

Statistiques à deux variables

Terminale Bac Pro | Mathématiques | Statistique et probabilités

Je vais apprendre à :

- Représenter un nuage de points à partir d'une série statistique à deux variables
- Choisir et tracer un ajustement adapté à la forme du nuage (affine ou non)
- Calculer et interpréter le coefficient de corrélation r
- Utiliser l'ajustement pour **interpoler** ou **extrapoler** des valeurs

Situation professionnelle

Analyse de la consommation d'un bâtiment tertiaire

ICCR Un technicien en génie climatique réalise le suivi énergétique d'un bâtiment de bureaux équipé d'une pompe à chaleur air/eau. Il relève chaque semaine la température extérieure moyenne et la consommation de chauffage.

ERA-MA En électrotechnique ou en agencement, ce type d'analyse permet de relier deux grandeurs mesurées (courant/tension, quantité de matière/coût) pour établir un modèle prédictif.

Problème : Comment estimer la consommation d'une semaine future à partir de la météo prévue ? La réponse passe par les *statistiques à deux variables*.

1. Introduction — Pourquoi étudier deux variables ensemble ?

En statistiques, on étudie souvent **deux grandeurs liées entre elles** : par exemple, la consommation de chauffage d'un bâtiment dépend de la température extérieure. En traçant les données dans un repère, on obtient un **nuage de points** qui révèle si une relation existe entre les deux grandeurs.

EXEMPLE INTRODUCTIF — CHAUFFAGE D'UN BÂTIMENT

Un technicien chauffagiste relève, pour 8 semaines, la température extérieure moyenne (en °C) et la consommation de chauffage d'un immeuble de bureaux (en kWh) :

Semaine	1	2	3	4	5	6	7	8
Temp. x (°C)	2	5	8	10	14	17	19	22
Conso. y (kWh)	980	840	720	640	480	350	260	140

On observe que **quand la température monte, la consommation baisse**. Il y a une relation entre x et y . On va la modéliser.

2. Nuage de points et point moyen

DÉFINITION — SÉRIE À DEUX VARIABLES

Une **série statistique à deux variables** est un ensemble de couples $(x_i; y_i)$ où chaque couple correspond à une observation (une semaine, un bâtiment, un appareil...).

DÉFINITION — NUAGE DE POINTS

Un **nuage de points** est la représentation graphique des couples $(x_i; y_i)$ dans un repère orthogonal. La variable x est placée en abscisse, la variable y en ordonnée.

PROPRIÉTÉ — POINT MOYEN

Le **point moyen** $G(\bar{x}; \bar{y})$ est le point dont les coordonnées sont les moyennes des deux séries :

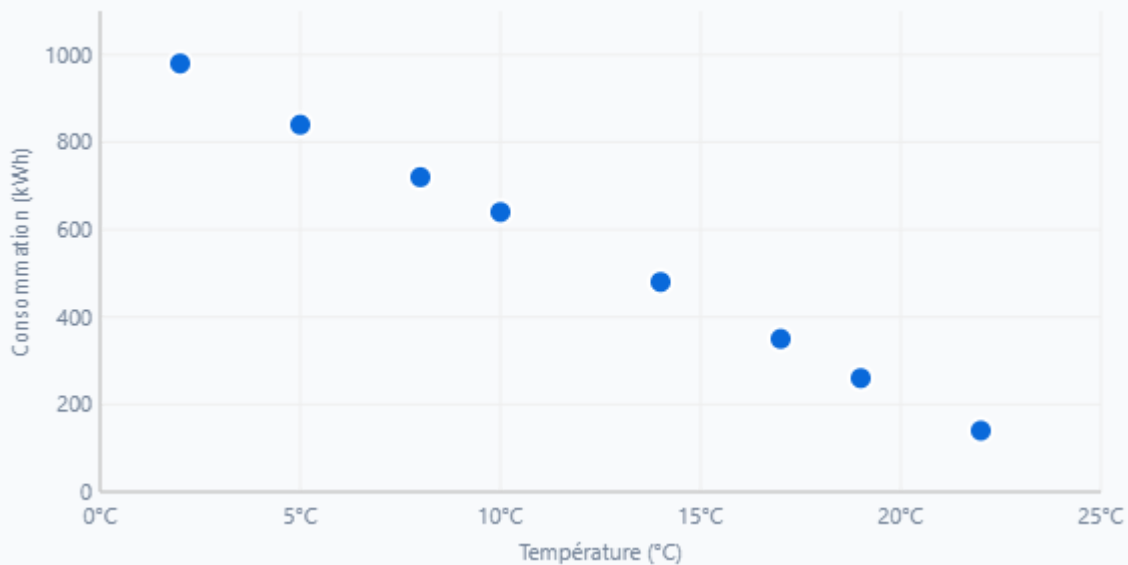
$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n} \quad \bar{y} = \frac{y_1 + y_2 + \cdots + y_n}{n}$$

Tout ajustement affine passe obligatoirement par le point moyen G .

APPLICATION

Un artisan menuisier relève 4 chantiers : surfaces $x = 10, 20, 30, 40 \text{ m}^2$ et coûts $y = 1\,500, 2\,800, 4\,200, 5\,600 \text{ €}$. Calcule les coordonnées du point moyen $G(\bar{x} ; \bar{y})$.

Nuage de points — Données de l'exemple chauffage



MÉTHODE — LIRE UN NUAGE DE POINTS

1. Observer la forme générale : les points forment-ils une ligne droite ? une courbe ? un nuage dispersé ?
2. Identifier le sens de la liaison : quand x augmente, y augmente-t-il (liaison positive) ou diminue-t-il (liaison négative) ?
3. Évaluer la dispersion : les points sont-ils serrés autour d'une tendance ou très éparpillés ?

3. Ajustement affine — Droite de régression

Quand le nuage de points a une forme **allongée** (linéaire), on peut l'ajuster par une droite $y = ax + b$. Cette droite est calculée pour minimiser les écarts entre les points et la droite.

DÉFINITION — DROITE DE RÉGRESSION

La **droite de régression** de y en x est la droite $y = ax + b$ qui minimise la somme des carrés des écarts verticaux entre les points du nuage et la droite. Elle passe toujours par le point moyen $G(\bar{x}; \bar{y})$.

MÉTHODE — CALCULER A ET B À LA CALCULATRICE

1. Mettre les données dans deux listes x et y (menu Stat)
2. Lancer le calcul de régression linéaire (LinReg ou a+bx)
3. Lire a (coefficient directeur), b (ordonnée à l'origine) et r (coefficient de corrélation)
4. Écrire l'équation : $y = ax + b$

Formules (pour comprendre, pas à mémoriser) :

$$a = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum (x_i - \bar{x})^2} \quad b = \bar{y} - a\bar{x}$$

EXEMPLE RÉSOLU — CHAUFFAGE

Pour les données de chauffage :

$$\bar{x} = \frac{2+5+8+10+14+17+19+22}{8} = \frac{97}{8} \approx 12,1 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$\bar{y} = \frac{980+840+720+640+480+350+260+140}{8} = \frac{4410}{8} \approx 551 \text{ kWh}$$

La calculatrice donne : $a \approx -41,7$ et $b \approx 1057$

Droite de régression : $y = -41,7x + 1057$

Interprétation : quand la température augmente de 1°C , la consommation diminue d'environ 42 kWh.

APPLICATION

La droite de régression d'un artisan menuisier est $y = 85x + 500$ (coût en € en fonction du nombre de mètres linéaires de corniche x). Que représentent 85 et 500 dans ce contexte ?

4. Coefficient de corrélation r

DÉFINITION

Le **coefficient de corrélation linéaire** r est un nombre compris entre -1 et 1 . Il mesure l'intensité et le sens de la liaison linéaire entre x et y :

- $r > 0 \rightarrow$ liaison positive (quand x augmente, y augmente)
- $r < 0 \rightarrow$ liaison négative (quand x augmente, y diminue)
- $|r|$ proche de $1 \rightarrow$ liaison forte, ajustement fiable
- $|r|$ proche de $0 \rightarrow$ liaison faible, ajustement à rejeter

APPLICATION

Un métreur obtient un coefficient de corrélation $r = -0,92$ entre le nombre de fenêtres posées et la durée de la pose. Que peut-on dire de cette liaison ? L'ajustement affine est-il acceptable ?

RÈGLE PRATIQUE

Valeur de $ r $	Qualité de la liaison	L'ajustement affine est...
$ r > 0,95$	Très forte	Excellent
$0,85 < r \leq 0,95$	Forte	Acceptable
$ r \leq 0,85$	Faible ou nulle	À rejeter ou changer de modèle

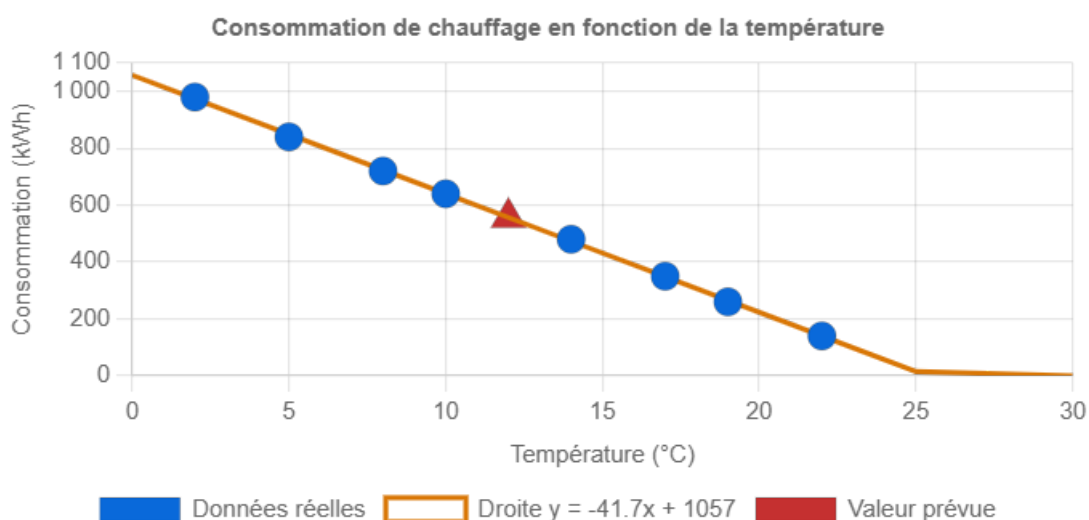
ATTENTION

Un r faible ne signifie pas qu'il n'y a *pas de relation* entre x et y , mais que la relation n'est **pas linéaire**. Il faut alors envisager un autre type d'ajustement (exponentiel, puissance...).

5. Visualisation interactive — Nuage de points et ajustement

Utilisez le curseur ci-dessous pour entrer une température et voir la consommation prévue par la droite de régression.

Données chauffage — Nuage + droite de régression ($r \approx -0,999$)



12 °C

Température (°C)

557 kWh

Conso. prévue (kWh)

Interpolation

Type d'estimation

Zone de données réelles : 2°C à 22°C. Au-delà → extrapolation (moins fiable).

6. Ajustements non affines — Changements de variable

Quand le nuage de points n'est pas rectiligne, on peut effectuer un **changement de variable** pour "linéariser" la relation, puis appliquer un ajustement affine sur les nouvelles variables.

PRINCIPE

Si la relation entre x et y n'est pas linéaire, on pose une nouvelle variable z (transformée de x ou de y), de façon à ce que la relation entre z et l'autre variable soit linéaire.

Modèles courants

Type de relation	Changement de variable	Nouvelle relation linéaire
Affine $y = ax + b$	Aucun	$y = ax + b$
Exponentielle $y = A \cdot q^x$	$z = \log(y)$	$z = x \log(q) + \log(A)$
Puissance $y = A \cdot x^k$	$z = \log(y), u = \log(x)$	$z = ku + \log(A)$
Inverse $y = \frac{a}{x} + b$	$z = \frac{1}{x}$	$y = az + b$

EXEMPLE — AJUSTEMENT EXPONENTIEL (CROISSANCE BACTÉRIENNE)

On observe la population d'une colonie de bactéries (en milliers) toutes les heures :

Heure t	0	1	2	3	4	5
Population N	2	4,1	8,3	16,2	33,1	65

Étape 1 : Le nuage de (t, N) n'est pas rectiligne $\rightarrow$ on pose $z = \log(N)$.

Heure t	0	1	2	3	4	5
$z = \log(N)$	0,301	0,613	0,919	1,210	1,520	1,813

Étape 2 : Le nuage de (t, z) est rectiligne $\rightarrow$ droite de régression : $z \approx 0,302t + 0,300$

Étape 3 : Retour à N : $\log(N) = 0,302t + 0,300 \Rightarrow N = 10^{0,302t+0,300} \approx 2 \times 2^t$

Modèle : $N \approx 2 \times 2^t$

7. Interpolation et extrapolation

DÉFINITIONS

- **Interpoler** : estimer une valeur pour un x *situé à l'intérieur* de l'intervalle des données connues.
- **Extrapoler** : estimer une valeur pour un x *en dehors* de l'intervalle des données. C'est plus risqué : le modèle peut ne plus être valable.

MÉTHODE

Pour estimer y à partir d'une valeur x_0 :

1. Écrire l'équation de l'ajustement
2. Remplacer x par x_0
3. Calculer y et interpréter le résultat dans le contexte

EXEMPLE — INTERPOLATION ET EXTRAPOLATION

Avec la droite $y = -41,7x + 1057$:

• **Interpolation** : pour $x = 12\text{ }^{\circ}\text{C}$ (dans l'intervalle $[2 ; 22]$) $\rightarrow$
 $y = -41,7 \times 12 + 1057 \approx 557\text{ kWh}$

• **Extrapolation** : pour $x = 25\text{ }^{\circ}\text{C}$ (hors intervalle) $\rightarrow$
 $y = -41,7 \times 25 + 1057 = 14,5\text{ kWh}$

ATTENTION À 25°C on ne chauffe plus normalement. L'extrapolation donne un résultat peu réaliste : **le modèle a des limites**. Il faut toujours interpréter le résultat dans le contexte professionnel.

APPLICATION

Un fabricant de mobilier modélise ses coûts : $y = 120x + 300$ (€ en fonction du nombre de plateaux x). Estimez le coût pour 8 plateaux (interpolation) et pour 50 plateaux (extrapolation). Laquelle des deux estimations est plus fiable ?

8. Exemple professionnel — COP d'une pompe à chaleur



Performance d'une PAC selon la température extérieure

ICCER

Un technicien mesure le COP (Coefficient de Performance) d'une pompe à chaleur air/eau pour différentes températures extérieures. Plus il fait froid, moins la PAC est efficace.

EXEMPLE RÉSOLU — COP D'UNE PAC

Temp. ext. x (°C)	-5	0	5	7	10	15	20
COP y	2,1	2,6	3,1	3,4	3,8	4,4	4,9

Calcul du point moyen :

$$\bar{x} = \frac{-5+0+5+7+10+15+20}{7} = \frac{52}{7} \approx 7,4 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

$$\bar{y} = \frac{2,1+2,6+3,1+3,4+3,8+4,4+4,9}{7} = \frac{24,3}{7} \approx 3,47$$

Régression linéaire (calculatrice) : $r \approx 0,999 \rightarrow$ liaison très forte

Droite : $y = 0,115x + 2,618$

Applications :

- Interpolation : à $x = 3 \text{ }^{\circ}\text{C} \rightarrow y = 0,115 \times 3 + 2,618 \approx 2,96$
- Extrapolation : à $x = -10 \text{ }^{\circ}\text{C} \rightarrow y = 0,115 \times (-10) + 2,618 \approx 1,47$ (PAC peu rentable à cette température)

Conclusion professionnelle : si la PAC a un COP < 1, il devient plus économique de passer sur résistance électrique. Ce seuil de bascule peut être calculé par extrapolation.

9. Simulation — Comparer les types d'ajustement

Comparer visuellement les ajustements selon la forme du nuage



Ajustement affine — $y = 3x + 5$ ($r = 0.99$)

10. Applications concrètes — Génie climatique et Menuiserie

LIEN AVEC LES ENSEIGNEMENTS PROFESSIONNELS

Les statistiques à deux variables sont directement utilisées dans vos spécialités :

- **ICCER** **Génie climatique** : relation température extérieure / consommation de chauffage ; COP d'une PAC en fonction de la température ; pression / débit dans un circuit hydraulique
- **ICCER** **Électricité du bâtiment** : caractéristique $U = f(I)$ d'un dipôle (loi d'Ohm) ; puissance appelée en fonction de la surface chauffée
- **ERA-MA** **Agencement et menuiserie** : relation entre quantité de matière et coût de fabrication d'un meuble ; temps de pose selon la complexité d'un agencement
- **ERA-MA** **Bâtiment** : relation épaisseur d'isolation / consommation de chauffage ; diagnostics de performance énergétique (DPE)

Bilan — Tableau récapitulatif

Notion	Description
Nuage de points	Représentation des couples (x_i, y_i)
Point moyen G	$(\bar{x}, \bar{y})$ — centre de gravité
Droite de régression	$y = ax + b$ — ajustement affine
Coefficient r	Qualité de la liaison ($-1 \leq r \leq 1$)

Notion	Description
Changement de variable	Linéariser une relation non affine
Interpolation	Estimer y dans l'intervalle connu
Extrapolation	Estimer y hors de l'intervalle (prudence !)
Interprétation	Toujours contextualiser le résultat

✚ À retenir

- Un nuage de points représente la liaison entre deux variables x et y .
- La droite de régression $y = ax + b$ passe toujours par $G(\bar{x}, \bar{y})$.
- Le coefficient r mesure la qualité de la liaison linéaire : $|r|$ proche de 1 = très bonne liaison.
- Si $|r| \leq 0,85$, l'ajustement affine est insuffisant → tenter un changement de variable.
- L'interpolation (dans l'intervalle) est fiable ; l'extrapolation (hors intervalle) est risquée.
- Toujours interpréter le résultat dans le contexte professionnel.

ERREURS FRÉQUENTES À ÉVITER

- Oublier de vérifier que $|r|$ est proche de 1 avant d'utiliser l'ajustement affine.
- Extrapoler loin de la zone de données sans signaler que le résultat est moins fiable.
- Confondre r et r^2 : la calculatrice peut donner l'un ou l'autre selon le modèle.
- Ne pas identifier le sens de la liaison (signe de a et de r doit être cohérent).

Mini exercices

Exercice 1 — Chauffage et productivité

On relève pour 6 ouvriers leur expérience x (en années) et leur productivité y (pièces/heure) :

x	1	2	4	5	7	9
y	12	15	19	22	26	31

1. Calculer les coordonnées du point moyen G .
2. La calculatrice donne $y = 2,33x + 9,96$. Vérifier que G appartient à cette droite.
3. Estimer la productivité d'un ouvrier ayant 6 ans d'expérience.

► Voir la correction

Exercice 2 — Qualité de liaison

La calculatrice donne $r = 0,72$ pour un ajustement affine.

1. La liaison linéaire est-elle forte ?
2. Faut-il conserver cet ajustement affine ou chercher un autre modèle ?

► Voir la correction

Exercice 3 **ICCER** — COP d'une PAC

Pour la PAC de l'exemple professionnel, la droite d'ajustement est $y = 0,115x + 2,618$.

1. Calculer le COP prévu pour une température extérieure de $x = 8^{\circ}\text{C}$. Est-ce une interpolation ou une extrapolation ?
2. Pour quelle température extérieure le COP atteindrait-il 1 ? Interpréter.

► Voir la correction

Exercice 4 — Bivalence physique/maths

En physique, on mesure la tension U (V) aux bornes d'un résistor pour différentes valeurs du courant I (mA) :

I (mA)	10	20	30	40	50
U (V)	0,47	0,98	1,45	1,96	2,51

La droite de régression donne $r = 0,9998$ et $U = 0,0506 I - 0,044$. Quelle est la résistance de ce résistor (en Ω) ?

► Voir la correction

Erreurs fréquentes

✗ Utiliser l'ajustement sans vérifier r

Certains élèves tracent la droite de régression sans regarder si $|r|$ est proche de 1.

Conseil : toujours lire r à la calculatrice avant d'utiliser l'ajustement.

✗ Confondre le signe de r avec la qualité

$r = -0,98$ indique une liaison très forte (négative), pas une mauvaise liaison.

Conseil : c'est $|r|$ (valeur absolue) qui mesure la qualité, pas r seul.

✗ Extrapoler sans le signaler

Calculer y pour un x très loin des données sans préciser que c'est une extrapolation risquée.

Conseil : indiquer toujours si la valeur estimée est dans ou hors de l'intervalle des données.

✗ Oublier d'interpréter le coefficient directeur

Dans $y = ax + b$, donner seulement la valeur de a sans expliquer ce qu'il représente dans le contexte.

Conseil : toujours relier a à une unité concrète (€/m^2 , $\text{kWh/}^\circ\text{C}$...).

✗ Inverser x et y

Confondre la variable explicative (x) et la variable expliquée (y) lors de l'ajustement.

Conseil : la variable que l'on contrôle (cause) est x ; celle que l'on prédit (effet) est y .

Simulation interactive

[Statistiques à deux variables](#)

Statistiques à deux variables

Statistiques à deux variables | Terminale Bac Pro | ERA · TMA · ICCER
(Groupement B)

[Socle](#)[Standard](#)[Approfondissement](#)[Tout voir](#)

Compétences travaillées :

- Identifier les deux variables d'une série statistique et les nommer
- Lire et interpréter un tableau de données et un nuage de points
- Reconnaître une tendance (croissante, décroissante, absence de tendance)
- Utiliser une droite d'ajustement pour interpoler ou extrapoler
- Distinguer interpolation et extrapolation et apprécier la pertinence d'un modèle

EXERCICE 1 Identifier les deux variables

SOCLE

Pour chaque situation, indiquer la **variable x** (en abscisse) et la **variable y** (en ordonnée) :

a) Un technicien chauffagiste mesure la *consommation électrique mensuelle* (kWh) de plusieurs appareils de chauffage selon leur *puissance nominale* (W).

Variable x = / Variable y =

b) Un menuisier agenceur note la *surface de panneaux posés* (m^2) et le *coût total en matériaux* (€) pour différents chantiers.

Variable x = / Variable y =

c) Un installateur relève le *débit* (m^3/h) dans une conduite et la *perte de charge* (bar) mesurée en aval.

Variable x = / Variable y =

Mes calculs :

EXERCICE 2 Lire un tableau de données

SOCLE

Un technicien a relevé la consommation de chauffage d'une école selon la température extérieure :

Température T (°C)	2	4	6	8	10	12	14	16
Consommation C (kWh)	85	78	70	62	55	48	40	32

1. Quelles sont les deux variables étudiées ?
2. Quelle est la consommation pour $T = 12$ °C ?
3. Décrivez en une phrase la tendance observée.

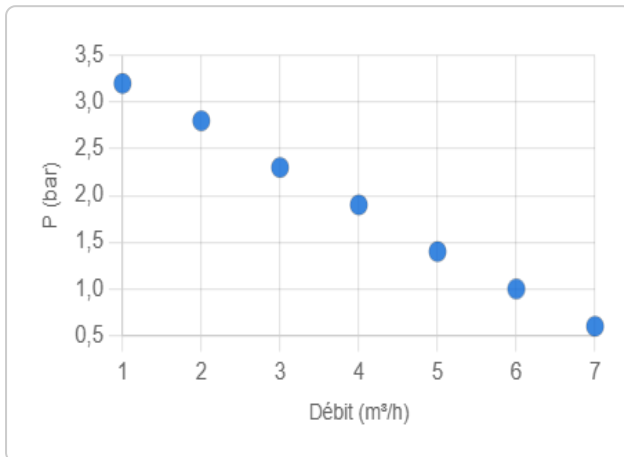
Réponses :

Mes calculs :

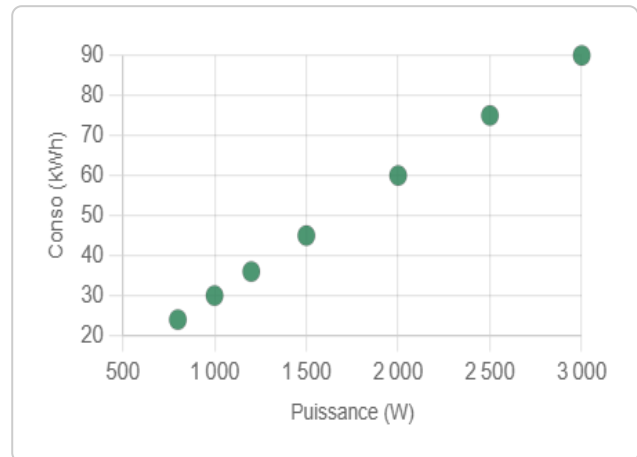
EXERCICE 3 Reconnaître une tendance dans un nuage de points

SOCLE

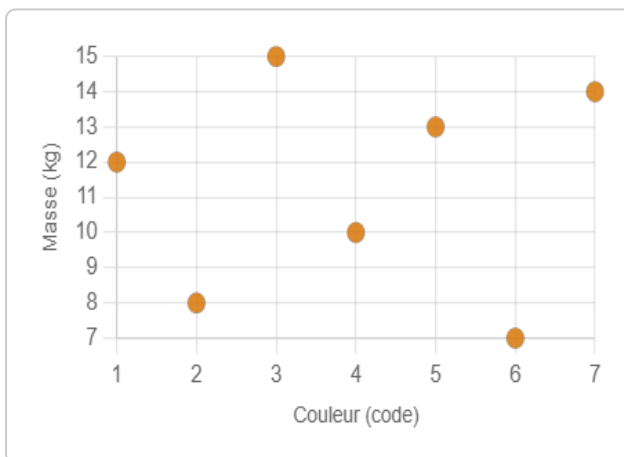
Pour chaque nuage de points, indiquer si la tendance est **croissante**, **décroissante** ou **s'il n'y a pas de tendance** :



Nuage A — Débit / Perte de charge



Nuage B — Puissance / Consommation



Nuage C — Couleur pièce / Masse

Nuage A : tendance =

Nuage B : tendance =

Nuage C : tendance =

Mes calculs :

EXERCICE 4 Identifier les deux variables — méthode guidée

SOCLE

Méthode :

Dans une étude à deux variables :

– la variable x est celle qui

explique

ou qui est choisie (la cause)

– la variable y est celle qu'on

mesure

ou qu'on observe (l'effet)

Pour chaque situation, cocher la bonne réponse :

a) Un technicien chauffagiste mesure la consommation électrique mensuelle C (kWh) de radiateurs selon leur puissance nominale P (W).

	Puissance P	Consommation C
x (cause)	☐	☐
y (effet)	☐	☐

b) Un menuisier agenceur note la surface de panneaux posée S (m²) et le coût total en matériaux C (€) pour ses chantiers.

	Surface S	Coût C
x (cause)	☐	☐
y (effet)	☐	☐

Mes calculs :

EXERCICE 5 Lire un tableau et identifier la tendance

SOCLE

Relevés de la consommation de chauffage d'une école selon la température extérieure :

Température T (°C)	2	4	6	8	10	12	14	16
Consommation C (kWh)	85	78	70	62	55	48	40	32

1. Lire dans le tableau : quelle est la consommation pour $T = 8$ °C ?

$C = \dots\dots kWh$

2. Entre $T = 2$ °C et $T = 16$ °C, la consommation :

☐ augmente ☐ diminue ☐ reste constante

3. La tendance est donc :

☐ croissante ☐ décroissante ☐ pas de tendance

4. Compléter : quand la température augmente d'1 °C, la consommation diminue d'environ kWh.

(Calculer : $(85 - 32) \div (16 - 2) \approx \dots\dots\dots$)

Mes calculs :

EXERCICE 6 Calculer avec une droite d'ajustement — pas à pas

SOCLE

La droite d'ajustement de la consommation est : $C = -3,8 \times T + 92,7$

Méthode :

Pour calculer C pour $T = 5$ °C, on remplace T par 5 :

$$C = -3,8 \times 5 + 92,7 = -19 + 92,7 = \mathbf{73,7 \text{ kWh}} \checkmark$$

1. Calculer C pour $T = 10$ °C. Compléter les cases :

$$C = -3,8 \times \square + 92,7 = \square + 92,7 = \square \text{ kWh}$$

2. $T = 10$ est-il entre 2 et 16 (les valeurs du tableau) ?

☐ Oui → c'est une **interpolation** (estimation fiable)

☐ Non → c'est une **extrapolation** (moins sûre, hors données)

3. Calculer C pour $T = 25$ °C (hors tableau). Indiquer le type d'estimation :

$$C = -3,8 \times \square + 92,7 = \dots\dots\dots \text{ kWh}$$

Type d'estimation : — La valeur obtenue est-elle réaliste ?

Mes calculs :

EXERCICE 16 Calculer le point moyen — pas à pas

SOCLE

Méthode :

Le point moyen $G(\bar{x}; \bar{y})$ a pour coordonnées les moyennes des deux séries :

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n} \text{ et } \bar{y} = \frac{y_1 + y_2 + \cdots + y_n}{n}$$

Un plombier mesure le diamètre x (mm) et la pression de test y (bar) de 5 tuyaux :

x (mm)	10	15	20	25	30
y (bar)	8	7	6	5	4

1. Calculer la somme des x_i : $10 + 15 + 20 + 25 + 30 = \dots\dots\dots$

Puis $\bar{x} = \frac{\boxed{}}{5} = \boxed{}$

2. Calculer la somme des y_i : $8 + 7 + 6 + 5 + 4 = \dots\dots\dots$

Puis $\bar{y} = \frac{\boxed{}}{5} = \boxed{}$

3. Écrire les coordonnées du point moyen G :

$G(\quad ; \quad)$

Mes calculs :

EXERCICE 17 Vérifier que la droite passe par le point moyen

SOCLE

La droite d'ajustement d'une série est $y = 2,5 \times x + 1,5$. Le point moyen vaut $G(4; 11,5)$.

1. Remplacer x par 4 dans la droite :

$$y = 2,5 \times \square + 1,5 = \square + 1,5 = \square$$

2. Le résultat obtenu est-il égal à $\bar{y} = 11,5$?

☐ Oui $\rightarrow$ la droite passe bien par le point moyen $\checkmark$

☐ Non $\rightarrow$ erreur de calcul

3. Pourquoi est-ce important que la droite d'ajustement passe par G ?

Réponse :

Mes calculs :

EXERCICE 18 Identifier interpolation et extrapolation dans un tableau

SOCLE

Rappel :

–

Interpolation

: valeur estimée *à l'intérieur* de l'intervalle des données.

–

Extrapolation

: valeur estimée *en dehors* de l'intervalle des données (moins fiable).

Une série de données couvre les valeurs de x entre 3 et 18.

Pour chaque valeur de x , cocher le bon type d'estimation :

Valeur de x	Interpolation ?	Extrapolation ?
$x = 10$	☐	☐
$x = 1$	☐	☐
$x = 15$	☐	☐
$x = 25$	☐	☐

Mes calculs :

EXERCICE 19 Utiliser une droite d'ajustement — contexte menuiserie

SOCLE

Un artisan menuisier a établi que la durée de fabrication D (en heures) d'un meuble dépend du nombre de pièces P . La droite d'ajustement est :

$$D = 0,5 \times P + 2$$

1. Calculer la durée pour un meuble de 6 pièces :

$$D = 0,5 \times \square + 2 = \square + 2 = \square \text{ heures}$$

2. Calculer la durée pour un meuble de 10 pièces :

$$D = 0,5 \times 10 + 2 = \dots\dots\dots \text{ heures}$$

3. Les données couvrent P entre 4 et 12. Les estimations des questions 1 et 2 sont-elles des interpolations ou des extrapolations ?

Question 1 : Question 2 :

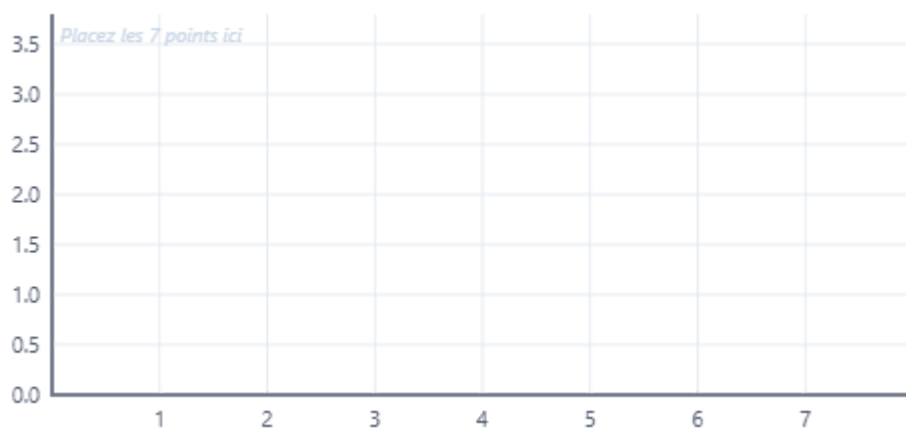
Mes calculs :

EXERCICE 7 Placer des points dans un repère**STANDARD**

Données relevées sur une installation hydraulique :

Débit D (m ³ /h)	1	2	3	4	5	6	7
Perte de charge P (bar)	3,2	2,8	2,3	1,9	1,4	1,0	0,6

1. Sur la grille ci-dessous, placer les 7 points du nuage.
2. Décrire la tendance observée.

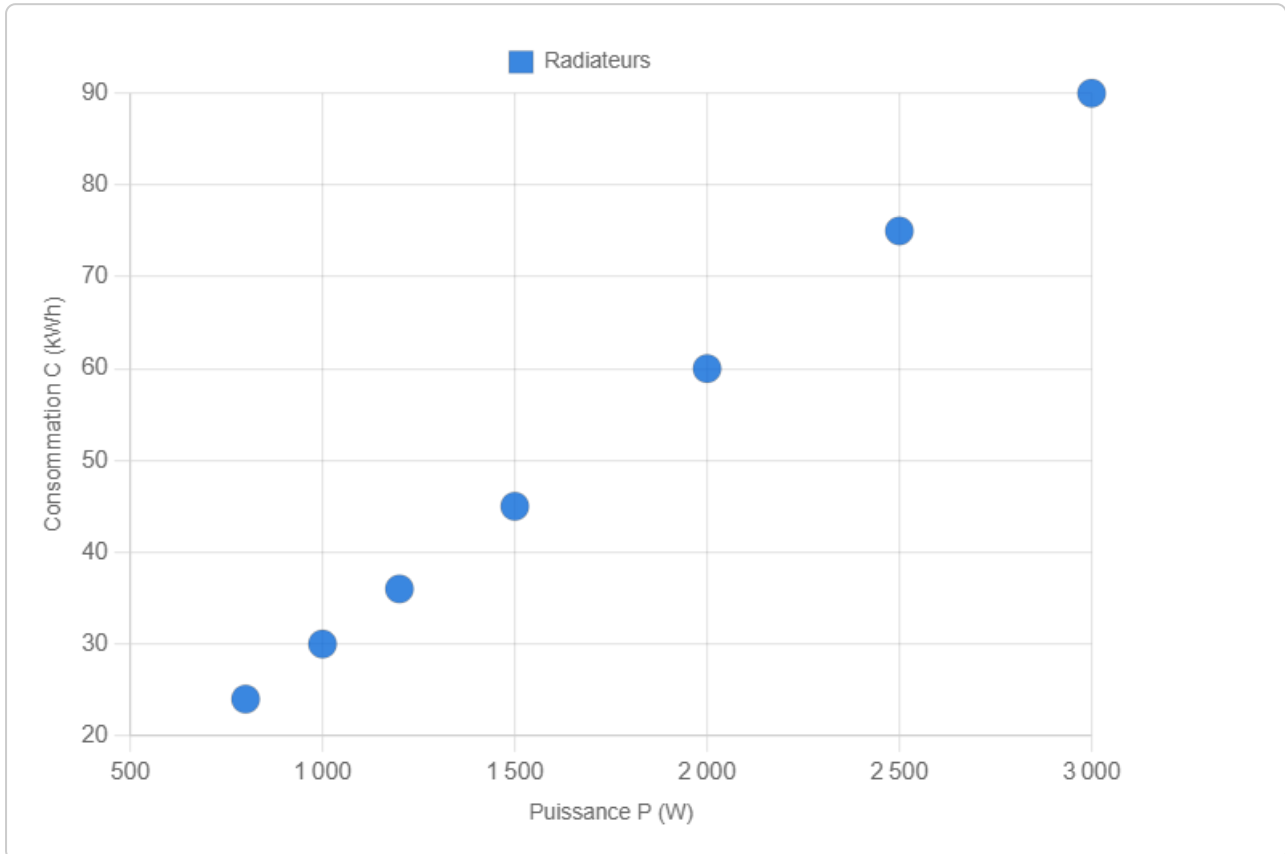
Repère à compléter — x : Débit (m³/h) | y : Perte de charge (bar)

Tendance :

Mes calculs :

EXERCICE 8 Lire un nuage de points STANDARD

Nuage de points représentant la consommation mensuelle C (kWh) de 7 modèles de radiateurs électriques selon leur puissance P (W) :



Puissance nominale (W) / Consommation mensuelle (kWh)

1. Combien de radiateurs sont représentés ?
2. Quelle est la consommation aproximative du radiateur de 1 500 W ?
3. Un radiateur consomme 60 kWh/mois. Quelle est sa puissance approximative ?
4. La tendance est-elle croissante ou décroissante ? Est-ce logique ?

Réponses :

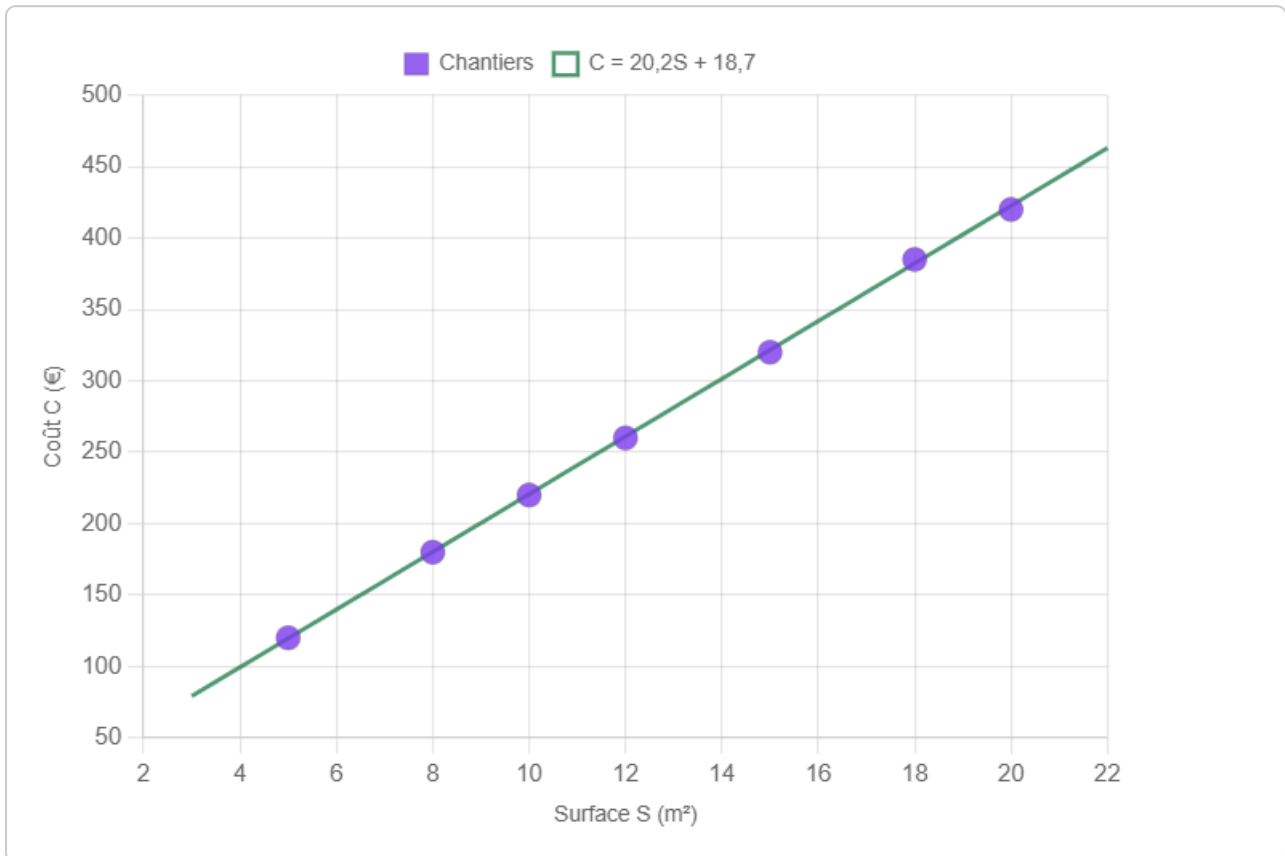
Mes calculs :

EXERCICE 9 Estimer une valeur à partir d'une droite d'ajustement

STANDARD

Droite d'ajustement reliant la surface de panneaux S (m^2) au coût en matériaux C (€) :

$$C = 20,2 \times S + 18,7$$



Surface S (m^2) / Coût C (€) avec droite d'ajustement

1. Estimer le coût pour $S = 9 \text{ m}^2$. Interpolation ou extrapolation ?
2. Estimer le coût pour $S = 25 \text{ m}^2$. Interpolation ou extrapolation ?
3. Interpréter le coefficient 20,2 dans le contexte professionnel.

Réponses :

Mes calculs :

EXERCICE 20 Calculer le point moyen d'une série

STANDARD

Contexte : Un technicien chauffagiste relève la puissance absorbée P (W) et le rendement R (%) de 6 pompes à chaleur d'un même modèle installées dans différents bâtiments.

Puissance P (W)	1 200	1 500	1 800	2 100	2 400	2 700
Rendement R (%)	280	295	305	318	330	340

1. Calculer les moyennes $\bar{P}$ et $\bar{R}$.
2. Décrire en une phrase la tendance du nuage de points.
3. La droite d'ajustement est $R = 0,04 \times P + 232$. Vérifier qu'elle passe par le point moyen.

Réponses :

Mes calculs :

EXERCICE 21 Choisir et décrire une tendance**STANDARD**

Contexte : Un menuisier agenceur mesure l'épaisseur e (mm) de panneaux MDF et la résistance à la flexion F (N/mm²) mesurée en laboratoire.

Épaisseur e (mm)	6	10	16	19	22	25
Résistance F (N/mm ²)	18	22	26	28	31	34

1. En observant le tableau, la tendance est-elle croissante ou décroissante ? Justifier.
2. Calculer les moyennes $\bar{e}$ et $\bar{F}$.
3. La droite d'ajustement est $F = 0,84 \times e + 13,2$. Estimer la résistance pour $e = 18$ mm. Interpolation ou extrapolation ?

Réponses :

Mes calculs :

EXERCICE 22 Interpréter les coefficients d'une droite d'ajustement

STANDARD

Contexte : Un installateur de systèmes solaires modélise la production électrique E (kWh/jour) d'un panneau photovoltaïque en fonction de l'ensoleillement I (h/jour).

La droite d'ajustement obtenue est : $E = 1,8 \times I - 0,5$

1. Que représente le coefficient 1,8 dans le contexte de cet exercice ?
2. Que représente le terme $-0,5$? Ce résultat est-il physiquement réaliste pour $I = 0$?
3. Estimer la production pour $I = 5$ h/jour et pour $I = 9$ h/jour.
4. Les données couvrent I entre 2 et 8 h/jour. Préciser le type d'estimation pour chaque calcul de la question 3.

Réponses :

Mes calculs :

EXERCICE 23 Construire et utiliser une droite d'ajustement

STANDARD

Contexte professionnel : Un technicien CVC mesure la vitesse de l'air v (m/s) dans une gaine et le niveau sonore L (dB) à l'entrée d'une bouche de soufflage.

Vitesse v (m/s)	2	3	4	5	6	7
Niveau L (dB)	28	33	38	43	48	53

1. Calculer le point moyen $G(\bar{v}; \bar{L})$.
2. La droite d'ajustement est $L = 5 \times v + 18$. Vérifier qu'elle passe par G .
3. La réglementation acoustique impose $L \leq 45$ dB. Quelle est la vitesse maximale acceptable selon le modèle ?

Réponses :

Mes calculs :

EXERCICE 24 Estimer un budget à partir d'un modèle

STANDARD

Contexte professionnel : Un poseur de cuisines équipées analyse la relation entre le nombre de modules N installés et la durée de pose D (en heures).

Nombre de modules N	4	6	8	10	12	14
Durée D (h)	6	8	11	14	17	20

1. La droite d'ajustement est $D = 1,4 \times N - 0,2$. Calculer la durée prévue pour $N = 9$ modules.
2. Le tarif de pose est 35 €/h. Estimer le coût de pose pour 9 modules.
3. Un client veut poser 18 modules. Estimer la durée. Préciser le type d'estimation.

Réponses :

Mes calculs :

EXERCICE 25 Étude d'une liaison entre deux grandeurs physiques

STANDARD

Contexte professionnel : Un technicien en maintenance énergétique mesure la résistance thermique R_{th} ($\text{m}^2 \cdot \text{K}/\text{W}$) de parois en béton cellulaire selon leur épaisseur e (cm).

Épaisseur e (cm)	10	15	20	25	30
R_{th} ($\text{m}^2 \cdot \text{K}/\text{W}$)	1,25	1,88	2,50	3,13	3,75

1. La relation entre e et R_{th} est-elle croissante ou décroissante ? Justifier physiquement.
2. La droite d'ajustement est $R_{th} = 0,125 \times e$. Calculer R_{th} pour $e = 17$ cm.
3. Un bureau d'études exige $R_{th} \geq 2,9 \text{ m}^2 \cdot \text{K}/\text{W}$. Quelle épaisseur minimale faut-il prévoir ?

Réponses :

Mes calculs :

EXERCICE 26 Modéliser la consommation de gaz d'un four industriel**STANDARD**

Contexte professionnel : Un technicien chauffagiste mesure la consommation de gaz naturel C (m³/h) d'un four industriel selon sa température de fonctionnement T (°C).

Température T (°C)	150	200	250	300	350	400
Consommation C (m ³ /h)	4,2	5,8	7,3	8,9	10,4	12,0

1. Calculer le point moyen G de cette série.
2. La droite d'ajustement est $C = 0,031 \times T - 0,45$. Vérifier pour le point moyen.
3. Estimer la consommation pour $T = 275$ °C. Interpolation ou extrapolation ?
4. Le réseau de gaz impose un débit maximum de 15 m³/h. Quelle température maximale peut atteindre le four ?

Réponses :

Mes calculs :

EXERCICE 10 Interpréter une droite d'ajustement**APPROFONDISSEMENT**

Droite d'ajustement de la consommation de chauffage C (kWh) en fonction de la température T ($^{\circ}\text{C}$) :

$$C = -3,8 \times T + 92,7$$

1. Que représente le coefficient $-3,8$?
2. Que représente $+92,7$?
3. Calculer C pour $T = 5$ $^{\circ}\text{C}$ et pour $T = 15$ $^{\circ}\text{C}$.
4. Pour quelle température la consommation théorique serait-elle nulle ? Ce résultat est-il réaliste ?

Réponses :

Mes calculs :

EXERCICE 11 Interpolation ou extrapolation ?**APPROFONDISSEMENT**

Données pour des débits entre 1 et 7 m³/h. Droite d'ajustement : $P = -0,44 \times D + 3,65$

Pour chaque débit, indiquer le type d'estimation et calculer la perte de charge :

Débit (m ³ /h)	Dans [1 ; 7] ?	Type d'estimation	Résultat (bar)
3,5			
0,5			
5,5			
10			

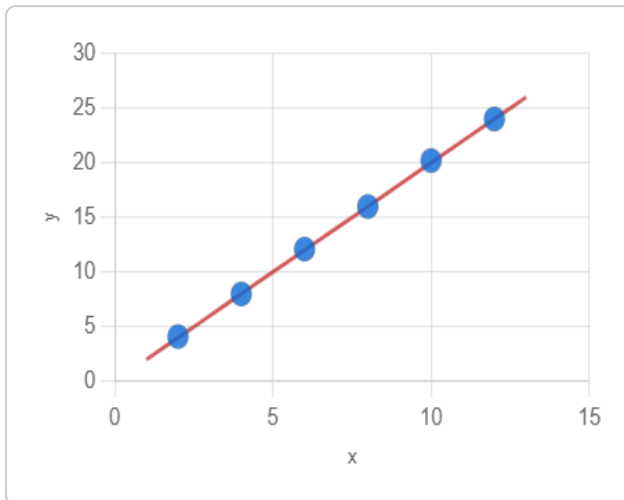
 Une extrapolation utilise le modèle hors de l'intervalle des données : elle est moins fiable et doit être signalée.

Mes calculs :

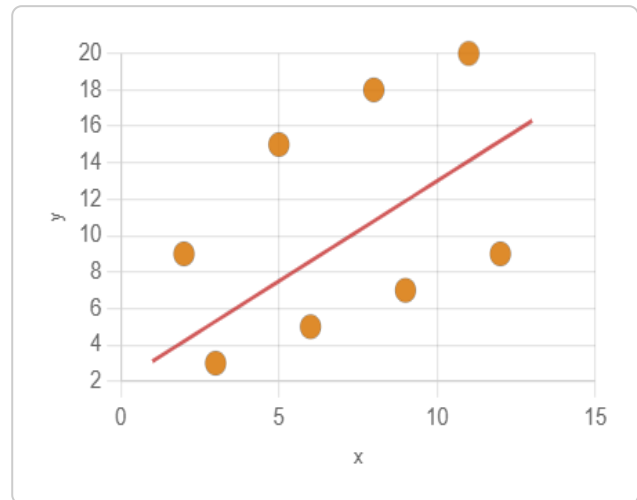
EXERCICE 12 Analyser la pertinence d'un modèle

APPROFONDISSEMENT

Deux nuages de points et leurs droites d'ajustement :



Modèle A — points très groupés



Modèle B — points très dispersés

1. Pour quel modèle la droite représente-t-elle bien les données ?
2. Pour quel modèle l'utilisation de la droite serait-elle risquée ?
3. Donnez deux exemples professionnels où un mauvais modèle peut avoir des conséquences.

Réponses :

Mes calculs :

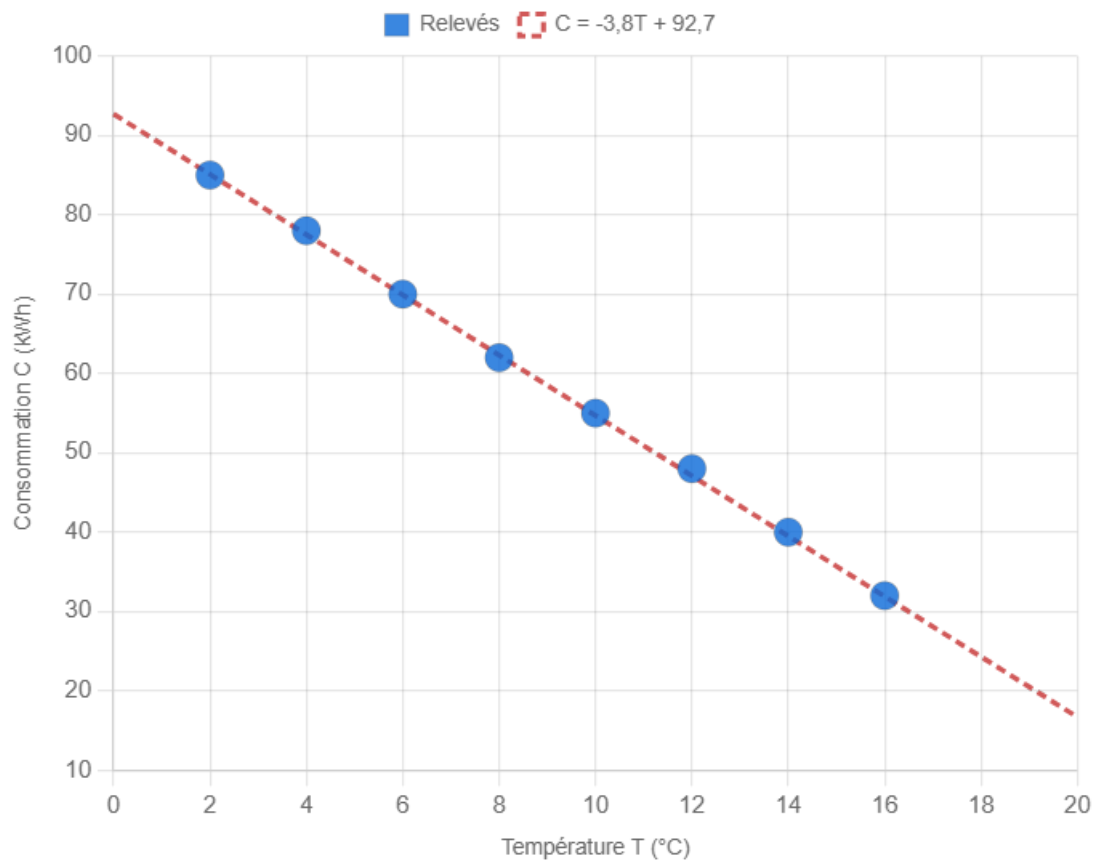
EXERCICE 13 Consommation de chauffage et température extérieure

APPROFONDISSEMENT

Contexte : Un technicien chauffagiste supervise une chaudière à condensation dans une école. Il veut modéliser la relation entre température extérieure et consommation journalière de gaz pour anticiper les coûts et régler la chaudière.

Température T (°C)	2	4	6	8	10	12	14	16
Consommation C (kWh)	85	78	70	62	55	48	40	32

1. Tracer le nuage de points et décrire la tendance.
2. La droite d'ajustement est $C = -3,8 \times T + 92,7$. Vérifier pour $T = 8$ °C.
3. Estimer la consommation pour $T = 7$ °C. Interpolation ou extrapolation ?
4. Estimer la consommation pour $T = 20$ °C. Ce résultat est-il réaliste ?
5. Le chauffage se déclenche si la consommation prévisionnelle dépasse 60 kWh. En dessous de quelle température ?



Nuage de points et droite d'ajustement — Température (°C) / Consommation (kWh)

Réponses :

Mes calculs :

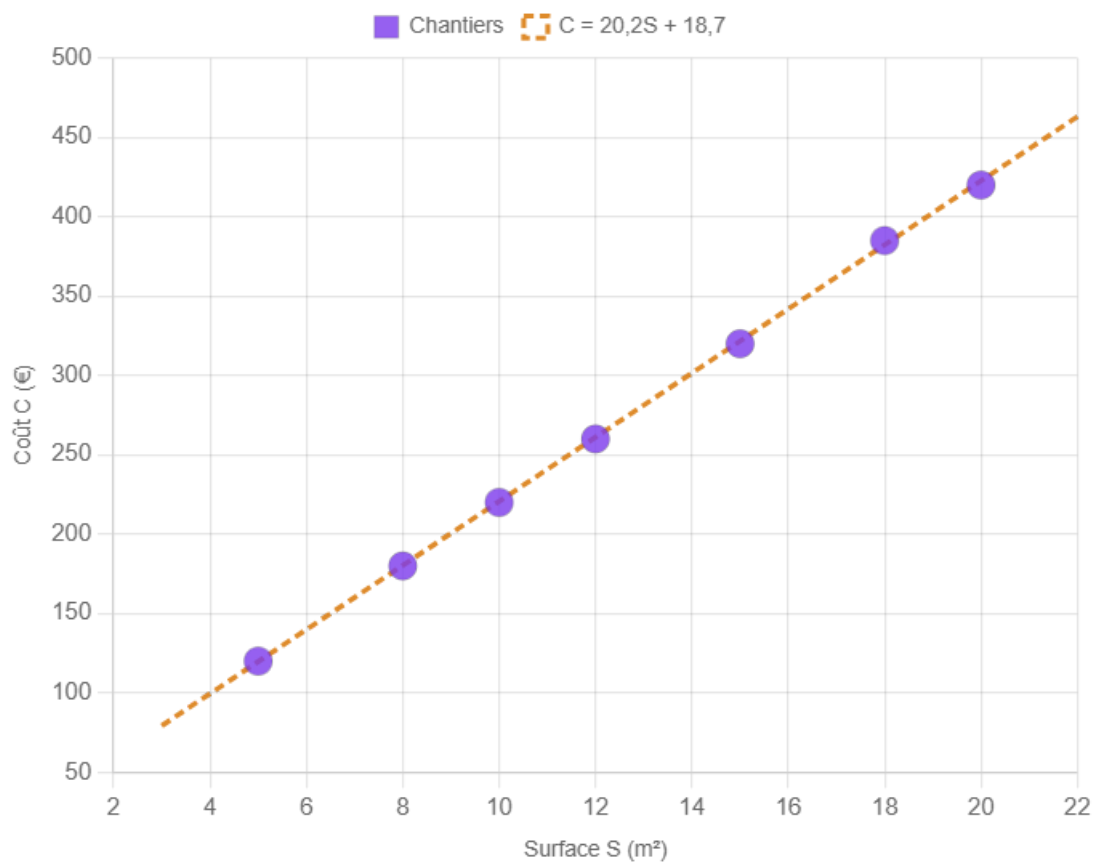
EXERCICE 14 Coût des matériaux selon la surface posée

APPROFONDISSEMENT

Contexte : Un menuisier agenceur veut établir une relation entre la surface de panneaux posée et le coût en matériaux, pour établir des devis rapidement sans calcul complexe.

Surface S (m ²)	5	8	10	12	15	18	20
Coût C (€)	120	180	220	260	320	385	420

1. Décrire la tendance du nuage de points.
2. La droite est $C = 20,2 \times S + 18,7$. Vérifier pour $S = 10$ m².
3. Estimer le coût pour un chantier de 13 m².
4. Un client a un budget de 300 €. Quelle surface maximum peut-il faire poser ?
5. Que représente le nombre 20,2 ?

*Surface S (m²) / Coût C (€)*

Réponses :

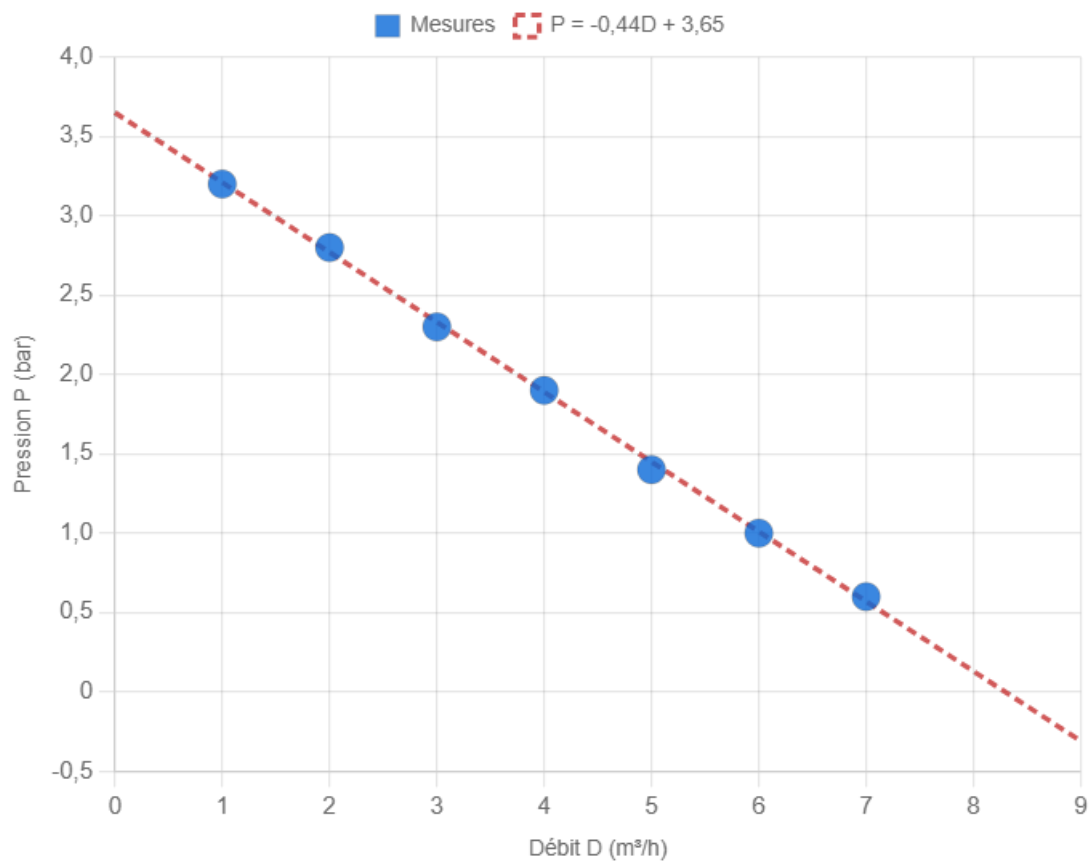
Mes calculs :

EXERCICE 15 Pression dans un circuit hydraulique**APPROFONDISSEMENT**

Contexte : Un installateur thermique mesure la pression résiduelle P (bar) en aval d'une installation pour différents débits D (m³/h). Il veut vérifier la conformité de l'installation selon le cahier des charges.

Débit D (m ³ /h)	1	2	3	4	5	6	7
Pression P (bar)	3,2	2,8	2,3	1,9	1,4	1,0	0,6

1. Droite d'ajustement : $P = -0,44 \times D + 3,65$. Calculer P pour $D = 4$ m³/h et comparer au tableau.
2. Le cahier des charges impose $P \geq 1,5$ bar. Quel est le débit maximal conforme ?
3. Calculer P pour $D = 8$ m³/h. Interpolation ou extrapolation ?
4. La pression ne peut pas être négative. Quel est le débit maximal théorique selon le modèle ?



Débit D (m³/h) / Pression résiduelle P (bar)

Réponses :

Mes calculs :

EXERCICE 27 Comparaison de deux modèles d'ajustement

APPROFONDISSEMENT

Contexte : Un responsable de chantier compare deux installations de chauffage (A et B) dans deux bâtiments similaires. Pour chacune, il dispose d'une droite d'ajustement reliant la température extérieure T ($^{\circ}\text{C}$) et la consommation journalière de gaz C (kWh).

Installation A : $C_A = -4,1 \times T + 95$ | **Installation B :** $C_B = -3,2 \times T + 80$

1. Pour $T = 5$ $^{\circ}\text{C}$, calculer C_A et C_B . Quelle installation consomme le moins ?
2. Pour quelle valeur de T les deux installations consomment-elles la même quantité ?
(Résoudre $C_A = C_B$.)
3. Interpréter le sens physique de la pente dans chaque modèle. Quelle installation est la plus sensible aux variations de température ?
4. À $T = 15$ $^{\circ}\text{C}$, laquelle consomme le moins ? Commenter.

Réponses :

Mes calculs :

EXERCICE 28 Trouver l'équation d'une droite passant par deux points

APPROFONDISSEMENT

Contexte : Un technicien de maintenance énergétique doit établir une droite d'ajustement à la main à partir de deux points du nuage. Il choisit deux points représentatifs : $A(4; 70)$ et $B(14; 32)$, issus d'une série reliant température T (°C) et consommation C (kWh/jour).

1. Calculer le coefficient directeur (pente) $a = \frac{C_B - C_A}{T_B - T_A}$.
2. En déduire l'équation de la droite $C = a \times T + b$ en utilisant le point A pour trouver b .
3. Estimer la consommation pour $T = 9$ °C (vérifier que c'est une interpolation).
4. Comparer avec le point moyen de la série complète : $G(9; 51)$. La droite passe-t-elle par G ? Conclure.

Réponses :

Mes calculs :

Contexte : Un bureau d'études thermiques modélise la consommation annuelle de chauffage C (kWh/m²) de bâtiments selon leur année de construction A (on pose $n = A - 1960$, donc $n = 0$ en 1960). La droite d'ajustement obtenue sur un panel de bâtiments construits entre 1960 et 2010 est :

$$C = -2,8 \times n + 320$$

1. Calculer C pour $n = 20$ (bâtiment de 1980) et pour $n = 50$ (bâtiment de 2010).
2. Selon ce modèle, pour quelle valeur de n la consommation serait-elle nulle ? Est-ce réaliste ?
3. La RT 2020 impose $C \leq 30$ kWh/m²/an. Quel rang n minimal faudrait-il atteindre ? À quelle année cela correspond-il ?
4. Expliquer pourquoi ce modèle ne peut pas s'appliquer indéfiniment dans le futur.

Réponses :

Mes calculs :

EXERCICE 30 Série à deux variables — problème complet type BTS

APPROFONDISSEMENT

Contexte : Un chef de chantier analyse la relation entre le nombre d'ouvriers n présents sur un chantier d'agencement et la durée D (jours) pour réaliser la même commande. Il dispose des données suivantes :

Nombre d'ouvriers n	2	3	4	5	6	7	8
Durée D (jours)	28	19	14	11	9	8	7

1. Calculer le point moyen G .
2. Décrire la tendance. La droite est-elle un bon modèle ? Justifier qualitativement en observant les données.
3. On admet la droite d'ajustement $D = -3,5 \times n + 35,5$. Calculer D pour $n = 10$ ouvriers. Interpolation ou extrapolation ?
4. Le contrat impose une durée maximale de 5 jours. Combien d'ouvriers faut-il mobiliser au minimum selon le modèle ?
5. Le résultat de la question 3 est-il physiquement cohérent ? Que révèle cette analyse sur les limites de la modélisation affine ?

Réponses :

Mes calculs :

Statistiques à deux variables

Statistiques à deux variables | Tle Pro

Socle

Standard

Approfondissement

Tout voir



Objectifs du chapitre

cliquer pour développer



Durée : 1 heure



Calculatrice : autorisée



Barème : 20 points



Documents : non autorisés

Exercice 1 – Consommation de chauffage (guidé)

10 points

Un technicien chauffagiste relève la consommation mensuelle de gaz C (m³) d'un immeuble selon la température extérieure T (°C) :

T (°C)	2	5	8	10	13	17	20
C (m ³)	85	73	62	55	43	28	17

1. (1 pt) Quelles sont les deux variables ? Indiquer laquelle est x (cause) et laquelle est y (effet).

$x = \dots\dots\dots$ (cause) $y = \dots\dots\dots$ (effet)

2. (1 pt) Quand la température augmente, la consommation : ☐ augmente ☐ diminue. La tendance est : ☐ croissante ☐ décroissante.

3. (2 pts) On admet que la droite d'ajustement est $C = -3,8 \times T + 92,7$. Calculer C pour $T = 12$ °C. Compléter :

$$C = -3,8 \times \boxed{} + 92,7 = \boxed{} + 92,7 = \boxed{} \text{ m}^3$$

4. (2 pts) $T = 12$ est-il entre 2 et 20 (les valeurs du tableau) ? Cocher et nommer le type d'estimation :

☐ Oui → interpolation ☐ Non → extrapolation

5. (2 pts) Calculer C pour $T = 25$ °C. Ce résultat est-il réaliste ? Expliquer en une phrase.

$$C = -3,8 \times 25 + 92,7 = \dots\dots\dots \text{ m}^3$$

6. (2 pts) On cherche la température à laquelle la consommation est nulle. Compléter :

$$C = 0 \rightarrow -3,8 \times T + 92,7 = 0 \rightarrow T = 92,7 \div \boxed{} = \dots\dots\dots \text{ °C}$$

Exercice 2 – Coût des panneaux (guidé)

10 points

Un menuisier agenceur étudie le coût de fabrication C (€) de panneaux selon leur surface S (m²) :

S (m ²)	1	2	3	5	7	10
C (€)	45	78	115	185	260	375

1. (1 pt) La tendance du nuage de points est : ☐ croissante ☐ décroissante ☐ pas de tendance.

2. (2 pts) La droite d'ajustement est $C = 36,5 \times S + 12,3$. Calculer C pour $S = 4$ m² (compléter) :

$$C = 36,5 \times \boxed{} + 12,3 = \boxed{} + 12,3 = \boxed{} \text{ €}$$

3. (1 pt) $S = 4$ est-il entre 1 et 10 ? Type d'estimation :

4. (2 pts) Calculer C pour $S = 12$ m². Préciser le type et expliquer pourquoi c'est moins fiable.

5. (2 pts) Budget maximum : 300 €. Quelle surface peut-on commander ? Compléter le calcul :

$$36,5 \times S + 12,3 = 300 \rightarrow 36,5 \times S = \boxed{} \rightarrow S = \dots\dots\dots \text{m}^2$$

6. (2 pts) Que représente le nombre 36,5 dans le contexte du chantier ?

Exercice 1 – Consommation de chauffage

10 points

Un technicien chauffagiste relève la consommation mensuelle de gaz C (en m^3) d'un immeuble en fonction de la température extérieure moyenne T (en $^{\circ}\text{C}$). Il obtient les données suivantes :

$T (^{\circ}\text{C})$	2	5	8	10	13	17	20
$C (\text{m}^3)$	85	73	62	55	43	28	17

1. (2 pts) Placer le nuage de points $(T; C)$ dans un repère adapté.

2. (1 pt) Décrire la tendance observée. Le lien entre T et C semble-t-il linéaire ? Justifier.

3. (2 pts) On admet que la droite d'ajustement a pour équation $C = -3,8T + 92,7$. Tracer cette droite dans le repère précédent.

4. (2 pts) Estimer la consommation pour une température de 12°C . S'agit-il d'une interpolation ou d'une extrapolation ? Justifier.

5. (2 pts) Estimer la consommation pour une température de 25°C . S'agit-il d'une interpolation ou d'une extrapolation ? Justifier. Ce résultat est-il fiable ?

6. (1 pt) À partir de quelle température la consommation estimée devient-elle nulle ? Interpréter ce résultat.

Exercice 2 – Coût de fabrication de panneaux

10 points

Un agenceur d'intérieur étudie le coût de fabrication C (en €) de panneaux décoratifs en fonction de leur surface S (en m^2). Il dispose des relevés suivants :

S (m^2)	1	2	3	5	7	10
C (€)	45	78	115	185	260	375

1. (2 pts) Placer le nuage de points $(S; C)$ dans un repère adapté.

2. (1 pt) La droite d'ajustement obtenue par la calculatrice a pour équation $C = 36,5S + 12,3$. Tracer cette droite.

3. (2 pts) Estimer le coût d'un panneau de 4 m^2 . Préciser s'il s'agit d'une interpolation ou d'une extrapolation.

4. (2 pts) Estimer le coût d'un panneau de 12 m^2 . Discuter de la fiabilité de cette estimation.

5. (2 pts) Le budget maximal du client est de 300 €. Quelle surface maximale de panneau peut-il commander ? Détailler le calcul.

6. (1 pt) Interpréter le coefficient 36,5 dans l'équation $C = 36,5S + 12,3$ dans le contexte du problème.

Exercice 1 – Modélisation et critique du modèle

10 points

Un installateur thermique relève la consommation journalière de gaz $C \text{ (m}^3\text{)}$ d'un immeuble de bureaux selon la température extérieure $T \text{ (}^\circ\text{C)}$:

$T \text{ (}^\circ\text{C)}$	0	3	6	9	12	15	18
$C \text{ (m}^3\text{)}$	92	80	69	58	46	34	22

1. (1 pt) Décrire en une phrase la tendance du nuage de points. Le lien semble-t-il linéaire ?

2. (2 pts) Calculer la droite d'ajustement par la méthode des points moyens. Rappel : $\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$, $\bar{y} = \frac{\sum y_i}{n}$, puis la droite passe par $(\bar{x}, \bar{y})$ avec le coefficient $a = \frac{\sum x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{\sum x_i^2 - n \bar{x}^2}$.

3. (2 pts) On admet que $C = -4,0 \times T + 92$. Pour quelle température la consommation est-elle nulle ? Ce résultat est-il physiquement réaliste ? Justifier.

4. (2 pts) Le gestionnaire de l'immeuble souhaite réduire la consommation à moins de 40 m³/jour. D'après la droite, à partir de quelle température cela devient-il possible ?

5. (3 pts) Estimer C pour $T = -5$ °C (hiver rigoureux) et pour $T = 25$ °C (canicule).
Discuter la fiabilité de chaque estimation et proposer une limite raisonnable du domaine de validité du modèle.

Exercice 2 – Optimisation d'un devis

10 points

Un menuisier agenceur veut établir une relation entre la surface posée S (m²) et le temps de pose t (heures) pour 8 chantiers :

S (m ²)	4	6	8	10	12	14	16	18
t (h)	3,2	4,5	6,1	7,8	9,0	10,5	12,2	13,8

1. (1 pt) Identifier les variables x et y . Décrire la tendance.

2. (2 pts) On admet que la droite d'ajustement est $t = 0,76 \times S + 0,12$. Interpréter le coefficient 0,76 dans le contexte professionnel.

3. (2 pts) Un client commande la pose de 22 m² de panneaux. Estimer le temps de pose. Interpolation ou extrapolation ? La prévision est-elle fiable ?

4. (3 pts) Le tarif horaire du menuisier est 45 €/h et les matériaux coûtent $32 \times S$ €. Écrire le coût total $C_{total}(S)$ en fonction de S . Pour $S = 15 \text{ m}^2$, calculer ce coût.

5. (2 pts) Le client a un budget de 900 €. Quelle surface maximale peut-il faire poser ?
(Résoudre l'équation $C_{total}(S) = 900$.)
