système satisfait l'équation différentielle :

$$\frac{dT}{dt} + \frac{1}{\tau} \cdot (T - T_{ex}) = \frac{1}{\tau} \cdot \frac{P_{th}}{K}$$

Préciser l'expression de τ en fonction de m_e , c_e , C_a et de K .

5. On cherche une solution de l'équation précédente sous la forme $T(t) = A + B \exp(-t/\tau)$. Déterminer les expressions littérales de A et de B en fonction des paramètres de l'équation différentielle. Le tracé de la solution de cette équation est présenté sur la figure 7.

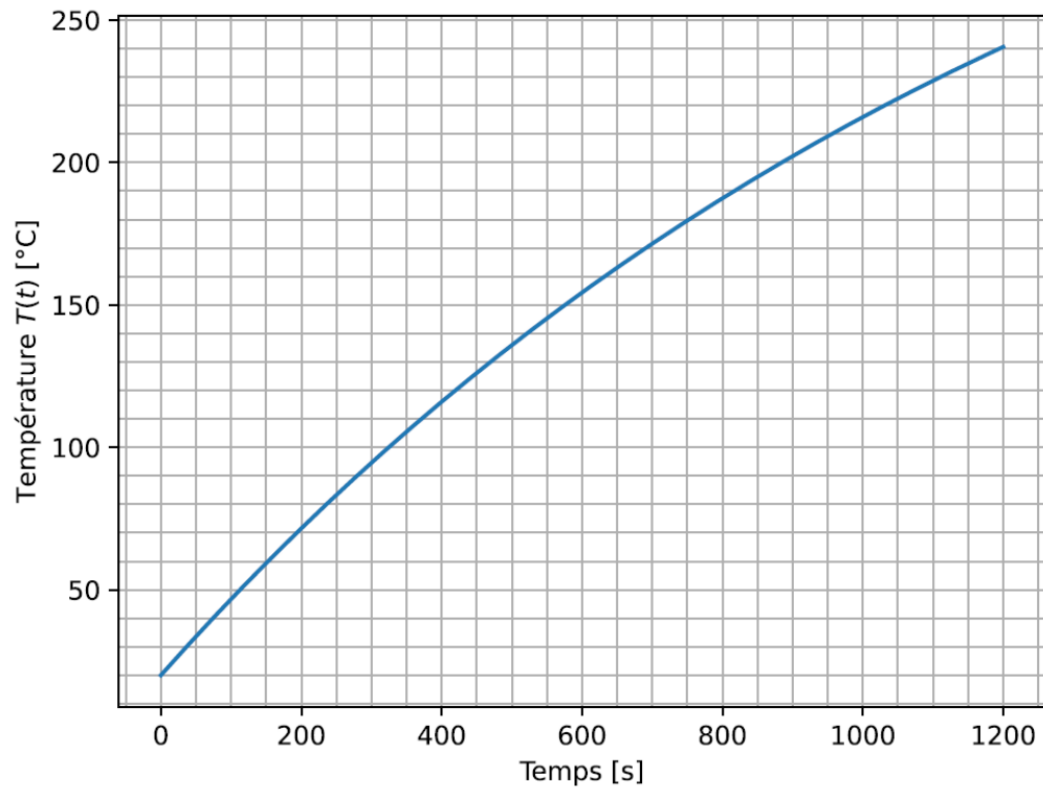


Figure 7 - évolution de la température intérieure en fonction du temps.

6. Dédurre de la figure 7 la durée $\Delta t'$ nécessaire pour atteindre la température $T_f = 100\text{ °C}$. Préciser en justifiant si le résultat est cohérent avec la durée Δt trouvée précédemment. Indiquer si le résultat est satisfaisant et justifier.