

TD S3 - Circuits linéaires du premier ordre

Table des matières

1	Questions de cours	1
2	Constante de temps d'un système du premier ordre	1
3	Rendement énergétique de la charge d'un condensateur	3
4	Étude d'un circuit RL à deux mailles	5
5	Étude d'un circuit RC à deux mailles	6

1 Questions de cours

1.1 Quelle est la relation entre u tension aux bornes d'une bobine et i l'intensité qui la traverse en convention récepteur ? Idem pour un condensateur.

1.2 Quelle est l'énergie emmagasinée par une bobine à un instant t en supposant qu'à $t = 0$ l'énergie emmagasinée dans la bobine est nulle ? Même question pour un condensateur ?

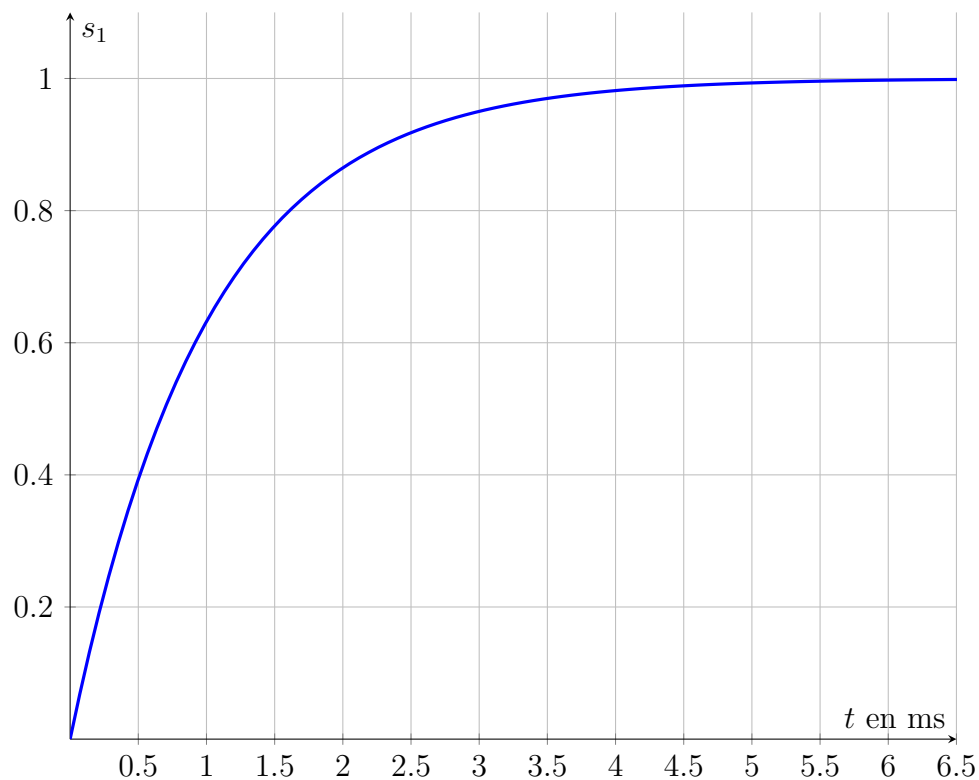
1.3 Justifier que l'intensité du courant circulant dans une bobine est une fonction continue du temps.

1.4 Justifier que la tension aux bornes d'un condensateur est une fonction continue du temps.

1.5 Comment se comporte la bobine en régime permanent ? Le condensateur ?

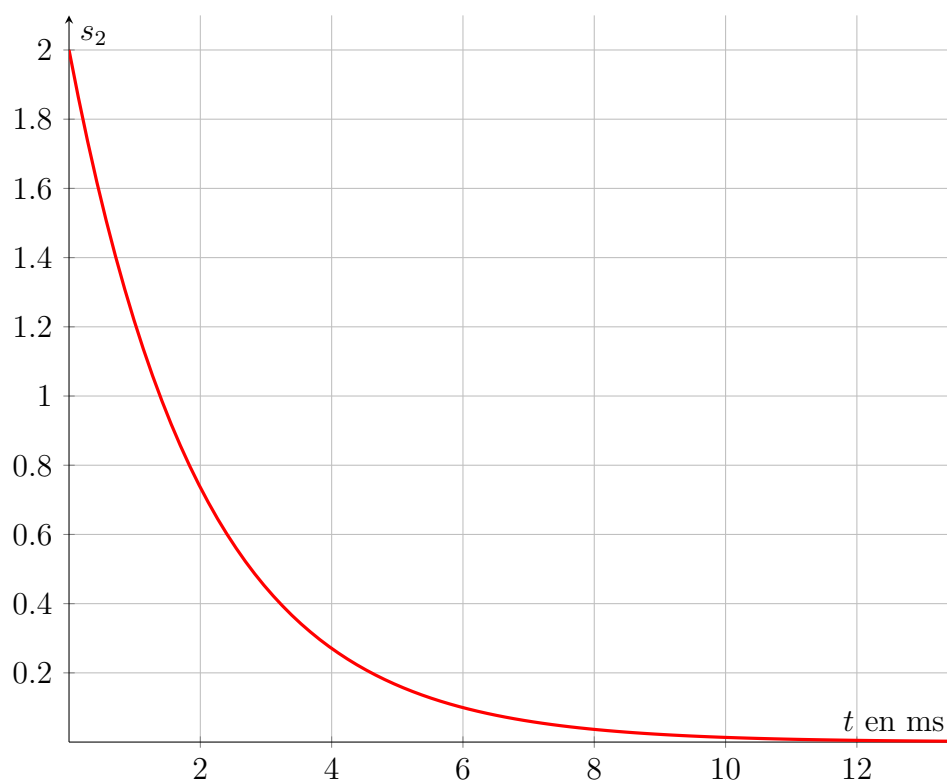
2 Constante de temps d'un système du premier ordre

On observe la réponse indicielle d'un système du premier ordre, fournie ci-dessous :

Signal $s_1(t)$ en fonction de t 

2.1 Quelle est sa constante de temps ?

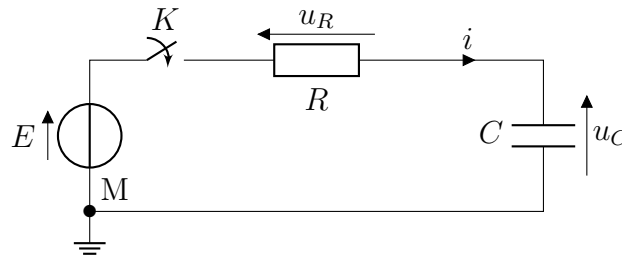
On observe le régime libre d'un système du premier ordre dont le graphique est fourni ci-dessous :

Signal $s_2(t)$ en fonction de t 

2.2 Quelle est sa constante de temps ?

3 Rendement énergétique de la charge d'un condensateur

On considère un circuit composé d'une résistance $R = 10 \text{ k}\Omega$ et d'un condensateur de capacité $C = 0,1 \mu\text{F}$ en série aux bornes duquel on place un générateur de tension idéal de force électromotrice constante $E = 1 \text{ V}$ et un interrupteur K . À l'instant $t = 0$, on ferme l'interrupteur K et la tension $u_C(0)$ aux bornes du condensateur est nulle.



3.1 Montrer que l'équation différentielle vérifiée par $u_C(t)$ est :

$$RC \frac{du_C}{dt}(t) + u_C(t) = E$$

3.2 Établir l'expression de $u_C(t)$ et tracer l'allure de sa courbe.

3.3 Établir l'expression de l'intensité $i(t)$ du courant parcourant le circuit en fonction du temps et tracer l'allure de sa courbe.

3.4 Exprimer en fonction de C , E et t :

- la puissance instantanée $\mathcal{P}_C(t)$ reçue (convention récepteur) par le condensateur à l'instant t
- la puissance instantanée $\mathcal{P}_R(t)$ reçue (convention récepteur) par la résistance à l'instant t
- la puissance instantanée $\mathcal{P}_G(t)$ **fournie** (convention générateur) par l'alimentation à l'instant t

3.5 Montrer que

$$\mathcal{P}_C(t) = \frac{d}{dt} \left(\underbrace{\frac{1}{2} C u_C^2(t)}_{\mathcal{E}_{elec}(t)} \right)$$

et donner le signification physique de $\mathcal{E}_{elec}(t)$.

3.6 Exprimer en fonction de C et E puis calculer :

- l'énergie $\mathcal{E}_{elec\infty} = \lim_{t \rightarrow +\infty} \mathcal{E}_{elec}(t)$ qui a été emmagasinée par le condensateur à l'instant $t \rightarrow \infty$, après avoir montré que :

$$\mathcal{E}_{elec}(t) - \underbrace{\mathcal{E}_{elec}(0)}_0 = \int_0^t \mathcal{P}_C(t') dt'$$

- l'énergie $W_{J\infty} = \lim_{t \rightarrow +\infty} W_J(t)$ qui a été dissipée par effet Joule dans la résistance à l'instant $t \rightarrow \infty$, après avoir montré que :

$$W_J(t) - \underbrace{W_J(0)}_0 = \int_0^t \mathcal{P}_R(t') dt'$$

- l'énergie $W_{G\infty} = \lim_{t \rightarrow +\infty} W_G(t)$ qui a été **fournie** par le générateur à l'instant $t \rightarrow \infty$, après avoir montré que :

$$W_G(t) - \underbrace{W_G(0)}_0 = \int_0^t \mathcal{P}_G(t') dt'$$

3.7 Quelle est l'expression de l'énergie W_{G12} **fournie** par le générateur entre deux instants t_1 et t_2 quelconques ?

3.8 Donner la relation liant $\mathcal{E}_{elec\infty}$, $W_{J\infty}$ et $W_{G\infty}$ et proposer une interprétation physique. Retrouver cette relation grâce à la loi des mailles.

3.9 On définit le rendement énergétique de la charge du condensateur par

$$\rho = \frac{\mathcal{E}_{elec\infty}}{W_{G\infty}}$$

Quelle est la valeur de ρ ?

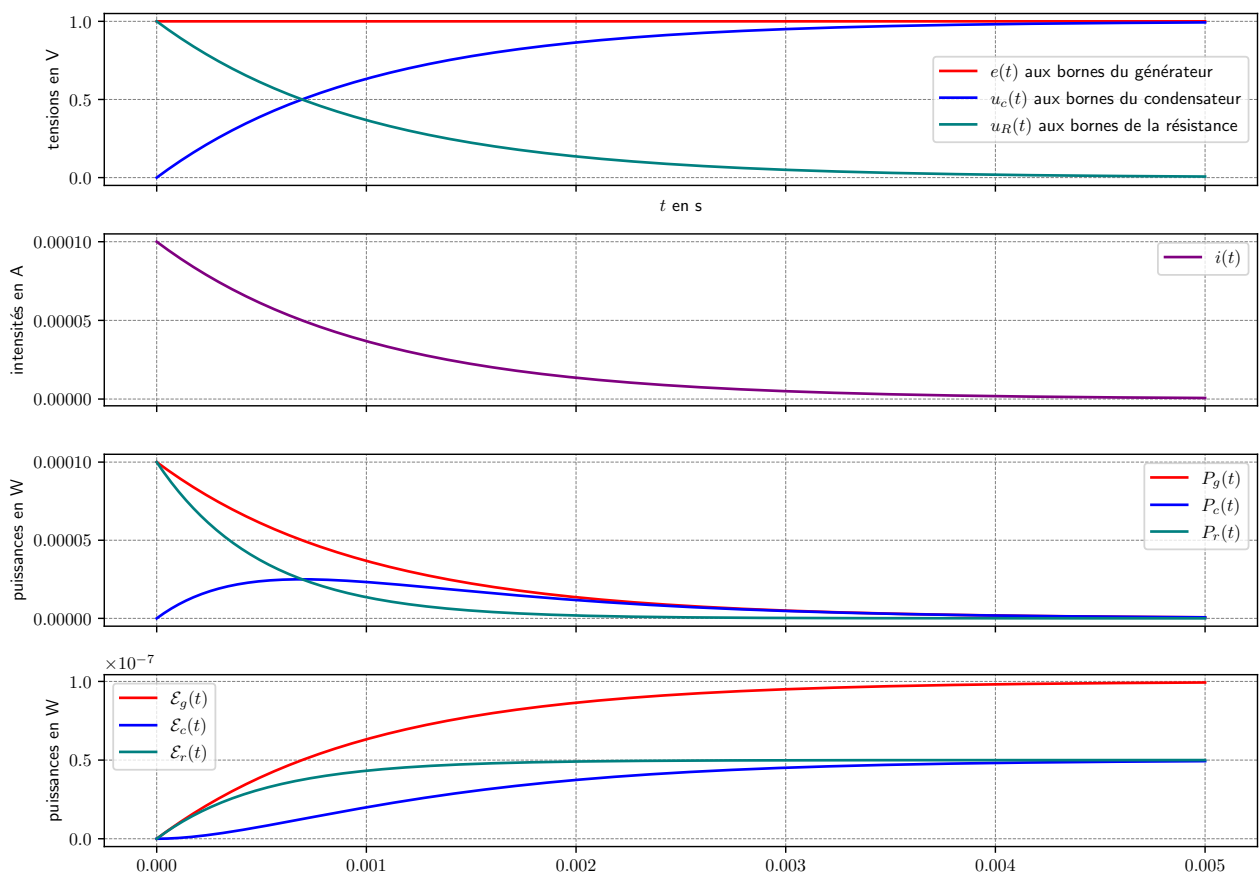
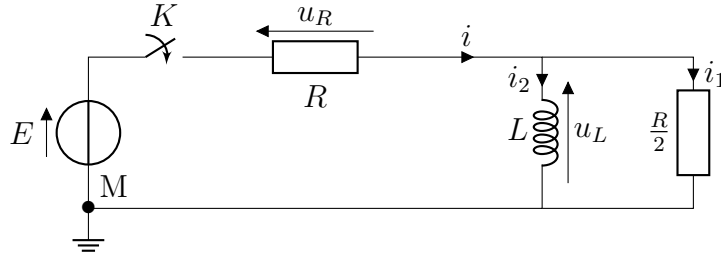


FIGURE 1 – Bilan énergétique de la charge du condensateur

4 Étude d'un circuit RL à deux mailles

Dans le circuit représenté ci-dessous le générateur de tension a une force électromotrice constante $E = 3\text{ V}$ et $R = 1\text{ k}\Omega$. A l'instant $t = 0$, on ferme l'interrupteur K qui était ouvert depuis très longtemps.



4.1 Calculer les valeurs des intensités $i(0^+)$, $i_1(0^+)$ et $i_2(0^+)$ et de la tension u_L à l'instant $t = 0^+$.

4.2 Que vaut $u_{L\infty} = \lim_{t \rightarrow +\infty} u_L(t)$ lorsque t tend vers l'infini ?

4.3 Montrer que l'équation différentielle vérifiée par $u_L(t)$ est :

$$\frac{3L}{R} \frac{du_L}{dt}(t) + u_L(t) = 0$$

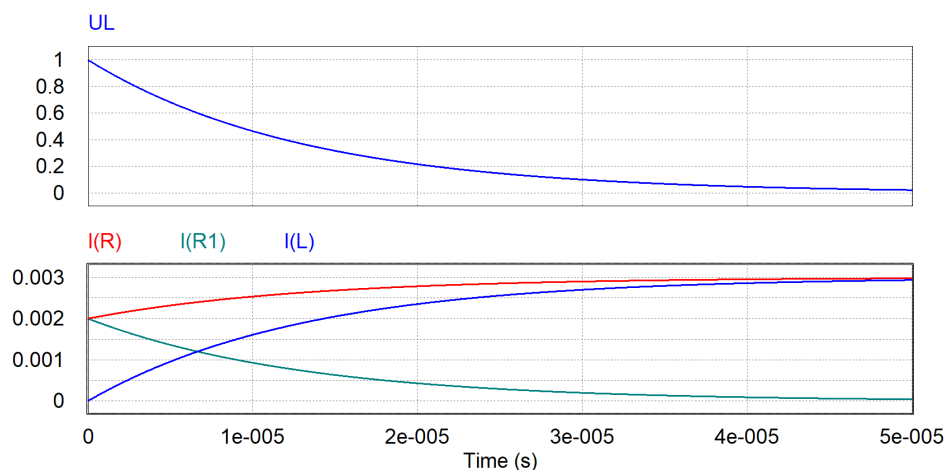
4.4 En déduire l'expression de $u_L(t)$ et tracer son allure.

4.5 Exprimer en fonction de L et de R le temps t_0 au bout duquel $u_L(t)$ a été divisée par 10.

4.6 On mesure $t_0 = 30\text{ }\mu\text{s}$. En déduire la valeur de L .

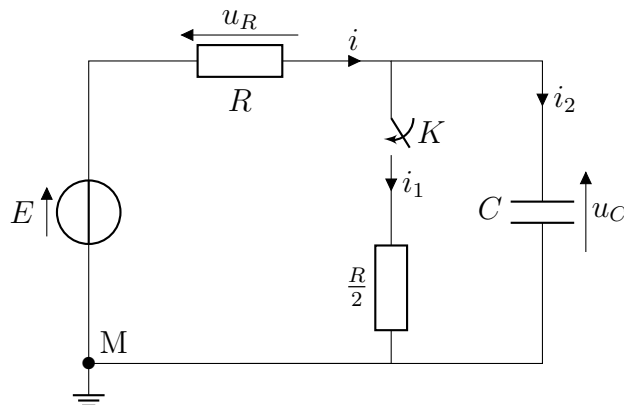
On a réalisé la simulation de ce circuit à l'aide de PSIM.

4.7 Identifier les courbes et vérifier que cette simulation corrobore tous les calculs précédents.



5 Étude d'un circuit RC à deux mailles

Dans le circuit représenté ci-dessous le générateur de tension a une force électromotrice constante $E = 6\text{ V}$, $R = 1\text{ k}\Omega$ et $C = 1\text{ }\mu\text{F}$. A l'instant $t = 0$, on ferme l'interrupteur K qui était ouvert depuis très longtemps.



5.1 Calculer les valeurs des intensités $i(0^-)$, $i_1(0^-)$ et $i_2(0^-)$ et de la tension $u_C(0^-)$ juste avant la fermeture de K .

5.2 Calculer les valeurs des intensités $i(0^+)$, $i_1(0^+)$ et $i_2(0^+)$ et de la tension $u_C(0^+)$ juste après la fermeture de K .

5.3 Calculer les valeurs des intensités i_∞ , $i_{1\infty}$ et $i_{2\infty}$ et de la tension $u_{C\infty}$ en régime permanent établi.

5.4 Montrer que l'équation différentielle vérifiée par $u_C(t)$ est :

$$\frac{RC}{3} \frac{du_C}{dt}(t) + u_C(t) = \frac{E}{3}$$

5.5 En déduire l'expression de $u_C(t)$ et tracer son allure.

5.6 Quel est le temps de réponse du circuit ou temps d'établissement du régime permanent ?

On a réalisé la simulation de ce circuit à l'aide de PSIM. Pour les besoins de la simulation, la source est allumée à $t_0 = 0\text{ ms}$ et l'interrupteur est fermé à $t_1 = 5\text{ ms}$.

5.7 Identifier les courbes et vérifier que cette simulation corrobore tous les calculs précédents.

